د. برهان

جامعة الملك سعود	الاختبار الفصلي الثاني	الفصل الثاني 1436/1435هـ
كلية العلوم- قسم الرياضيات	في المقرر 151 ريض	الزمن: ساعة ونصف

إسم الطالب	
الرقم الجامعي	
رقم الشعبة	
مدرس المقرر	

السؤال الأول

(أ) لتكن R العلاقة المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة Z كما يلي:

$$m\,R\,n \iff 4|(m-n+8)$$

i. أثبت أن R علاقة تكافؤ. (3 درجات)

• R انعكاسية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m\in\mathbb{Z}$، نرى أن

1 mRm لأن $4|8 = 4|m-m+8$

• R تناظرية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m,n\in\mathbb{Z}$ ونفترض

أن mRn فإن $4|m-n+8$ يعني يوجد عدد صحيح k بحيث

$m-n+8=4k \Leftarrow n-m-8=-4k \Leftarrow n-m+8=-4k+16 \Leftrightarrow$

1 $n-m+8=4(4-k)=4L$ حيث $L\in\mathbb{Z}$

إذن $4|n-m+8 \Leftrightarrow nRm$.

• R متعدية على $\mathbb{Z}$ لأن عندما نأخذ $m,n,p\in\mathbb{Z}$ ونفترض

أن mRn و nRp فإن لدينا $4|m-n+8 \Leftrightarrow$ يوجد عدد صحيح k بحيث

(1) $m-n+8=4k$

كذلك nRp فإن لدينا $4|n-p+8 \Leftrightarrow$ يوجد عدد صحيح k' بحيث

(2) $n-p+8=4k'$

$(1)+(2) \Leftarrow m-p+16=4k+4k'$

1 يعني $m-p+8=4k+4k'-8 = 4(k+k'-2)=4L$ ، $4|m-p+8 \Leftrightarrow mRp$.

ii. بين فيما إذا كان $[10]=[-6]$. (درجة)

1 $10\,R\,(-6) \Leftrightarrow 4|10-(-6)+8=24$ هذا يؤدي إلى أن $[10]=[-6]$.

(ب) إذا كانت المصفوفة المقابلة هي مصفوفة علاقة التكافؤ S

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

على المجموعة $A = \{a, b, c, d, e\}$

فجد **عدد** فصول التكافؤ (برر إجابتك). (درجتان)

2

- $[a] = \{a, c\} = [c]$
- $[b] = \{b, e\} = [e]$
- $[d] = \{d\}$

فإن عدد فصول التكافؤ لـ S هو 3.

السؤال الثاني

لتكن P العلاقة المعرفة على المجموعة $\{1,2,3,6\}$ كما يلي:

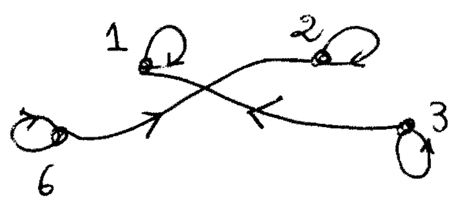
$$x\,P\,y \Leftrightarrow \frac{x}{y} \text{ عدد فردي}$$

i. اكتب العلاقة P كمجموعة أزواج مرتبة. (درجة)

1 $P = \{(1,1), (2,2); (3,3); (6,6); (3,1); (6,2)\}$

ii. مثّل العلاقة P برسم موجه. (درجة)

1



iii. أثبت أن P علاقة ترتيب جزئي. (3 درجات)

1 • P انعكاسية على $A=\{1,2,3,6\}$ لأنها تحتوي على العلاقة القطرية على A.

1 • P تخالفية لأنها تحقق الخاصية إذا كان $a\,P\,b$ و $b\,P\,a$ فإن $a=b$.

1 • P متعدية لأن $P \circ P \subseteq P$.

• طريقة ثانية: إذا كان $a\,P\,b$ فإن $\frac{a}{b}$ فردي

و $b\,P\,c$ فإن $\frac{b}{c}$ فردي

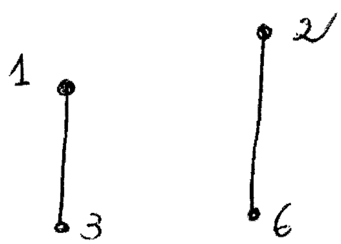
$\frac{a}{c} = \frac{a}{b}\,\frac{b}{c}$ حاصل ضرب عددين فرديين هو فردي إذن $a\,P\,c$

iv. بيَن فيما إذا كانت العلاقة P علاقة ترتيب كلي. (درجة)

