



الانحدار المتعدد

Multiple Linear regression

د. سبأ محمد علوان

أستاذ مساعد قسم الاحصاء وبحوث العمليات

جامعة الملك سعود



مقدمة

على الرغم من أهمية استخدام الإحصاء في تحليل البيانات للبحوث والرسائل العلمية فإن هناك بعض المشكلات التي قد تنشأ عن هذا الاستخدام والتي تكون غالباً بدون قصد وبسبب عدم التخصص في الإحصاء لدى البعض وبالتالي عدم الإلمام ببعض الجوانب العلمية الإحصائية الدقيقة .

وفي هذه الورشة نحاول معرفة التحليل الإحصائي المناسب من خلال طريقة سهلة وهي الأمثلة المباشرة والتي تحاكي بعض الحالات التي قد يكون فيها الباحث في مساره البحثي، مع ملاحظة أننا نركز على البحوث العلمية وبما هو متاح من الوقت لهذه الورشة .

مثال :

للمثال رقم 10 جد معاملة الانحدار بطريقة Stepwise Regression

الانحدار التدريجي Stepwise Regression

الخطوات النظرية التي تقوم عليها طريقة الانحدار التدريجي

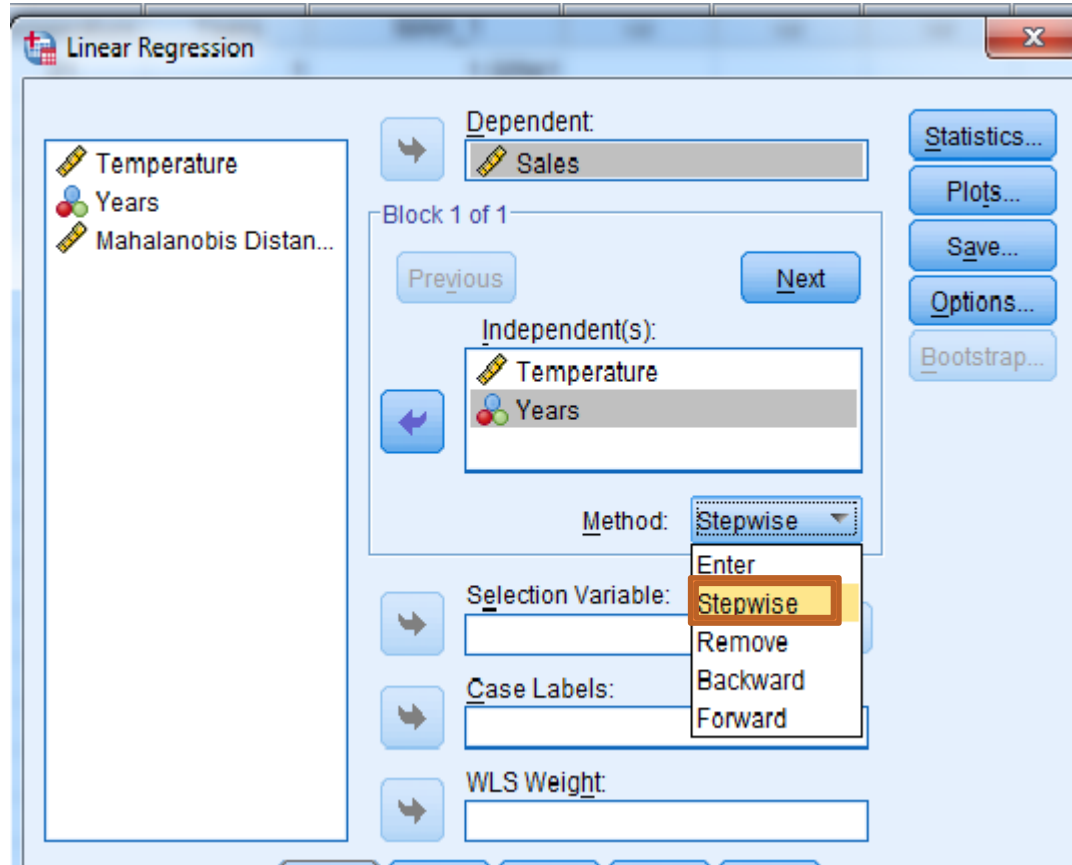
• يبدأ الانحدار التدريجي بالخطوات التالية:

