

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المملكة العربية السعودية
جامعة الملك سعود
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

ملخص مادة

الرياضيات

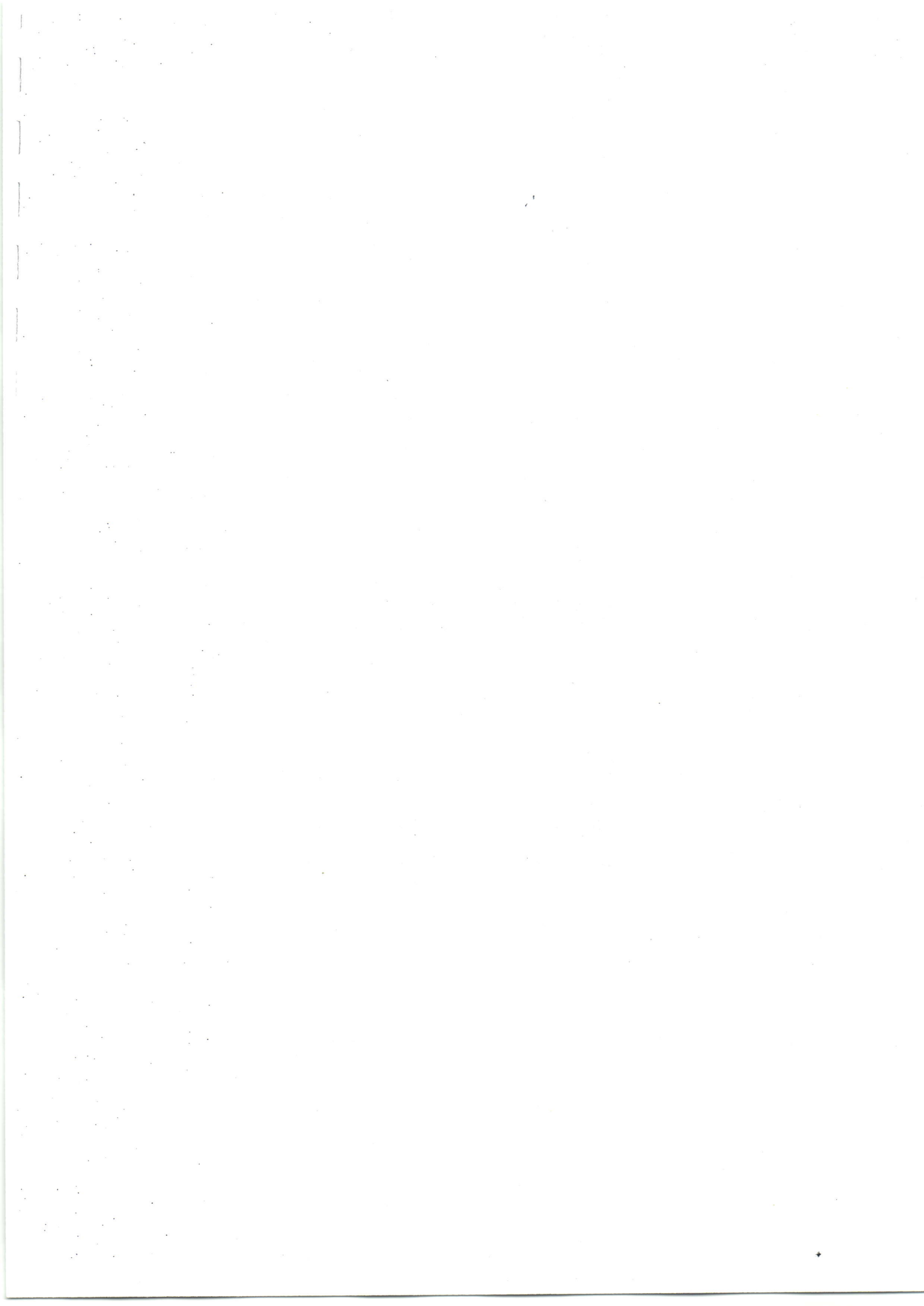
(١١٠ رياض)

محاضرات الدكتور : عبدالمحسن الهريش

heraish@ksu.edu.sa

عمل الطالب : أنور الأسري .

