

السؤال الأول

1. حدد القيم a, b لكي تصبح الدالة $x^2 + ax + b$ متعامدة علي اكل من الدوال $x + 1$ و $x - 1$ بالنسبة لضرب الداخلي : $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$
2. عين α التي تجعل $x^\alpha \in L^2(0, 1)$ ثم احسب $\|x^\alpha\|$
3. باستخدام طريقة قرام-شميدات استخرج من الدوال $x^2, x + 2, 1$ مجموعة متعامدة عياريا بالنسبة لضرب الداخلي:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

السؤال الثاني

اوجد منشور فوري للدالة

$$f(x) = x^2, \quad -\pi < x \leq \pi, \quad f(x + 2\pi) = f(x)$$

استنتج من ذلك قيم المتسلسلات

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

السؤال الثالث

اوجد القيم والدوال الذاتية للمسألة

$$y'' + \lambda y = 0, \quad -1 < x < 1$$

تحت الشروط الحدية

$$y(-1) = y(1), \quad y'(-1) = y'(1)$$