جامعة الملك سعود

كلية العلوم- قسم الرياضيات

الاختبار الشهري الثاني للمقرر 151 ريض للفصل الأول 1436-1437 هـ

السؤال الأول

(أ) لتكن $R=\{(a,a);(a,c);(b,b);(b,c);(c,a);(d,d)\}$ علاقة على المجموعة $A=\{a,b,c,d\}$.
بيّن فيما إذا كانت العلاقة انعكاسية, تناظرية, تخالفية,متعدية. (4 درجات)

(ب) لتكن S علاقة معرفة على $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ كما يلي: $m\ S\ n \Leftrightarrow 4\,|\,(5m-n)$.

(i) أثبت أن S علاقة تكافؤ. (3 درجات)

(ii) أوجد $[10]$. (درجة واحدة)

(ج) لتكن T علاقة معرفة على $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ كما يلي:

يوجد عدد صحيح موجب $k\in\{1,2,3,\ldots\}$ بحيث $x\ T\ y \Leftrightarrow x=y^k$.

(i) أثبت أن T علاقة ترتيب جزئي. (3 درجات)

(ii) بين فيما إذا كانت T علاقة ترتيب كلي. (درجة واحدة)

(iii) باقتصار العلاقة T على المجموعة $\{1,2,3,4\}$, جد شكل هاس. (درجة واحدة)

السؤال الثاني

(أ) (i) أكتب الدالة البولية $f(x,y,z)=(x+yz)(y+xz')$ على شكل CSP. (درجتان)

(ii) أكتب الدالة البولية $g(x,y,z)=xy+z$ على شكل CPS. (درجتان)

(ب) لتكن $h(x,y,z)=xy'z+x'yz+x'y'z'+y'z$ دالة بولية.

(i) أوجد شكل كارنو لـ h. (درجة واحدة)

(ii) أكتب h على شكل MSP. (درجتان)

(iii) أكتب h على شكل MPS. (درجتان)

(iv) صمم شبكة عطف و فصل أصغرية مخرجها $h(x,y,z)$. (درجة واحدة)

(v) صمم شبكة مخرجها $h(x,y,z)$ باستخدام بوابات نفي العطف فقط. (درجة واحدة)

(vi) صمم شبكة مخرجها $h(x,y,z)$ باستخدام بوابات نفي الفصل فقط. (درجة واحدة)

د. برهان

إصلاح الاختبار الشهري الثاني (١٥ ريض) للفصل الأول ١٤٣٧/٣٦ هـ

السؤال الأول: (أ) $R = \{(a,a);(a,c),(b,b);(b,c);(c,a),(d,d)\}$ على $A = \{a,b,c,d\}$

• R ليست انعكاسية بما أنها لا تحتوي على العلاقة القطرية (1)
$I_A = \{(a,a);(b,b);(c,c);(d,d)\}$

• R ليست تناظرية لأن نظير (b,c) غير موجود في R. (1)

• R ليست تخالفية لأن كلا من (a,c) و (c,a) في R. (1)

• R ليست متعدية لأن $(b,c)\in R$ و $(c,a)\in R$ لكن $(b,a)\notin R$. (1)

(ب) (ii) • S انعكاسية على N لأن عندما نأخذ $m\in N$؛

(1) $4 \mid 5m-m=4m$ إذن $m\,S\,m$.

• S تناظرية على N لأن عندما نفترض أن $m\,S\,n$

فإن $4\mid 5m-n$ يعني $5m-n=4k$ فإن $n-5m=-4k$

$5n-25m=-20k \Leftarrow 5n-m=24m-20k$
$=4(6m-5k)$
$5n-m=4C$

(1) إذن $4\mid(5n-m)$

يعني $n\,S\,m$.

