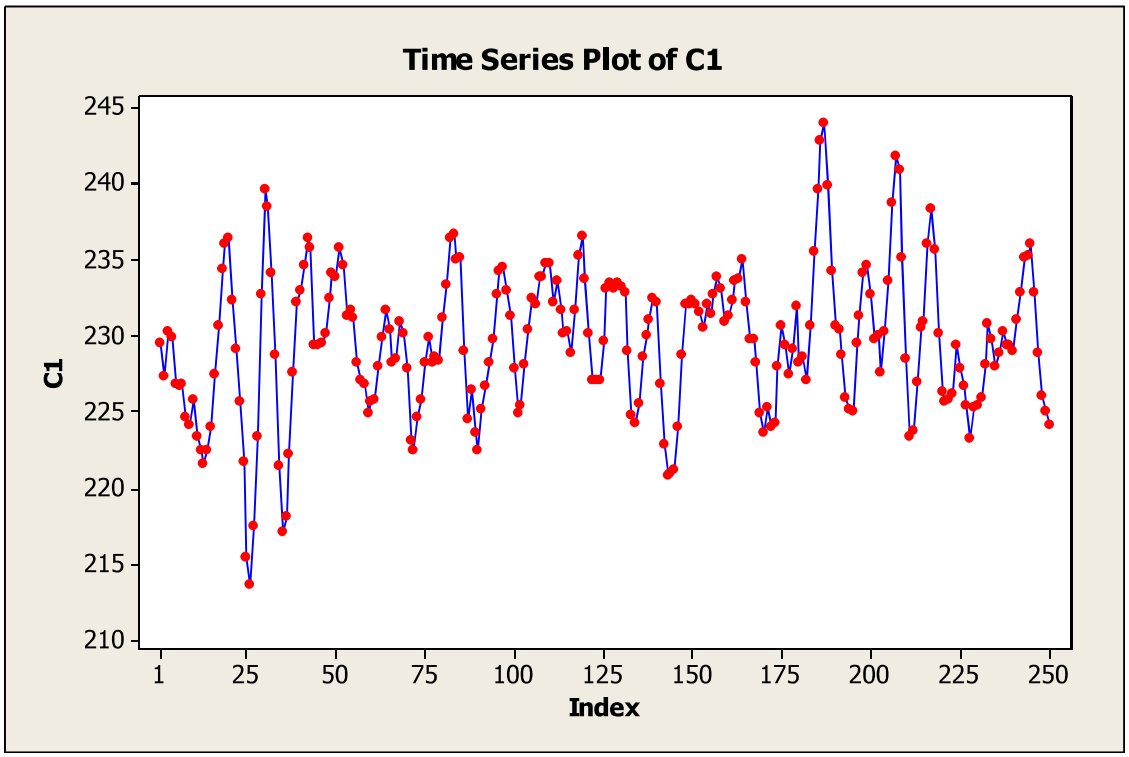
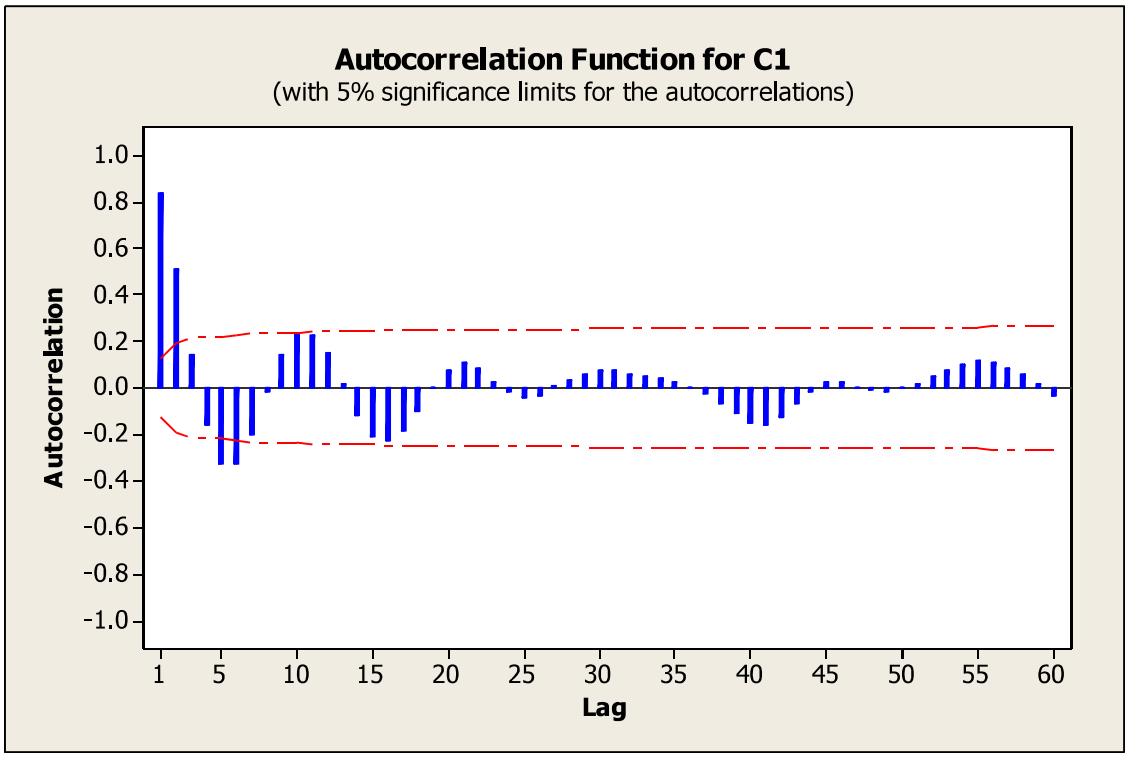
ب – data2:

الخطوة الأولى –كما رأينا- هي دائما البدء برسم البيانات:

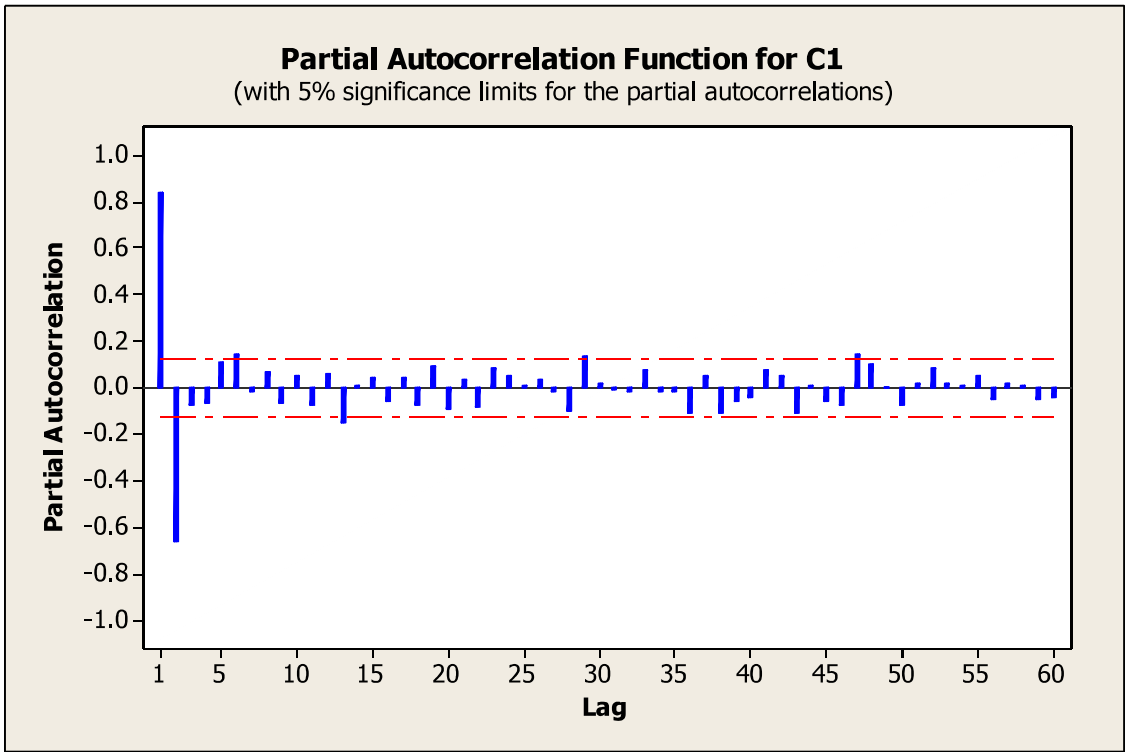


من الشكل ، لا يبدو أن البيانات تعاني من مشكلة عدم الاستقرار في المتوسط. ولكن -نوعا ما- التباين في أطراف السلسلة يبدو مختلفا عن تباين البيانات في وسطها وإن كان هذا الاختلاف ليس كبيراً.

- الآن نرسم دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي للتعرف المبدئي على نوع النموذج المناسب للبيانات:



نلاحظ من شكل دالة الارتباط الذاتي أنه على شكل دالة جيبية تتخامد بسرعة إلى الصفر (وهذا من الدلائل على استقرار السلسلة) وهو أيضا من نمط الشكل العام لعمليات الانحدار الذاتي *AR(.)*، الآن ننظر إلى دالة الارتباط الذاتي الجزئي للتعرف على درجة النموذج المقترح لهذه البيانات:

