

جامعة الملك سعود	الإمتحان النهائي للمقرر (202) رياض	الثلاثاء 1433/9/19 هـ
كلية العلوم- قسم الرياضيات	الفصل الصيفي-1433 هـ	الزمن : ثلاث ساعات .

السؤال الأول : أ) أوجد الزاوية بين المستويين :  
 $P_1: x - y + z - 3 = 0$   
 $P_2: 2x - y + z + 1 = 0$

ب) أوجد معادلة المستوي المماس للسطح :  $S: x^2 + 2xy + z^2 - 2 = 0$  عند النقطة  $P(1,0,1)$  وكذلك معادلة مستقيم الناظم لهذا المستوي عند النقطة  $P$ .

السؤال الثاني : أ) برهن أن المستويين :  
 $P_1: 4x - 2y + 6z - 3 = 0$   
 $P_2: -6x + 3y - 9z - 4 = 0$   
متوازيان وما هي المسافة بينهما

ب) احسب المشتقة الإتجاهية للدالة :  $f(x,y,z) = z^2 e^{xy}$  وفق الإتجاه عند النقطة  $P(-1,2,3)$   $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$

السؤال الثالث : أ) احسب التكامل الخطي التالي :  $\int_C (x - y)dx + xdy$  , حيث  $C$  المنحني المعرف بالعلاقة التالية :  $y = \sqrt{x}$  من النقطة  $A(1,1)$  إلى النقطة  $B(4,2)$  .

ب) لتكن  $\mathcal{R}$  منطقة مغلقة بالمنحني  $C$  , حيث  $C$  مؤلف من المنحنيين التاليين :

. احسب التكامل التالي :  $\oint_C xydx + (x + y)dy$  :  $C_1: y = x^2, C_2: y = x + 2$

السؤال الرابع : أ) برهن أن الحقل :  $\vec{F}(x,y) = 2xy\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}$  حقل محافظ على  $\mathbb{R}^2$  ثم أوجد الدالة  $f$  (دالة الجهد) التي تحقق :  $\vec{F}(x,y) = \vec{\nabla}f(x,y)$  لكل  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$  .

ب) نفرض أن  $Q$  منطقة مغلقة في  $\mathbb{R}^3$  بواسطة السطوح التالية : سطح الأسطوانة  $x^2 + y^2 = 1$  وبالمستويين :  $z = 0, z = 3$  . فإذا كان  $S$  يرمز لحدود المنطقة  $Q$  , استخدم نظرية التباعد ( divergence Theorem ) لحساب التكامل التالي :  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} ds$  . حيث

$$\vec{F}(x,y,z) = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$$

السؤال الخامس : ليكن  $S$  السطح الذي معادلته :  $z = 9 - x^2 - y^2$  حيث  $z \geq 0$  وأن  $C$  هو المنحني المغلق الناتج من تقاطع  $S$  مع المستوي  $xy$  . ليكن  $\vec{F}(x,y,z) = 3z\vec{i} + 4x\vec{j} + 2y\vec{k}$  متجه الحقل .

برهن صحة العلاقة التالية :  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S \text{curl} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds$  .