Anwar_asmari@hotmail.com



الماتريش - الرياضيات - المستوى الاول - عمل الطالب : أنور الأسمرعي (1)

الفصل الأول : النظام الثنائي للأعداد

(1-1) مقدمة :

عدد الأرقام b في النظام b تسمى أساس النظام ، كما سنرى أن أي عدد يمكن كتابته كاصل جمع لبعض قوى الأساس b حيث معامل قوى b المختلفة يكون أحد أرقام النظام .

(1-2) النظام العشري :

النظام العشري يتكون من عشرة أرقام يرمز لها بالرموز

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

وتمثل الأعداد الصحيحة من 0 إلى 9 على الترتيب ، وبالتالي فإن

أساس النظام العشري $b=10$.

أي عدد موجب N يمثل في النظام العشري كسلسلة من أرقام النظام ،

ويمكن أيضاً كتابته كاصل جمع لقوى 10 ، حيث معامل كل قوة أحد أرقام النظام .

مثال ① :

$N=762$ يمكن كتابته كما يلي :

$$\begin{aligned} 762 &= 7 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 2 \times 10^0 \\ &= 700 + 60 + 2 \end{aligned}$$

مثال ② (العدد الأسري) :

$N=215.421$ يمكن كتابته كما يلي :

$$\begin{aligned} 215.421 &= 2 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} \\ &= 200 + 10 + 5 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} \end{aligned}$$

(2)

x الحساب بالنظام العشري :

$$\begin{array}{r} 021.3000 \\ 167.5610 \\ + 001.2456 \\ \hline 190.1066 \end{array}$$

① الجمع Addition

$$\begin{array}{r} 79.350 \\ - 29.469 \\ \hline 49.881 \end{array}$$

② الفرع Subtraction

$$\begin{array}{r} 28.21 \\ \times 5.6 \\ \hline 16926 \\ + 141050 \\ \hline 157.976 \end{array}$$

③ الضرب Multiplication

④ القسمة Division

أقسم $387.167 : 2.55$

$$\begin{array}{r} 151.83 \\ 255 \overline{) 38716.7} \\ \underline{255} \\ 1321 \\ \underline{1275} \\ 466 \\ \underline{255} \\ 2117 \\ \underline{2040} \\ 770 \\ \underline{765} \\ 5 \end{array}$$

(3)

(3-1) النظام الثنائي :

هو نظام ترقيم الأماكن أساسه $b = 2$ ، رقمه يرمز لها 1 و 0

وسمات بالوحدات الأساسية (بيت ، Bit) للاختصار

قيم الأماكن للنظام الثنائي هي قوى الأساس $b = 2$ تمامًا كما في النظامالعشري (حيث $b = 10$)

قيم الأماكن للجزء الصحيح للعدد الثنائي هي القوى غير السالبة للعدد 2 :

$$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$$

قيم الأماكن في الجزء العشري للعدد الثنائي هي القوى السالبة للعدد 2 :

$$2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, \dots$$

الجدول التالي يوضح بعض قوى العدد 2 :

قوى 2	القيمة العشرية
2^9	512
2^8	256
2^7	128
2^6	64
2^5	32
2^4	16
2^3	8
2^2	4
2^1	2
2^0	1
2^{-1}	0.5
2^{-2}	0.25
2^{-3}	0.125
2^{-4}	0.0625
2^{-5}	0.03125

التحويل من عشري إلى ثنائي :

يمكن إيجاد التمثيل الثنائي لعدد عشري N بتحويله من جزء الصحيح N_I وجزء الكسري N_F كل على حده ، نوضح المثال التالي :