P ليست علاقة ترتيب كلي لأنها لا تتمتع بخاصية المقارنة 1

$3 \not P 6$ و $6 \not P 3$.

v. أوجد شكل هاس للعلاقة P . (درجة)



1

السؤال الثالث

(أ) اكتب $f(x, y, z) = (x + y)(y' + z) + y'z$ على شكل CSP. (درجتان)

$$f(x,y,z) = xy' + xz + \underbrace{yy'}_{0} + yz + y'z$$

$$f(x,y,z) = xy'(z+z') + x(y+y')z + (x+x')yz + (x+x')y'z$$

$$= xy'z + xy'z' + \underline{xyz} + \underline{xy'z} + \underline{xyz} + x'yz + \underline{xy'z} + x'y'z$$

2

$$CSP(f) = xy'z + xy'z' + xyz + x'yz + x'y'z.$$

(ب) اكتب $g(x, y, z) = x'(y + z) + xy'$ على شكل CPS. (درجتان)

$$g(x,y,z) = x'y + x'z + xy'$$
$$g'(x,y,z) = \boxed{(x+y')\cdot(x+z')}\cdot(x'+y)$$
$$= [x + xz' + xy' + y'z'](x'+y)$$
$$= xy + xyz' + x'y'z'$$
$$= xy(z+z') + xyz' + x'y'z'$$
$$csp\, g' = xyz + xyz' + x'y'z'$$

2

$$cps\, g = (csp(g'))'$$
$$cps\, g = (x'+y'+z')(x'+y'+z)(x+y+z).$$

(ج) لتكن $h(x, y, z) = xz + yz + xyz' + x'yz$ دالة بولية.

i. أوجد شكل كارنو للدالة h. (درجة)

	yz	$y'z$	$y'z'$	yz'
x	1	1		1
x'	1			

1

ii. اكتب h على شكل MSP . (درجتان)

2

$$MSp(h) = yz + xz + xy.$$

iii. اكتب h على شكل MPS . (درجتان)

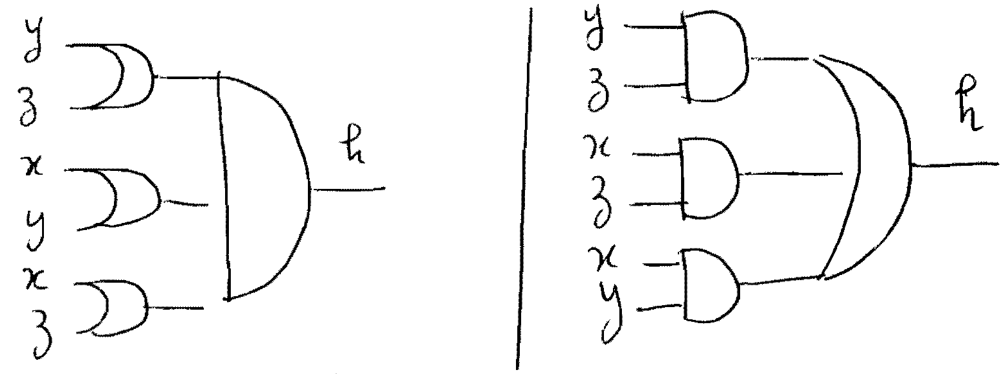
$$MPS(h) = (MSp(h'))'$$

2

$$MSp(h') = y'z' + x'y' + x'z'$$
$$MPS(h) = (y+z)(x+y)(x+z).$$

iv. صمم شبكة عطف و فصل أصغرية مخرجها h . (درجة)

1

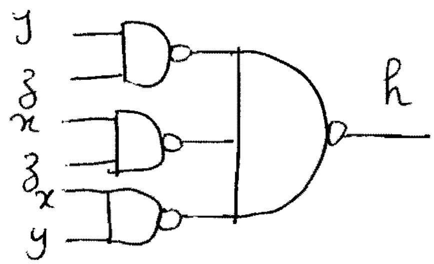


كلا هما تحتوي كل 4 بوابات اذن الشبكتين التاليتين هما شبكة عطف وفصل أصغرية

v. صمم شبكة منطقية مخرجها h باستخدام بوابات نفي العطف فقط. (درجة)

$$MSP(h) = \left[(yz + xz + xy)'\right]'$$
$$= \left[(yz)' \cdot (xz)' \cdot (xy)'\right]'$$

1



vi. صمم شبكة منطقية مخرجها h باستخدام بوابات نفي الفصل فقط. (درجة)

$$MPS(h) = \left[\left((y+z)(x+y)(x+z)\right)'\right]'$$
$$= \left[(y+z)' + (x+y)' + (x+z)'\right]'$$

1