د. برهان

جامعة الملك سعود
كلية العلوم

الاختبار الفصلي الأول
في المقرر ١٥١ ريض

الفصل الأول ١٤٣١/١٤٣٢هـ
الزمن: ساعة ونصف

الاسم: الرقم: رقم الشعبة:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦
رمز الاجابة	ب	ج	أ	د	د	ب

الجزء الأول :اختر الإجابة الصحيحة.

----

(١) العبارة $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$ هي

(أ) مخلوطة   (ب) مصدوقة   (ج) تناقض   (د) لا شيء مما ذكر

(٢)العبارة $p \wedge (\neg p \vee \neg q)$ تكافئ منطقياً العبارة

(أ) $p \rightarrow q$ (ب) $q \rightarrow p$

(ج) $\neg(p \rightarrow q)$ (د)لا شيء مما ذكر

(٣) الشكل الحجي الصحيح هو

(أ) $p \rightarrow q, \neg q \therefore \neg p$ (ب) $p \rightarrow q, \neg q \therefore p \wedge q$

(ج) $p \rightarrow q, \neg q \therefore p \vee q$ (د) لا شيء مما ذكر

(٤) المكافئ العكسي للعبارة "إذا كان 3 يقسم m و n فإن 3 يقسم m+n" هو

(أ) إذا كان 3 لا يقسم m و n فإن 3 لا يقسم m+n.

(ب) إذا كان 3 لا يقسم m أو لا يقسم n فإن 3 لا يقسم m+n.

(ج) إذا كان 3 لا يقسم m+n فإن 3 لا يقسم m و n .

(د) إذا كان 3 لا يقسم m+n فإن 3 لا يقسم m أو لا يقسم n .

(٥) إذا كانت R و S علاقتين على $A = \{a,b,c\}$ بحيث

$$R = \{(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(c,c)\}$$
$$S = \{(a,a),(b,b),(b,c),(c,b)\}$$

فإن مصفوفة العلاقة $S \circ R$ هي

(أ) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(ج) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(٦) إذا كانت T و W علاقتين على $E = \{x,y,z\}$ بحيث

$$T = \{(x,x),(x,z),(y,x),(z,y)\}$$
$$W = \{(x,y),(x,z),(y,y),(y,z)\}$$

فإن العلاقة $(T \cap W^{-1}) \cup (T^{-1} \cap W)$ هي

(أ) $\{(x,x),(y,x),(y,z)\}$

(ب) $\{(x,y),(y,x),(y,z),(z,y)\}$

(ج) $\{(x,y),(y,z),(z,y),(z,z)\}$

(د) $\{(y,x),(y,z),(z,x)\}$

الجزء الثاني:أجب عن الأسئلة التالية.

---

(١) استخدم المبدأ الأول للاستقراء الرياضي لإثبات أن $n^2-7n+12 \geq 0$ لكل عدد صحيح $n \geq 3$.

نضع $P(n)$: " $n^2-7n+12 \geq 0$ " , $n \geq 3$

. الخطوة الأساسية:

1 $n=3$, $3^2-7\times 3+12=0\geq 0$ إذن $P(3)$ صائب .

. الخطوة الاستقرائية: نأخذ $k \geq 3$, نفترض أن $P(k)$ صائب

1 (يعني $k^2-7k+12 \geq 0$) فلنثبت أن $P(k+1)$ صائب .

$$
\begin{aligned}
(k+1)^2-7(k+1)+12 &= k^2+2k+1-7k-7+12 \\
&= (k^2-7k+12)+2k-6 \\
&= \underbrace{(k^2-7k+12)}_{\geq 0}+2\underbrace{(k-3)}_{\geq 0} \\
&\geq 0
\end{aligned}
$$

2

إذن $P(k+1)$ صائب

خلاصة: لكل $n \geq 3$, $P(n)$ صائب يعني $n^2-7n+12 \geq 0$.

(٢) لتكن $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ متتالية معرفة استقرائيا كما يلي :

$$a_1 = 3, a_2 = 9, a_3 = 15$$

و $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$ لكل عدد صحيح $n \geq 4$.

أثبت أن 3 تقسم a_n لكل عدد صحيح $n \geq 1$.

نستخدم المبدأ الثاني للاستقراء الرياضي:

نضع $P(n)$: " $3/a_n$ " لكل $n \geq 1$

• الخطوة الأساسية:

2

$n=1$ ، $a_1 = 3$ ، $3/3$ إذن $P(1)$ صائب

$n=2$ ، $a_2 = 9$ ، $3/9$ إذن $P(2)$ صائب

$n=3$ ، $a_3 = 15$ ، $3/15$ إذن $P(3)$ صائب

• خطوة الاستقراء:

ليكن $1 \leq n$ ، نفترض أن $P(1), P(2), \ldots, P(n-1)$ ~~جميع~~ هذه التقارير صائبة

فلنثبت أن $P(n)$ صائب.

بما أن $P(n-1), P(n-2), P(n-3)$ صائبة إذن لدينا

$3/a_{n-3}$ ، $3/a_{n-2}$ و $3/a_{n-1}$ فإن $3/a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}$

2

و بما أن $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$ فنستنتج أن

$3/a_n$ يعني $P(n)$ صائب.

خلاصة: لكل $n \geq 1$ ، $3/a_n$.