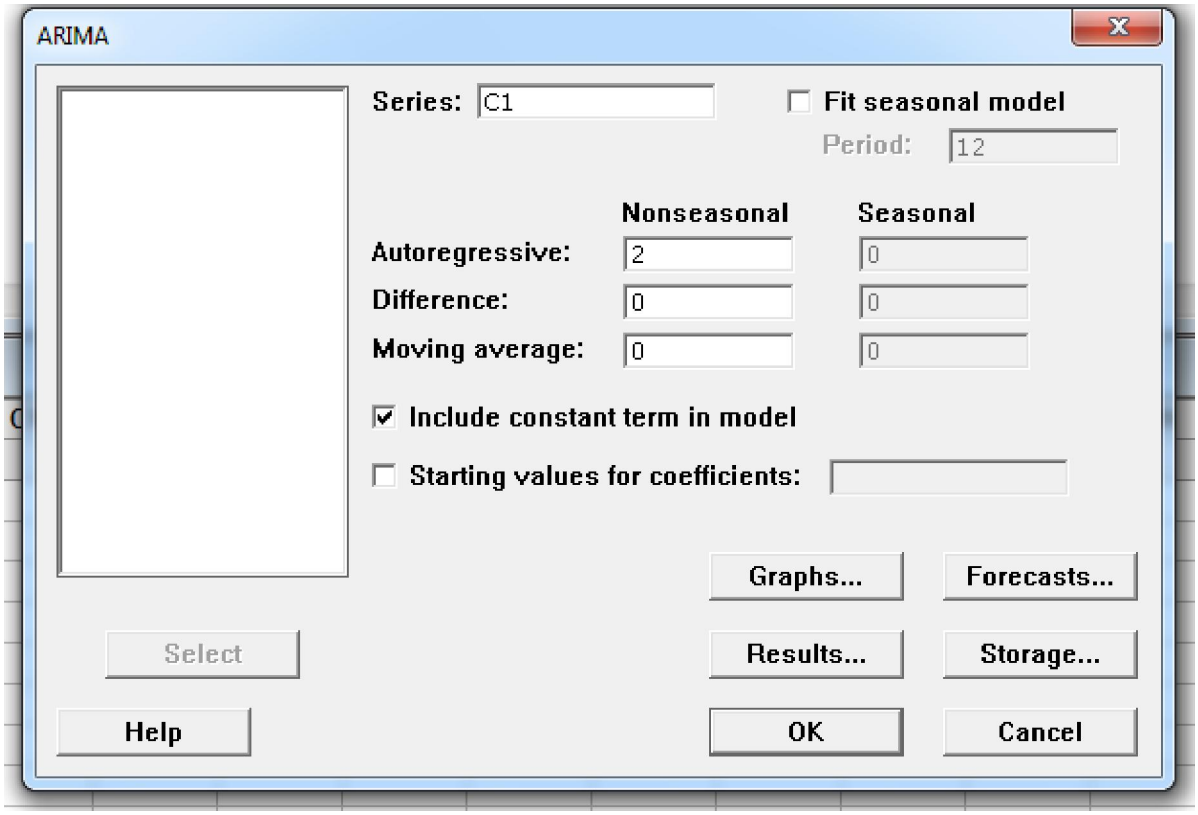


وكما نلاحظ، فإن دالة الارتباط الذاتي الجزئي لها قيمتان فقط لا تساوي الصفر وبقية القيم لا تختلف معنويا عن الصفر (حدود الثقة هنا هي لـ ٩٥% فترة ثقة)، لذلك يمكننا القول مبدئيا أن النموذج المناسب لهذه البيانات هو AR(2) .