• S متعدية على N لأن عندما نأخذ $m,n,p\in N$ و نفترض

أن $m\,S\,n$ و $n\,S\,p$ فإن $4\mid 5m-n$ و $4\mid 5n-p$ عندئذن $5m-n=4k \Leftarrow (1)\; n=5m-4k$
$(2)\; 5n-p=4L$

بتعويض قيمة n في المعادلة (2)، $5(5m-4k)-p=4L$

(1) $25m-20k-p=4L \Leftrightarrow 5m-p=4L+20k-20m$
$5m-p=4(\underbrace{L+5k-5m})$
$5m-p=4\,C$ إذن $4\mid 5m-p$

يعني $m\,S\,p$.

- بما أن S انعكاسية، تناظرية ومتعدية على N فإن S هي علاقة تكافؤ على N.

(ث) $[0]$ لا يوجد.

1

$$[10] = \{n \in \mathbb{N} \;/\; 10 \, S \, n\}$$
$$[10] = \{n \in \mathbb{N} \;/\; 4 \mid 50-n\}$$
$$[10] = \{n \in \mathbb{N} \;/\; 50-n = 4c ,\; c \in \mathbb{Z}\}$$
$$[10] = \{(50-4c) \in \mathbb{N} \;/\; c \in \mathbb{Z}\}$$
$$[10] = \{50, 46, 42, 38, \dots, 10, 6, 2, \dots, 58, 54\}$$

1 (ج) (أ) • T انعكاسية على $\mathbb{N}$ لأن عندما نأخذ $x \in \mathbb{N}$ فإن $x = x^1$ إذن $x T x$.

• T تخالفية على $\mathbb{N}$ لأن عندما نأخذ $x, y \in \mathbb{N}$ ونفترض أن $x T y$ و $y T x$ فإن لدينا $x = y^k$ و $y = x^l$ (*)

1 حيث $k, l \in \{1, 2, 3, \dots\}$. بتعويض قيمة x في (*)، نجد أن $y = (y^k)^l = y^{kl}$ إذن $kl = 1$ وبما أن $k, l \in \{1, 2, \dots\}$ عندئذ $k = l = 1$ فنستنتج أن $x = y$.

• T متعدية على $\mathbb{N}$ لأن عندما نأخذ $x, y, z \in \mathbb{N}$ ونفترض أن $x T y$ و $y T z$ فإن (1) $x = y^k$ (2) $y = z^l$ بتعويض قيمة y في (1)،

1 نحصل على: $x = (z^l)^k = z^{lk}$ يعني $x = z^{k'}$ حيث $k' = lk \in \mathbb{N}$

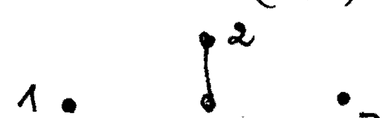
إذن $x T z$.

- بما أن T انعكاسية، تخالفية ومتعدية على $\mathbb{N}$ فهي علاقة ترتيب جزئي على $\mathbb{N}$.

1 (ب) T ليست علاقة ترتيب كلي لأنها لا تتمتع بخاصية المقارنة $3 \not T 5$ و $5 \not T 3$.

(ت) $T/\{1,2,3,4\} = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (4,2)\}$ فإن شكل هاس هو

1



السؤال الثاني :

(أ) (i)

$$f(x,y,z) = (x+yz)(y+xz')$$
$$f(x,y,z) = xy + xz' + yz + 0$$
$$f(x,y,z) = xy(z+z') + x(y+y')z' + (x+x')yz$$
$$f(x,y,z) = \underline{xyz} + \underline{xyz'} + \underline{xyz'} + xy'z' + \underline{xyz} + x'yz$$

(2) $$\boxed{CSP(f) = xyz + xyz' + xy'z' + x'yz}$$

(ii)

$$g(x,y,z) = xy + z$$

نعلم أن $CPS(g) = (CSP(g'))'$

$$g'(x,y,z) = (xy+z)' = (x'+y')\cdot z'$$
$$g'(x,y,z) = x'z' + y'z'$$
$$g'(x,y,z) = x'z'(y+y') + (x+x')y'z'$$
$$= x'yz' + \underline{x'y'z'} + xy'z' + \underline{x'y'z'}$$