مثال (1) : حول العدد العشري $N = 109.78125$ إلى عدد ثنائي

الحل

(أ) الجزء الصحيح $N_I = 109$ نقسم على 2 ونوزع البتات المتتالية على 2 ونحدد عدد باقى البتات في كل مرة :

2) 109	1
2) 54	0
2) 27	1
2) 13	1
2) 6	0
2) 3	1
1	1

(ب) الجزء الكسري $N_F = 0.78125$ نحوله بالضرب N_F ، والأجزاء الكسرية الناتجة

من الضرب في 2 ونحدد الجزء الصحيح الناتج من الضرب ، كالتالي :

$0.78125 \times 2 = 1.56250$	1
$0.56250 \times 2 = 1.1250$	1
$0.1250 \times 2 = 0.250$	0
$0.250 \times 2 = 0.50$	0
$0.50 \times 2 = 1.00$	1

تنتهي الحسابات عندما يكون الجزء الكسري هو الصفر

$$\therefore N = N_I + N_F = (1101101.11001)_2$$

مثال (2) : حول 13.6875 إلى عدد ثنائي ؟

2) 13	1
2) 6	0
2) 3	1
1	1

0.6875	2
1.3750	2
0.7500	2
1.5000	2
1.0000	2

$$\therefore N = 13.6875 = (1101.1011)_2$$

ملاحظة :

الطيف الثنائي للسريري منه ليس دائماً ثنائياً تماماً ، مثلاً

تحويل $N = 0.6$ كما هو هو :

الضرب	الجزء العشري
$0.6 \times 2 = 1.2$	1
$0.2 \times 2 = 0.4$	0
$0.4 \times 2 = 0.8$	0
$0.8 \times 2 = 1.6$	1

عند هذه المرحلة فإن الطريقة تعود إلى ضرب 0.6 في 2 ، هذا يعني أن الخطوات الأربع السابقة سوف تتكرر ، أي أننا سوف نحصل على الوحدات الأربع الأساسية السابقة مرة بعد مرة . أي أن :

$$N = 0.6 = (0.100110011001\dots)_2$$

(٤-١) الجمع والضرب الثنائي :

- الجمع الثنائي :

جدول الجمع للأرقام الثنائية 0, 1 يعطى بالجدول (2) والمقائفة التي نتاجها في الجمع الثنائي تعطى في الجدول (3) :

الجدول (3)		الجدول (2)		
$0 + 0 = 0$		+	0	1
$0 + 1 = 1$		0	0	1
$1 + 0 = 1$		1	1	10
$1 + 1 = 0$				
$1 + 1 + 1 = 1$				

مثال (١) :

أضرب حاصل الجمع الثنائي : (P) $110011101 + 101101111$

(ب) $1011 + 1101 + 110 + 1001 + 1011101 + 1011101$ (A)

الحل

$$\begin{array}{r}
 110011101 \quad (P) \\
 + 101101111 \\
 \hline
 1001010100
 \end{array}$$

(ب) جمع أولاً العددين الأول والثاني ثم الثالث ثم الرابع :

$$\begin{array}{r}
 1001 \\
 + 1101 \\
 \hline
 10110 \\
 + 110 \\
 \hline
 11100 \\
 + 1011 \\
 \hline
 100111
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1101101 \quad (A) \\
 + 1011101 \\
 \hline
 1000010001
 \end{array}$$

الضرب الثنائي :

قواعد الضرب العشري تنطبق أيضاً على الضرب الثنائي كما في المثال التالي :

مثال (2) :

أحسب حاصل الضرب الثنائي 1101011×10110 ؟

الضرب 1101011 في الأرقام $0, 0, 1, 0, 1, 1, 0$ كما يلي :

$$\begin{array}{r}
 1101011 \\
 \times 10110 \\
 \hline
 0000000 \\
 1101011 \\
 0000000 \\
 1101011 \\
 \hline
 1101011
 \end{array}$$