1. نحسب مصفوفة الانحدار لجميع المتغيرات
2. نختار المتغير المستقل الذي له اكبر ارتباط بالمتغير التابع ندخله في معادله الانحدار
3. نختار المتغير المستقل الثانى الذى له اكبر ارتباط بعد المتغير الذى دخل المعادله فنبحث اولا هل هناك ارتباط كبير بينه وبين المتغير الذى اختير اذا كانت الاجابه بنعم يستبعد ذلك المتغير واذا كانت بلا ندخله فى الاختيار
4. نكرر هذه العمليه مع بقية المتغيرات المستقله مع استبعاد المتغيرات التى لها ارتباط كبير مع المتغيرات المختاره
5. تكون عملية الاضافه مجديه اذا كان هناك تأثير على معامل التحديد **Coefficient of Determination** (مربع معامل الارتباط) وكذلك قيمه **F** من جدول تحليل التباين
6. نتوقف عن الاضافه اذا لم يكن للاضافه تأثير على معامل التحديد وقيمة **F** المحسوبه (أو له تأثير ضعيف).

خطوات الانحدار التدريجي باستخدام SPSS

خطوات الانحدار التدريجي باستخدام SPSS

هي نفس خطوات الانحدار العياري باستثناء الخطوة التي فيها يتم اختيار الطريقة حيث سنختار Stepwise



النتائج

Variables Entered/Removed ^a			
Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Temperature		Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

الجدول الاول:

بعنوان **Variables Entered/removed** ويوضح المتغيرات الداخلة في المعادله وطريقة المعالجه ويتضح أن المتغير **temp** هو المتغير الوحيد الذي تم ادخاله في معادله الانحدار.

لاحظ أن **Temperature** هو المتغير المعنوي في طريقة الانحدار العياري

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.907 ^a	.822	.809	6.339

a. Predictors: (Constant), Temperature

b. Dependent Variable: Sales

الجدول الثاني:

بعنوان **Model Summary** ويعطى بعض المقاييس الهامه والمحسوبه من البيانات وأهمها معامل التوافق (مربع معامل الارتباط) ويستخدم للحكم على عمليه التوفيق ومنه نجد أن معادله الانحدار تمثل 80% من البيانات.

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2420.480	1	2420.480	60.228	.000 ^b
	Residual	522.453	13	40.189		
	Total	2942.933	14			

a. Dependent Variable: Sales

b. Predictors: (Constant), Temperature

الجدول الثالث:

بعنوان ANOVA وهو تحليل التباين للانحدار ويتضح أن الانحدار معنوي حيث

Sig. = 0.00 وهي أقل من 0.05

Coefficients ^a						
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-11.271	6.465		-1.743	.105
	Temperature	1.600	.206	.907	7.761	.000

a. Dependent Variable: Sales

الجدول الرابع:

بعنوان **Coefficients** ومنه يمكن ايجاد معادله الانحدار بين المبيعات ودرجة الحرارة فقط ومقدار الخطأ فى التقدير واختبار معنويه المعاملات والتقدير بفتره للمعاملات.

$$Sales = -11.271 + 1.600temp$$

Excluded Variables^a

Model	Beta In	t	Sig.	Partial Correlation	Collinearity Statistics	
					Tolerance	
1	Years	.208 ^b	.807	.435	.227	.212

a. Dependent Variable: Sales

b. Predictors in the Model: (Constant), Temperature

الجدول الخامس:

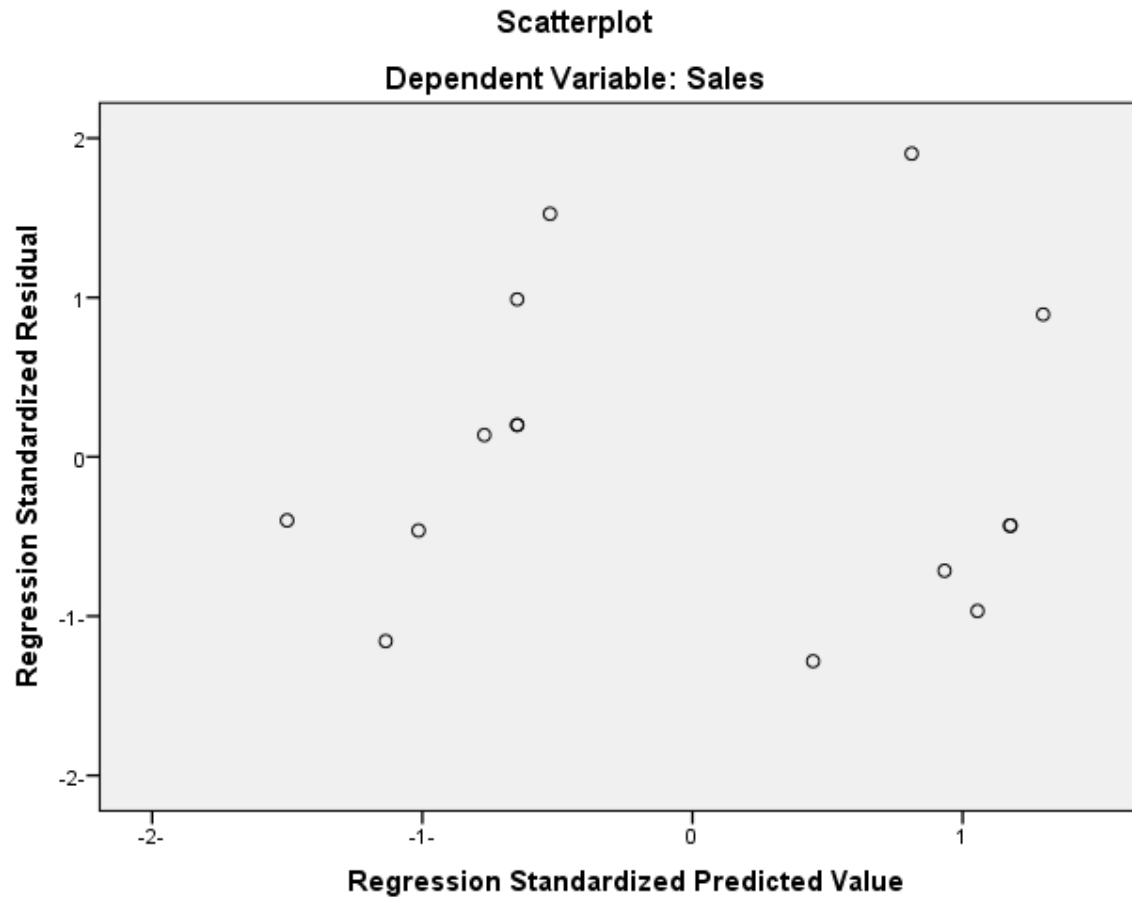
بعنوان **Excluded Variables** ويعرض بيانات تخص المتغير الذي استبعد وهو سنوات الخبرة

Residuals Statistics ^a					
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	17.53	54.33	37.27	13.149	15
Std. Predicted Value	-1.501-	1.298	.000	1.000	15
Standard Error of Predicted Value	1.803	3.024	2.289	.356	15
Adjusted Predicted Value	18.28	53.28	37.35	13.062	15
Residual	-8.134-	12.066	.000	6.109	15
Std. Residual	-1.283-	1.903	.000	.964	15
Stud. Residual	-1.338-	2.022	-.006-	1.027	15
Deleted Residual	-8.850-	13.613	-.088-	6.947	15
Stud. Deleted Residual	-1.385-	2.346	.021	1.092	15
Mahal. Distance	.199	2.253	.933	.587	15
Cook's Distance	.001	.262	.068	.072	15
Centered Leverage Value	.014	.161	.067	.042	15

