جامعة الملك سعود	الإ متحان النهائي للمقرر (209) ريض	الإثنين 1438/4/25هـ
كلية العلوم	قسم الرياضيات –الفصل الأول-1438/1437هـ	الزمن : ثلاث ساعات

السؤال الأول (8) : أ) برهن أن المتسلسة التالية : $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^n}{2^n}+\frac{2}{n(n+1)}\right]$ متقاربة وما هو مجموعها؟.

ب) اختبر تقارب أو تباعد المتسلسلات التالية :

$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln n)^2}$ ، $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n+2}}$ ، $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{2n+3}$ ، $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{5+2^n}{n!}$.

السؤال الثاني (7) : أ) أوجد متسلسلة القوى في x للدالة $f(x)=\frac{1}{2-x}$ ثم استنتج متسلسلة القوى في x للدالة $g(x)=\frac{x}{(2-x)^2}$ ، وماهي فترة تقاربها؟.

ب) أوجد فترة ونصف قطر التقارب لمتسلسلة القوى في x : $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n^2 3^n}$.

السؤال الثالث (10) : أ) أوجد متسلسلة فورييه للدالة $f(x)=x$ على الفترة $(0,2\pi)$ ، حيث

$f(x+2\pi)=f(x)$ لكل $x\in\mathbb{R}$. عند $x=\frac{\pi}{2}$ ، استنتج أن متسلسلة فورييه تحقق العلاقة التالية $\frac{\pi}{4}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ ، (استفد من العلاقة $\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)=(-1)^{n-1}$)

ب) أوجد تكامل فورييه للدالة : $f(x)=\begin{cases}-2 & ,-1\le x<0\\ 1 & ,0<x\le 1\\ 0 & ,x<-1,x>1\end{cases}$

ثم استنتج أن قيمة تكامل فورييه عند x=0 تحقق العلاقة التالية : $\int_0^{\infty} \frac{\sin\alpha}{\alpha} d\alpha = \frac{\pi}{2}$.

السؤال الرابع (15) : أ) أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية :

$ydx + x\left[\ln(\frac{x}{y}) - 1\right]dy = 0$ ، حيث $x > 0, y > 0, x \neq y$.

ب) برهن أن المعادلة التفاضلية التالية :

$(3x^2y + e^y)dx + (x^3 + xe^y - 2y)dy = 0$ ثم أوجد حلها.

ج) أوجد حل المسألة التفاضلية التالية :

$$\begin{cases} (x+1)\dfrac{dy}{dx} + (x+2)y = 2xe^{-x} \ , x > -1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$.