تم جمع صفوف الأعداد الخمسة الأخيرة ، في التطبيق العملي لأننا أي عملية ضرب للرقم 0 ننتقل الصف إلى أسفل (إبه وجد) تم نكتب الضرب وجمع الصفوف عند الضرب تلقياً .

$$\begin{array}{r}
 1101011 \\
 \times 10110 \\
 \hline
 11010110 \\
 1101011 \\
 \hline
 1010000010 \\
 1101011 \\
 \hline
 100100110010
 \end{array}$$

حاصل الضرب المطلوب ← 100100110010

ملاحظة : نؤكد على أنه من المهم جداً كتابة الأعداد في الأعمدة الصحيحة لعملية الضرب

مثال (3) :

أحسب حاصل الضرب الثنائي 11.01×101.1 ؟

$$\begin{array}{r}
 11.01 \\
 \times 101.1 \\
 \hline
 1101 \\
 1101 \\
 \hline
 100111 \\
 1101 \\
 \hline
 10001.111
 \end{array}$$

عدد الأماكن الثنائية في كسر حاصل الضرب ثلاثة ، وهو مجموع الأماكن الثنائية في كسري العددين المضروبين ، وهي نفس القاعدة التي طبقت في حالة الضرب العشري .

(1-5) طرح الثنائي والمهمة الثنائية :

الطرح الثنائي :

مقارن الطرح الثنائي التي نتاجها هي الأربعة المذكورة في الجدول (4)

وهي كما يلي :

	$0-0=0$
	$1-0=1$
	$1-1=0$
	$0-1=1$ مع استعارة 1 من العمود التالي

مثال (1) :

أحسب الفرق الثنائي : (P) $1011 - 1011$ (ب) $1000 - 1000$

(A) $1101 - 1101$ (S) $10101011 - 10101011$

الحل

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 1101 \\
 - 1011 \\
 \hline
 10010
 \end{array}
 \quad (P)$$

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 1000 \\
 - 10011 \\
 \hline
 101
 \end{array}
 \quad (ب)$$

$$\begin{array}{r}
 0100101 \\
 1001000 \\
 - 110111 \\
 \hline
 1001011101
 \end{array}
 \quad (A)$$

$$\begin{array}{r}
 0011001 \\
 1010101 \\
 - 110110110 \\
 \hline
 101110011
 \end{array}
 \quad (S)$$

القسمة الثنائية :

نفس الطريقة في النظام العشري وإذا كان النظام الثنائي فيه كسور فإننا نعالجها بنفس الطريقة في قسمة الأعداد العشرية ، أي نحول القاسم إلى عدد صحيح في تحريك العلامة الثنائية في كل من القاسم والمقسوم بنفس عدد الأماكن .

مثال (2) :

أحسب حاصل القسمة الثنائية : (P) $1010001 : 11$

(B) $1001 : 1001$ (A) $11100001 : 101$

الحل

<p>(A)</p> $\begin{array}{r} 101 \overline{) 11100.001} \\ \underline{101} \\ 1000 \\ \underline{101} \\ 110 \\ \underline{101} \\ 101 \\ \underline{101} \\ 0 \end{array}$	<p>(P)</p> $\begin{array}{r} 1101 \overline{) 1010001} \\ \underline{11} \\ 100 \\ \underline{11} \\ 100 \\ \underline{11} \\ 11 \\ \underline{11} \\ 0 \end{array}$
--	---

∴ خارج القسمة هو 101.101

(B)

$$\begin{array}{r} 1001 \overline{) 1110111} \\ \underline{1001} \\ 1011 \\ \underline{1001} \\ 1011 \\ \underline{1001} \\ 10 \end{array}$$

خارج القسمة هو 1101

والباقي 10

(٦-١) المكملات :

تستخدم المكملات لإتمام عملية الطرح وذلك عن طريق تحويل عليه الطرح إلى عملية جمع ، وهذا مفيد لأنه يتجنب عملية الاستعارة المتتالية من عمود آخر .

* وهناك نوعان من المكملات وهي :

(١) مكمل الأساس ناقص واحد .