- نوفق البيانات في المينيتاب كما يلي:

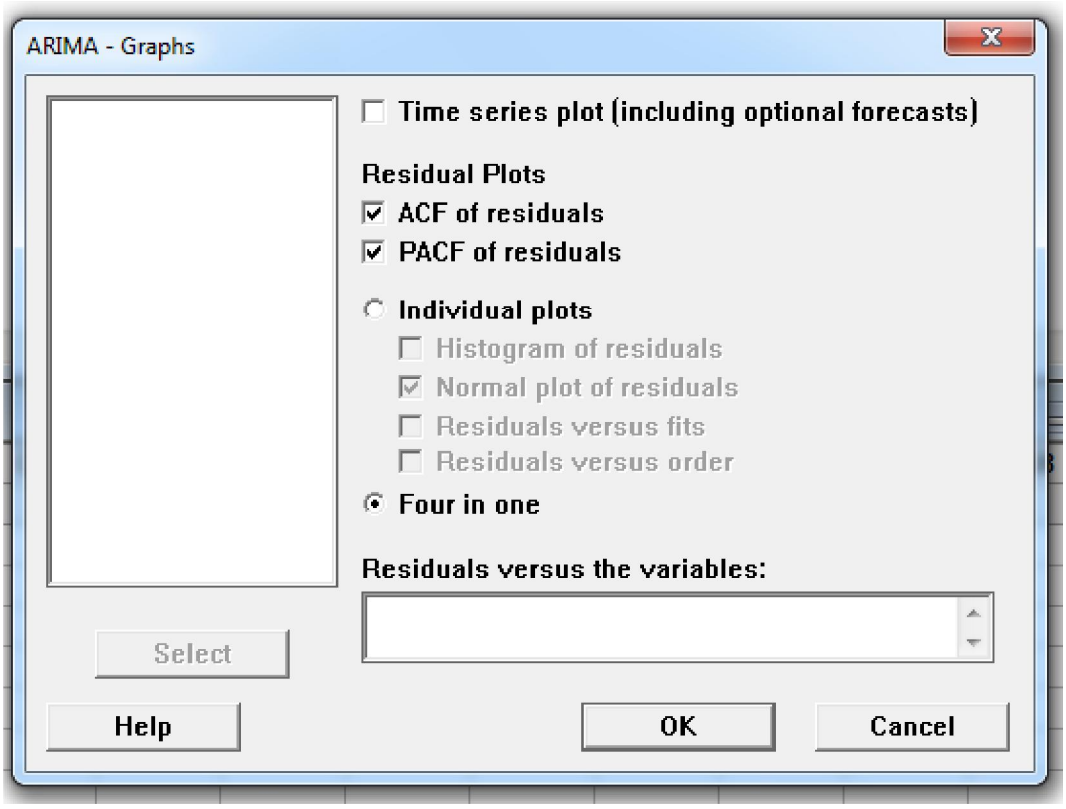
Stat ---> Time Series --->ARIMA

فتظهر لنا النافذة التالية:

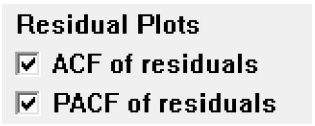


حيث اخترنا النموذج الذي نرغب من البرنامج أن يوفقه للبيانات، مثلا هنا نرغب في النموذج AR(2) .