a. Dependent Variable: Sales

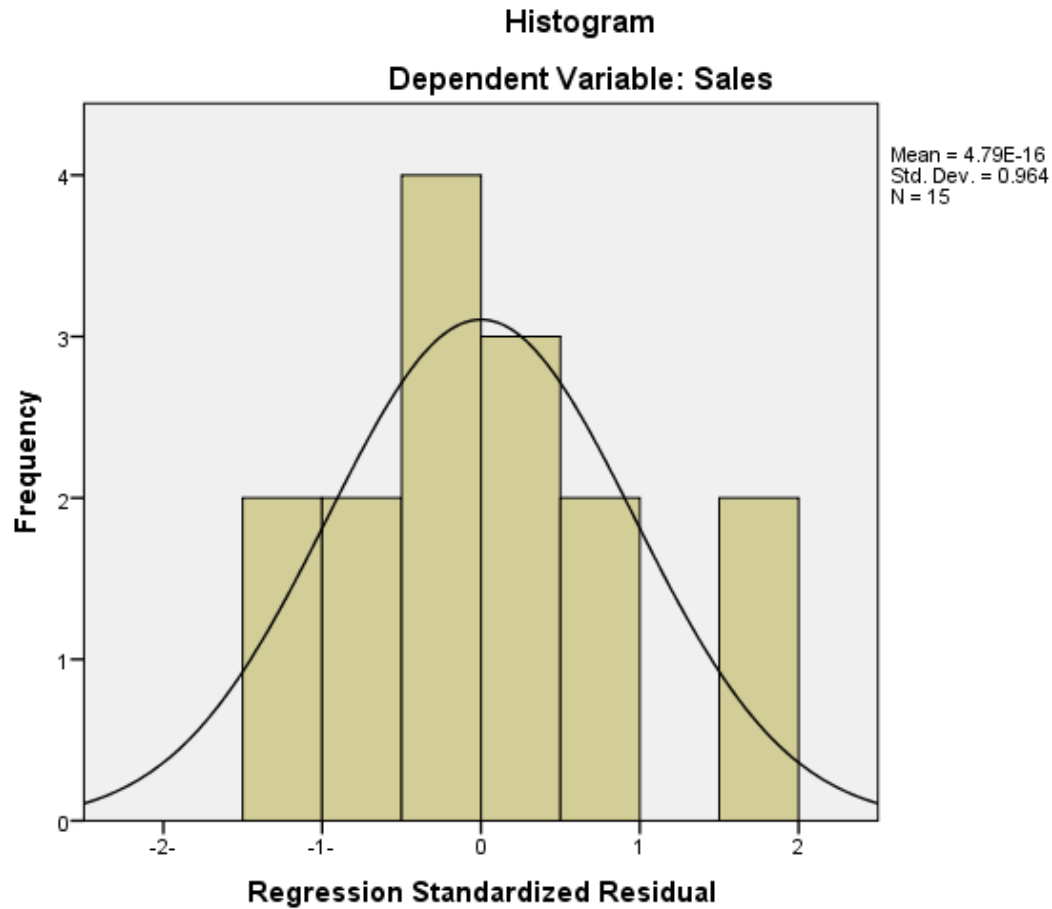
الجدول السادس:

بعنوان **Residuals Statistics** ويعرض بيانات خاصة بتحليل البواقي.



الشكل البياني الاول:

يمثل شكل الانتشار للبواقي مع القيم المتوقعة ومنه يتضح عدم وجود نمط معين للنقاط في الشكل وهذا يتسق مع شرط الخطية.

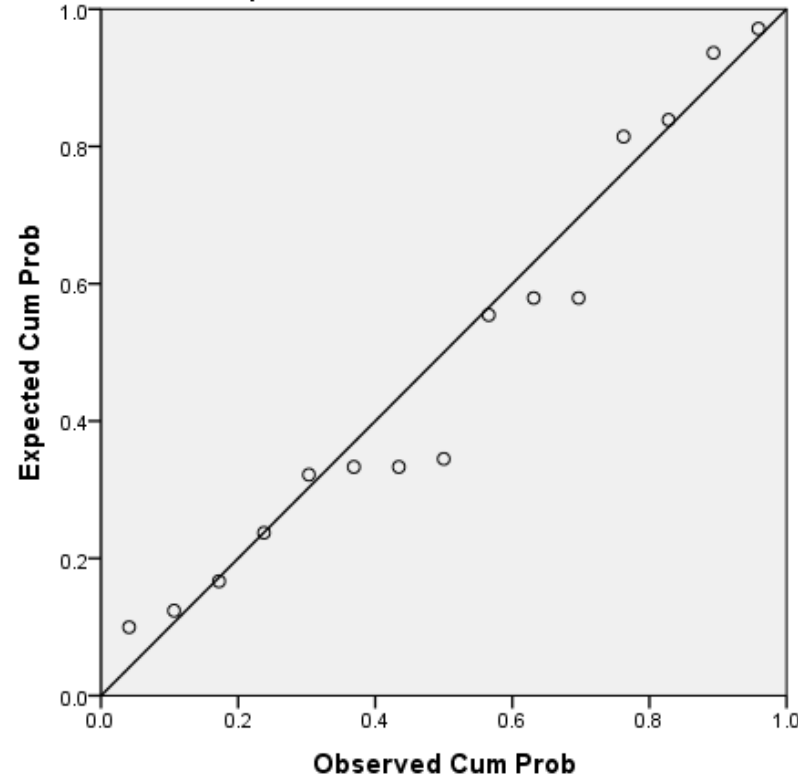


الشكل البياني الثالث:

هو المدرج التكراري ويستخدم للتعرف هل البيانات تتوزع حسب التوزيع الطبيعي أم لا؟

Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual

Dependent Variable: Sales



الشكل البياني الثاني:

يختبر هل البواقي تتبع التوزيع الطبيعي ام لا؟
ومن الشكل نجد أن النقاط تتجمع حول الخط وبالتالي فإن البيانات (البواقي)
تتوزع حسب التوزيع الطبيعي.

Hierarchical Regression

للمثال رقم 10 جد معاملة الانحدار بطريقة

الانحدار الهرمي
Hierarchical
Regression

الانحدار الهرمي

Hierarchical Regression

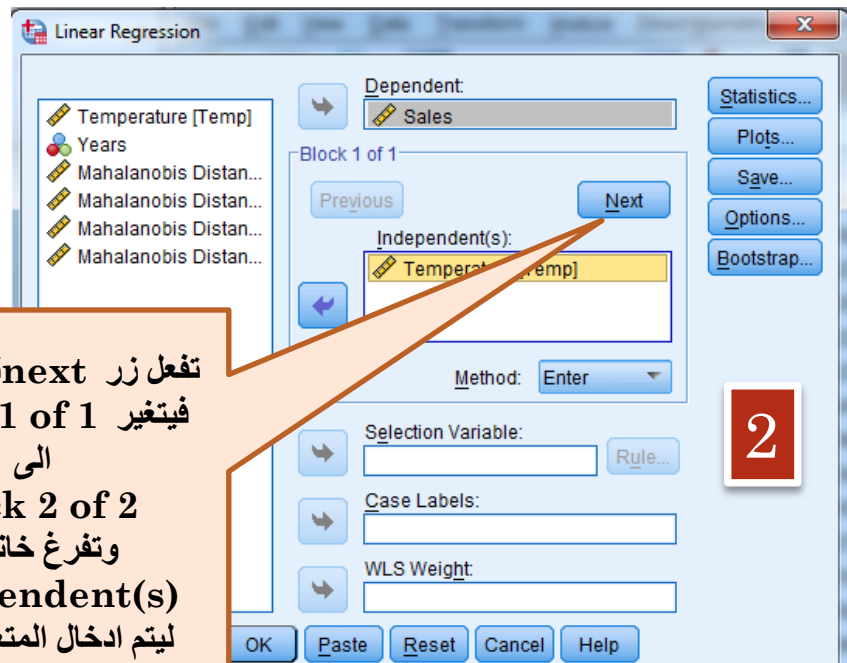
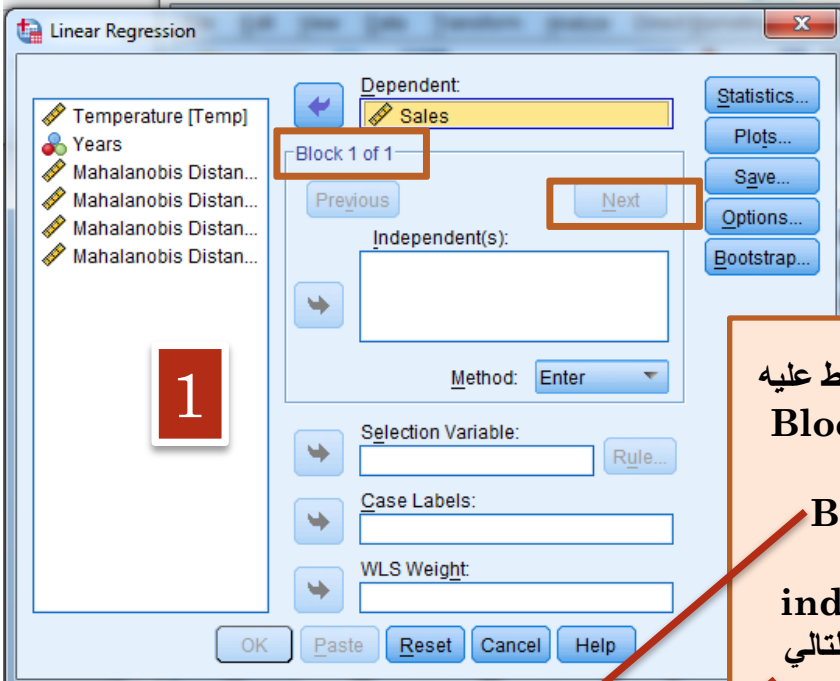
يتم في هذه الحالة استخدام الطريقة العيارية في تحديد معادلة الانحدار ولكن ليس لكل المتغيرات بل ندخل المتغيرات تباعا فندخل أول متغير ثم يليه المتغير التالي وهكذا.