(٢) مكمل الأساس .

وسوف ندرسها في النظام العشري حيث يسميان مكمل الساعات ومكمل العشرات على الترتيب ، وبذلك ندرسها في النظام الثنائي ويسميان مكمل الواحدات ومكمل الأسيئات على الترتيب .

المكملات العشرية :

(١) مكمل الساعات : نفرض A عدد عشري ، فإن مكمل الساعات للعدد A يمكن الحصول عليه بطرح كل رقم من أرقام العدد A من ٩ .

(٢) مكمل العشرات : هو مكمل الساعات مضافاً إليه ١ .

مثال (١) :

العدد A	مكمل الساعات	مكمل العشرات
81	18	19
347	652	653
9506	493	494
8520	1479	1480
751620	248379	248380

مثال (2) :

أحسب الفرق باستخدام المكملات : $7249 - 4863$ ؟

الحل

الخطوة (1) : نحسب مكمل السعات للعدد المروغ منه (4863) وهو : 5136 .

الخطوة (2) : نحسب مكمل العشرات للعدد (5136) وهو : 5137 .

الخطوة (3) : الآن نجمع مكمل العشرات 5137 مع العدد 7249 كما يلي :

$$\begin{array}{r} 7249 \\ + 5137 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7249 \\ + 5137 \\ \hline 12386 \end{array}$$

← حذف تلقائياً ①

لتأكد من صحة الحل : $\begin{array}{r} 7249 \\ - 4863 \\ \hline 2386 \end{array}$

[مثال يوضح كيف يحذف آخر رقم تلقائياً في الكمبيوتر]

مثال (3) :

نفرض أن جهاز حاسب لديه أماكن تسجيل سعاتها نقط 8 أرقام عشرية بما حسب

الفرق $852 - 361$ ؟

يظهر العدان 361 و 852 في أماكن التسجيل كما يلي :

0	0	0	0	0	8	5	2
---	---	---	---	---	---	---	---

0	0	0	0	0	3	6	1
---	---	---	---	---	---	---	---

وأشار الطرح فإن محتويات أماكن التسجيل تظهر كما يلي :

0	0	0	0	0	8	5	2
---	---	---	---	---	---	---	---

+	9	9	9	9	9	6	3	9	تكميل العشرة للعدد 361
---	---	---	---	---	---	---	---	---	------------------------

=	0	0	0	0	0	4	9	1	الفرق
---	---	---	---	---	---	---	---	---	-------

الرقم 1 الأخير فقد تلقائياً .

المكملات الثنائية :

(1) مكمل الواحدات one's Complement : إذا كان A عدداً ثنائياً فإن مكمل الواحدات

يكون الحصول عليه بطرح كل بت (رقم، Bit) من الواحد .

(2) مكمل الـ 2's Complement : هو مكمل الواحدات مضافاً إليه 1

مثال (4) :

العدد الثنائي A	مكمل الواحدات	مكمل الأثنيات
1011	0100	0101
1010011	0101100	0101101
101010100	010101011	010101100

مثال (5) :

أحسب الفرق باستخدام المكملات : $100110101 - 111010011$

الحل

الخطوة (1) : حسب مكمل الواحدات للعدد المطروح منه وهو : 011001010
 الخطوة (2) : حسب مكمل الأثنيات للعدد المراد منه وهو : 011001011
 الخطوة (3) : جمع مكمل الأثنيات مع العدد الأصلي :

$$\begin{array}{r} 111010011 \\ + 011001011 \\ \hline 101001110 \end{array}$$

يُحذف تلقائياً 1

∴ الجواب هو : 010011110

$$\begin{array}{r} 111010011 \\ - 100110101 \\ \hline 010011110 \end{array}$$

∴ الحل صحيح

This image shows a single sheet of white, lined paper, likely from a binder. The paper has rounded corners and is ruled with horizontal lines. On the left side, there are four circular binder holes. The paper is otherwise blank, with no text or markings.