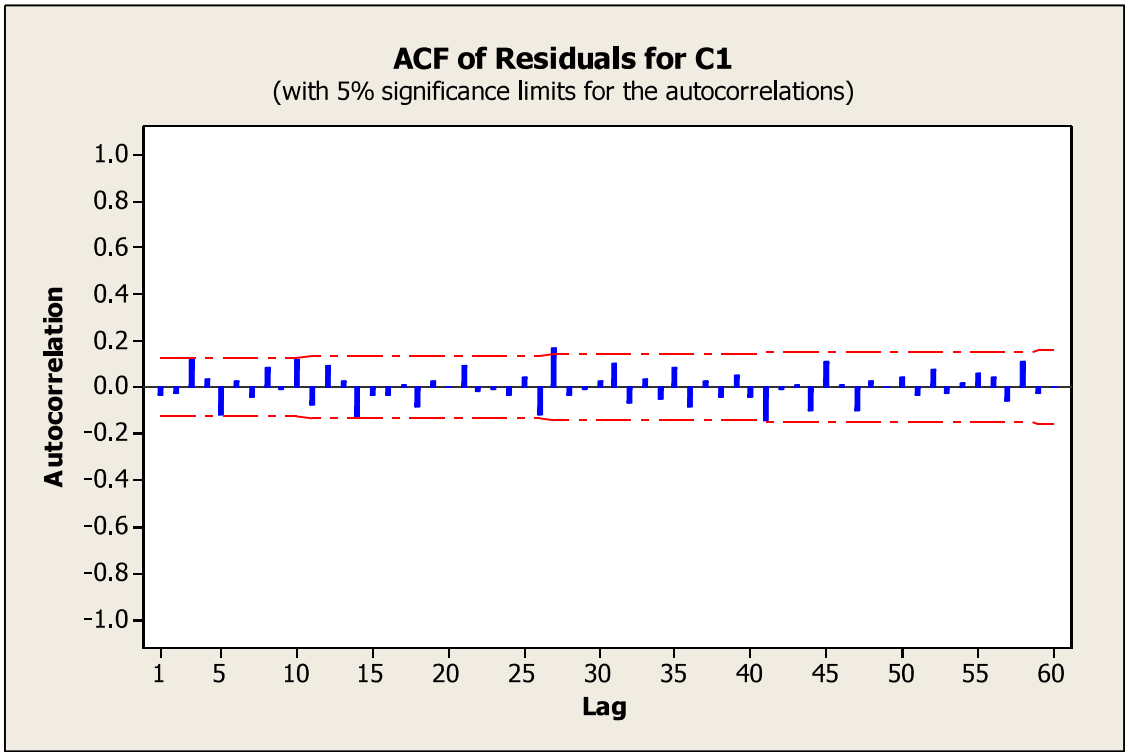
ويجب أيضا أن نحصل على بعض الرسوم التشخيصية التي تساعدنا في التعرف على جودة وملائمة النموذج الذي تم توفيقه. نختار الأمر التالي Graphs... في النافذة السابقة فيظهر لنا الشكل التالي:

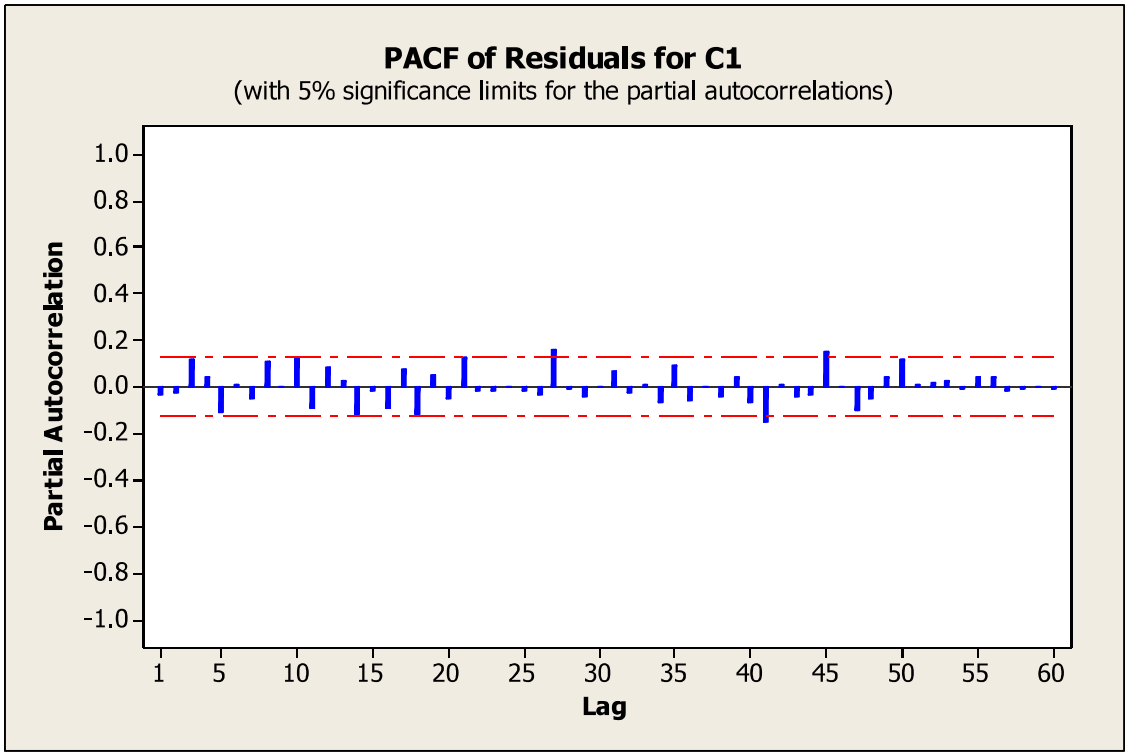


ثم نؤشر على الخيارين التاليين:



حيث سترسم لنا دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لبواقي النموذج. فإذا كان النموذج ناجحا في توفيق نمط الارتباط الموجود بين بيانات السلسلة، عندئذ نتوقع أن البواقي ستتبع عملية الضجة البيضاء، أي أنها ستكون متغيرات عشوائية مستقلة لها المتوسط صفر وتباين ثابت. لذا دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للبواقي يجب ألا يكون فيها أي دلالة على أنه بقي أي ارتباط بين البيانات:


ACF of Residuals for C1
(with 5% significance limits for the autocorrelations)
Autocorrelation
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
1
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
Lag