إذن $CSP(g') = x'yz' + x'y'z' + xy'z'.$

(2) $$\boxed{CPS(g) = (x+y'+z)(x+y+z)(x'+y+z)}$$

(ب) (i)

$$h(x,y,z) = xy'z + x'yz + x'y'z' + y'z$$
$$= xy'z + x'yz + x'y'z' + (x+x')y'z$$
$$h(x,y,z) = \underline{xy'z} + x'yz + x'y'z' + \underline{xy'z} + x'y'z$$

(1)

	yz	$y'z$	$y'z'$	yz'
x	0	1	0	0
x'	1	1	1	0

(ii)

(2) $$\boxed{MSP(h) = y'z + x'z + x'y'}$$

(iii)

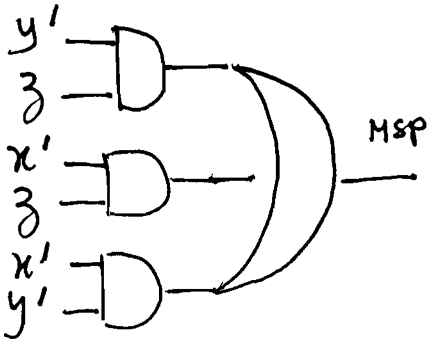
$$MPS\ h = (MSP(h'))'$$
$$MSP\ h' = yz' + xz' + xy$$

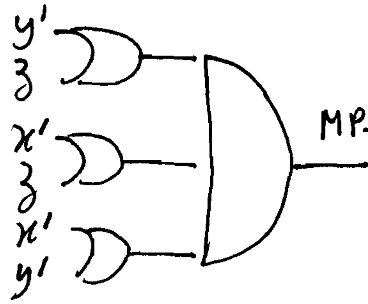
فإن

(2) $$\boxed{MPS(h) = (y'+z)\cdot(x'+z)\cdot(x'+y')}$$

(iv)

1



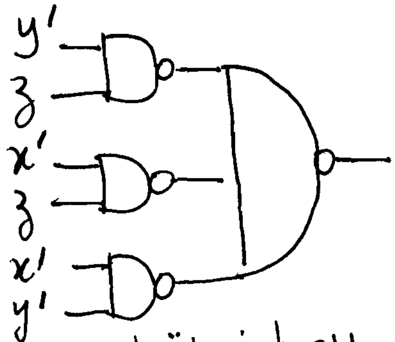


كلاهما تحتوي على 4 بوابات إذن كلاهما شبكة
عطف و فصل أصغرية مخرجها h .

(v)

$$MSP(h) = y'z + x'z + x'y'$$
$$= \left[(y'z + x'z + x'y')'\right]'$$
$$= \left[(y'z)' \cdot (x'z)' \cdot (x'y')'\right]'$$

1

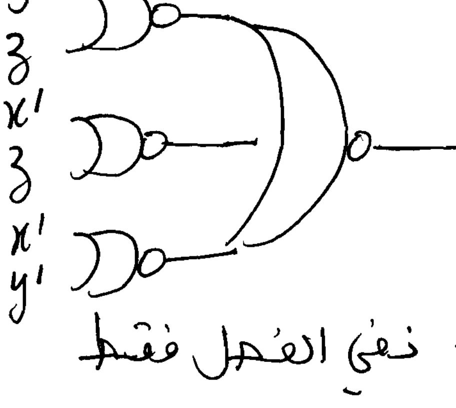


شبكة نفي العطف فقط

(vi)

$$MPS(h) = (y'+z)(x'+z)(x'+y')$$
$$= \left[((y'+z) \cdot (x'+z) \cdot (x'+y'))'\right]'$$
$$= \left[(y'+z)' + (x'+z)' + (x'+y')'\right]'$$

1



شبكة نفي الفصل فقط