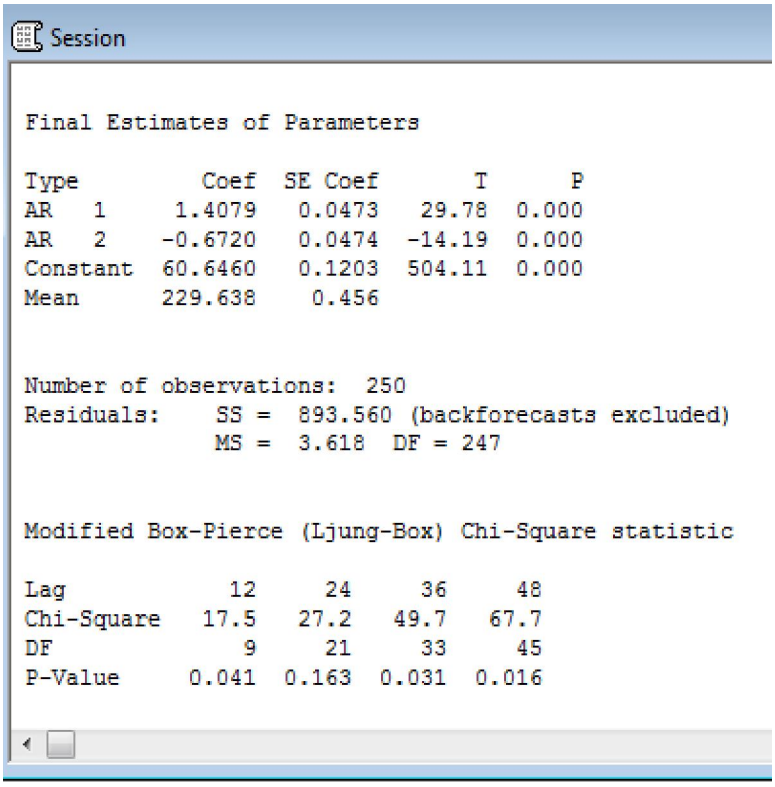

PACF of Residuals for C1
(with 5% significance limits for the partial autocorrelations)
Partial Autocorrelation
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
1
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
Lag

ومن الشكلين أعلاه، نلاحظ أنه لم يتبق أي نمط للارتباط في بواقي النموذج، (قارنهما مع دوال الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي للبيانات)، حيث أن جميع معاملات الارتباط الذاتي و الذاتي الجزئي المقدرة تقع داخل حدود فترة الثقة. أي أن النموذج نجح بالفعل في نمذجة الارتباط بين بيانات السلسلة الزمنية.

ملاحظة: لاحظ هنا أن بعض هذه القيم وخصوصا للفجوات الزمنية الكبيرة، لها معاملات ارتباط مقدرة تقع خارج فترة الثقة، هنا تذكر أننا نحسب فترة ثقة ٩٥% لهذه الارتباطات، مما يعني بأنه يمكن أن نتوقع وجود ٥% من هذه الارتباطات تقع خارج الفترة وقد يكون ذلك فقط بسبب المعاينة العشوائية للسلسلة الزمنية وليس لأن قيمها الفعلية التي تقدرها هذه المعاملات تختلف عن الصفر. لذلك إذا كانت هذه القيم لا تقع في فجوات زمنية يمكن تفسير وجودها عندها، على سبيل المثال للبيانات الموسمية –لتكن مثلا شهرية - عندئذ قد نجد معاملات ارتباط معنوية عند الفجوات الزمنية ١٢ و/أو ٢٤ و/أو ٣٦ وهكذا، وفي هذه الحالة نفسر ذلك بأن النموذج بحالته الراهنة غير مناسب، وأنه يجب أن نضيف إليه جزءاً موسميا يفسر هذا النمط في البيانات، فنعود ونوفق هذا النموذج الجديد، ونقدر بواقيه وندرس دوال الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي له، للتأكد من خلوها من أي نمط يدل على وجود ارتباط لم تتم نمذجته بعد في البيانات.

وكما ذكرنا عند تحليلنا للبيانات في data1 لا يكفي فقط تفحص شكل دوال الارتباط الذاتي و الذاتي الجزئي لبواقي النموذج، ولكن يوجد العديد من الاختبارات عليها مثل اختبار العشوائية، واختبار أن متوسط البواقي يساوي الصفر، وأنها تتبع التوزيع الطبيعي (هذه سنحتاجها عند الحاجة لحساب فترات ثقة على التنبؤات).

الآن لنرى نتائج النموذج الذي تم توفيقه لهذه البيانات:



Session

Final Estimates of Parameters

Type		Coef	SE Coef	T	P
AR	1	1.4079	0.0473	29.78	0.000
AR	2	-0.6720	0.0474	-14.19	0.000
Constant		60.6460	0.1203	504.11	0.000
Mean		229.638	0.456		

Number of observations: 250
Residuals: SS = 893.560 (backforecasts excluded)
MS = 3.618 DF = 247

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	17.5	27.2	49.7	67.7
DF	9	21	33	45
P-Value	0.041	0.163	0.031	0.016

من نتائج توفيق النموذج أعلاه، نري أن البرنامج يزودنا بما يلي:

- معاملات AR(2) حيث أننا وفقنا النموذج $y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ للبيانات، لذلك فإن تقدير قيم المعاملات هي $\hat{\phi}_1 = 1.4079$ ، $\hat{\phi}_2 = -0.6720$ و الخطأ المعياري لهذه المقدرات هي ٠.٠٤٧٣٥ ، و 0.0474 على الترتيب و القيمة_P لاختبار الفرضية $H_0: \phi_1 = 0$ تساوي 0.000، و لاختبار الفرضية $H_0: \phi_2 = 0$ تساوي 0.000، أي أننا نرفض كلا الفرضيتين ، ونستنتج أن قيمة السلسلة عند الزمن t تعتمد على قيمتها عند الزمن t-1 والزمن t-2 ، لذلك يجب أن تبقى هاتين المعلمتين في النموذج. كما ننوه هنا إلى أن معالم النموذج تحقق شروط الاستقرار (أنظر إلى الشروط في السؤال الثالث (أ)).

- أيضا نحصل على تقدير للقيمة $\hat{\delta} = 60.6460$، وهي الجزء المقطوع من المحور y، والبرنامج يعرفها بـ Constant وهي (أرجع إلى المحاضرة) تساوي القيمة:

$$\hat{\delta} = \hat{\mu}(1 - \widehat{\phi_1} - \widehat{\phi_2}) = 229.638(1 - 1.4079 + 0.6720)$$

بالإضافة إلى القيمة_ P لاختبار الفرضية $H_0: \delta = 0$ تساوي 0.00، أي أننا نرفض الفرضية H_0 ، ونستنتج أنه يجب الإبقاء على الثابت δ في النموذج.

- ونحصل أيضا على القيمة $\hat{\mu} = 229.638$ وهي تقدير لمتوسط السلسلة المستقرة.

- التباين المقدر لـ ε_t (حدود الضجة البيضاء White Noise) هو $\widehat{\sigma_\varepsilon^2} = 3.618$ بدرجات حرية ٢٤٧ ، حيث أن عدد مشاهدات السلسلة كانت ٢٥٠ مشاهدة، وفقدنا ٣ درجات حرية عند تقديرنا للمعالم ϕ_1 و ϕ_2 و δ من البيانات. ويفيدنا تقدير التباين في إجراء اختبارات حول ثبات تباين الضجة البيضاء، وفي تكوين فترات الثقة للمعاملات المقدرة وللتنبؤات التي نحصل عليها من النموذج (سنتطرق لاحقا لهذا بالتفصيل). وتفيد كذلك عند الاختيار بين عدة نماذج مختلفة تكون جميعها مناسبة لنمذجة البيانات، حيث نختار النموذج الذي تكون فيه $\widehat{\sigma_\varepsilon^2}$ أقل ما يمكن.

٦- كما يزودنا البرنامج باختبار حول كون بواقي النموذج لا يوجد بينها ارتباط :

الفرضية هنا هي: $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_q = 0$ لأي عدد من الفجوات الزمنية q بين بواقي النموذج. وقد صمم العالمان بوكس وكوكس اختباراً لهذه الفرضية، والبرنامج يزودنا بنتيجة هذا الاختبار لعدة قيم لـ q هي ١٢، ٢٤، ٣٦، ٤٨ وهكذا . احصاءة الاختبار التي صممها بوكس وكوكس تتبع توزيع مربع كاي بدرجات حرية q-k حيث k هي عدد المعالم المقدرة في النموذج. وبالطبع نحن نرغب في قبول الفرضية H_0 أي أننا نرجو أن نموذجنا الذي رشحناه للبيانات استطاع نمذجة أغلب نمط الارتباط الموجود في البيانات، وبالتالي نتوقع عدم وجود ارتباط متبقى بين بواقي النموذج لأي عدد من الفجوات الزمنية. ونلاحظ في نتائج الجدول أعلاه أن القيم_P لهذه الاختبارات هي:

0.041, 0.163, 0.031, 0.016 و نلاحظ أنها جميعها مقبولة عند مستوى معنوية ١%، ولكن ليس عند مستوى ٥% وعلى وجه الخصوص للفجوات q=12,36, 48، ولكن في العموم يمكننا مبدئيا قبول الفرضية H_0 ونستنتج أن النموذج مناسب للبيانات. (لاحقا يمكن أن نتطرق إلى نماذج قد تناسب هذه البيانات بشكل أفضل من هذا النموذج).