يتم التخلص من كل الاختيارات السابقة وابتسط الطرق هي حفظ البيانات ومن ثم قفل البرنامج وفتحه من جديد

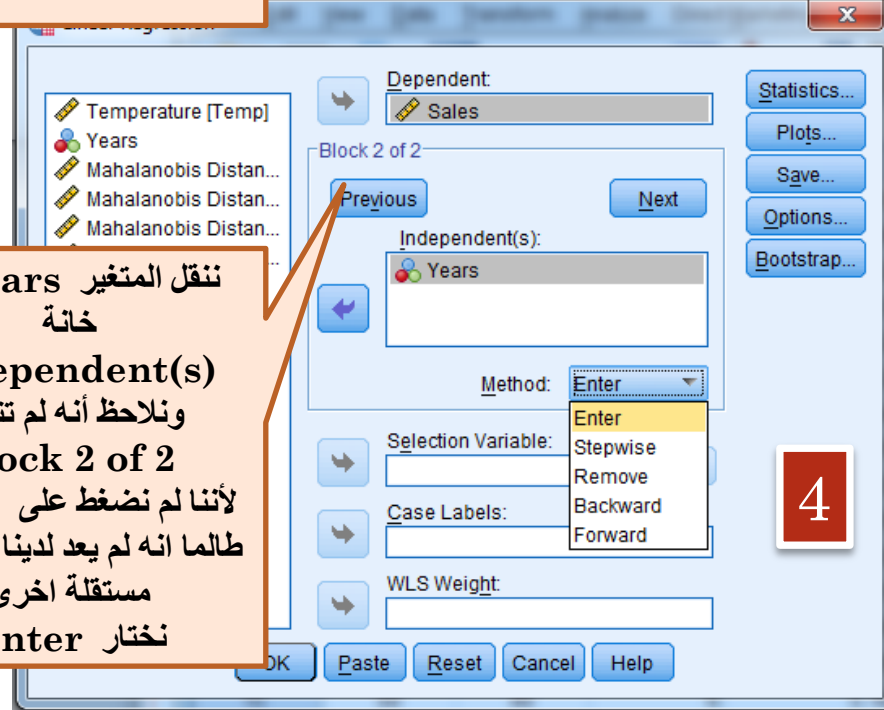
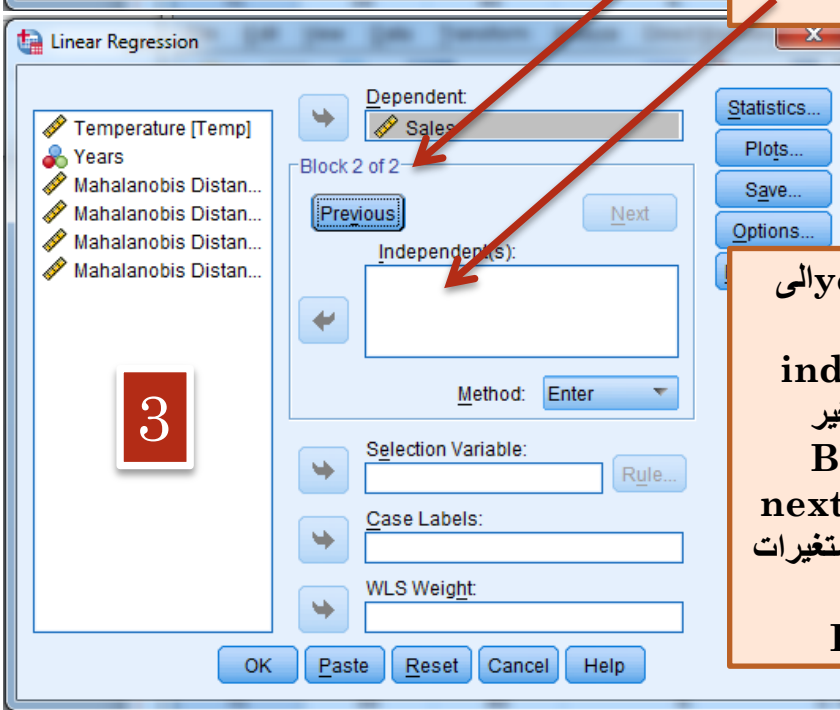
خطوات الانحدار الهرمي:

Analyze---- Regression----- Linear

لتظهر النافذة التالية



تفعل زر next نضغط عليه
فيتغير Block 1 of 1
الى
Block 2 of 2
وتفرغ خانة ال
independent(s)
ليتم ادخال المتغير التالي



ننقل المتغير years الى
خانة
independent(s)
ونلاحظ أنه لم تتغير
Block 2 of 2
لأننا لم نضغط على next
طالما انه لم يعد لدينا متغيرات
مستقلة اخرى
نختار Enter

Variables Entered/Removed^a

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Temperature ^b	.	Enter
2	Years ^b	.	Enter

a. Dependent Variable: Sales

b. All requested variables entered.

الجدول الاول:

بعنوان **Variables Entered/Removed** يوضح المتغيرات التي ادخلت للنموذج وطريقة الاختيار

Model Summary^a

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1	.907 ^a	.822	.809	6.339	.822	60.228	1	13	.000
2	.912 ^b	.832	.804	6.426	.009	.652	1	12	.435

a. Predictors: (Constant), Temperature

b. Predictors: (Constant), Temperature, Years

c. [

الجدول الثاني:

بعنوان **Model Summary** ويعطى ملخص عن النموذج لاحظ كلا من **R** **square Change, F, Sig.** نجد أن اضافة المتغير الأول **temp** معنوي وله جدوى بخلاف المتغير الثاني **years**

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2420.480	1	2420.480	60.228	.000 ^b
	Residual	522.453	13	40.189		
	Total	2942.933	14			
2	Regression	2447.388	2	1223.694	29.633	.000 ^c
	Residual	495.546	12	41.295		
	Total	2942.933	14			

a. Dependent Variable: Sales

b. Predictors: (Constant), Temperature

c. Predictors: (Constant), Temperature, Years

الجدول الثالث:

بعنوان ANOVA ويعطى تحليل التباين لكل خطوه ادخال ومنه يتضح معنويه الانحدار فى كل خطوه.

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	-11.271	6.465		-1.743	.105		
	Temperature	1.600	.206	.907	7.761	.000	1.000	1.000
2	(Constant)	-6.993	8.428		-.830	.423		
	Temperature	1.275	.454	.722	2.807	.016	.212	4.721
	Years	1.907	2.362	.208	.807	.435	.212	4.721

الجدول الرابع:

يعنوان **Coefficients** ومنه يحسب خط الانحدار المقترح (المقدر) واختبار معنوية المعاملات وخطأ التقدير. ومن الجدول نجد أن:

1. الخطوة الاولى تم ادخال درجات الحرارة **temp** وكان الانحدار معنوي.
2. الخطوة الثانية تم ادخال سنوات خبره مع درجات الحرارة فكانت غير معنوية

وعلى ذلك يكون أفضل خط مقدر هو

$$Sales = -11.271 + 1.600 temp$$

Excluded Variables^a

Model	Beta In	t	Sig.	Partial Correlation	Collinearity Statistics			
					Tolerance	VIF	Minimum Tolerance	
1	Years	.208 ^b	.807	.435	.227	.212	4.721	.212

a. Dependent Variable: Sales

b. Predictors in the Model: (Constant), Temperature

الجدول الخامس:

بعنوان **Excluded Variables** وهو خاص بالمتغيرات المستبعده

أما بقية النتائج فهي مشابهة لما سبق

حيث أن متغير sales لم يكن ارتباطه الخطي ب year معنوي فماهي العلاقة بينهما إذن؟

الانحدار غير الخطي Curve Regression

الانحدار غير الخطي Curve Regression

- يفرض أن لدينا متغيرين وأن العلاقة بينهما غير خطية. ونقصد بكلمة غير خطية أن العلاقة تأخذ أى صورة من صورة العلاقات الغير خطية مثل الدرجة الثانية أو الثالثة ... الخ.
- وقد تكون العلاقة بينهما أسية أو لوغاثيمية أو ... الخ.
- وتساعد الحزمة **SPSS** على ايجاد معادلة الانحدار فى حالة الانحدار الغير خطى وكذلك اجراء الاختبارات المعنويه اللازمة للتقدير وذلك لعدة نماذج غير خطية منها:

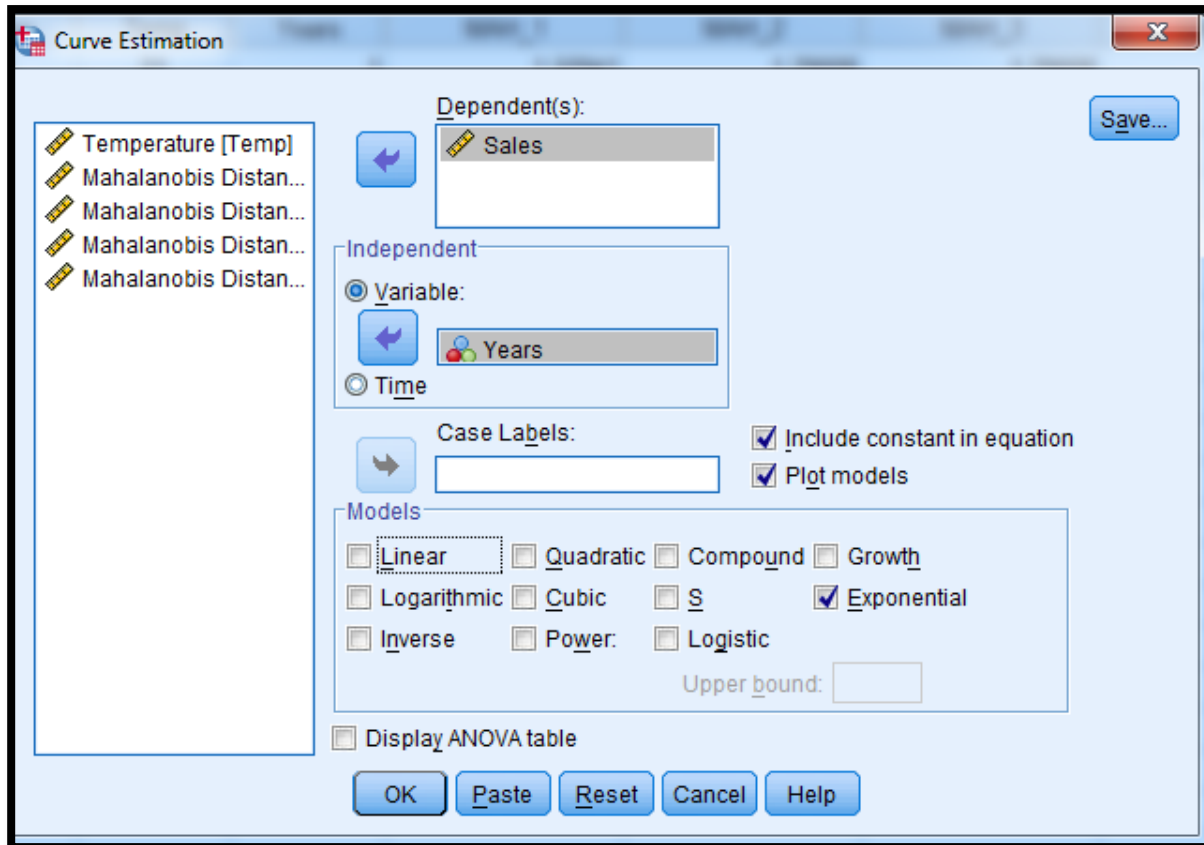
1. العلاقات الخطية **Linear** ومن الدرجة الثانية **Quadratic** والثالثة **Cubic**
2. العلاقات الآسيه **Exponential**
3. العلاقات اللوغاثيميه **Logarithmic**
4. العلاقات المعكوسه **Inverse** والعلاقات المركبه **Compound**
5. العلاقات اللوجستيه **Logistic** وعلاقة القوة **Power**

الخطوات:

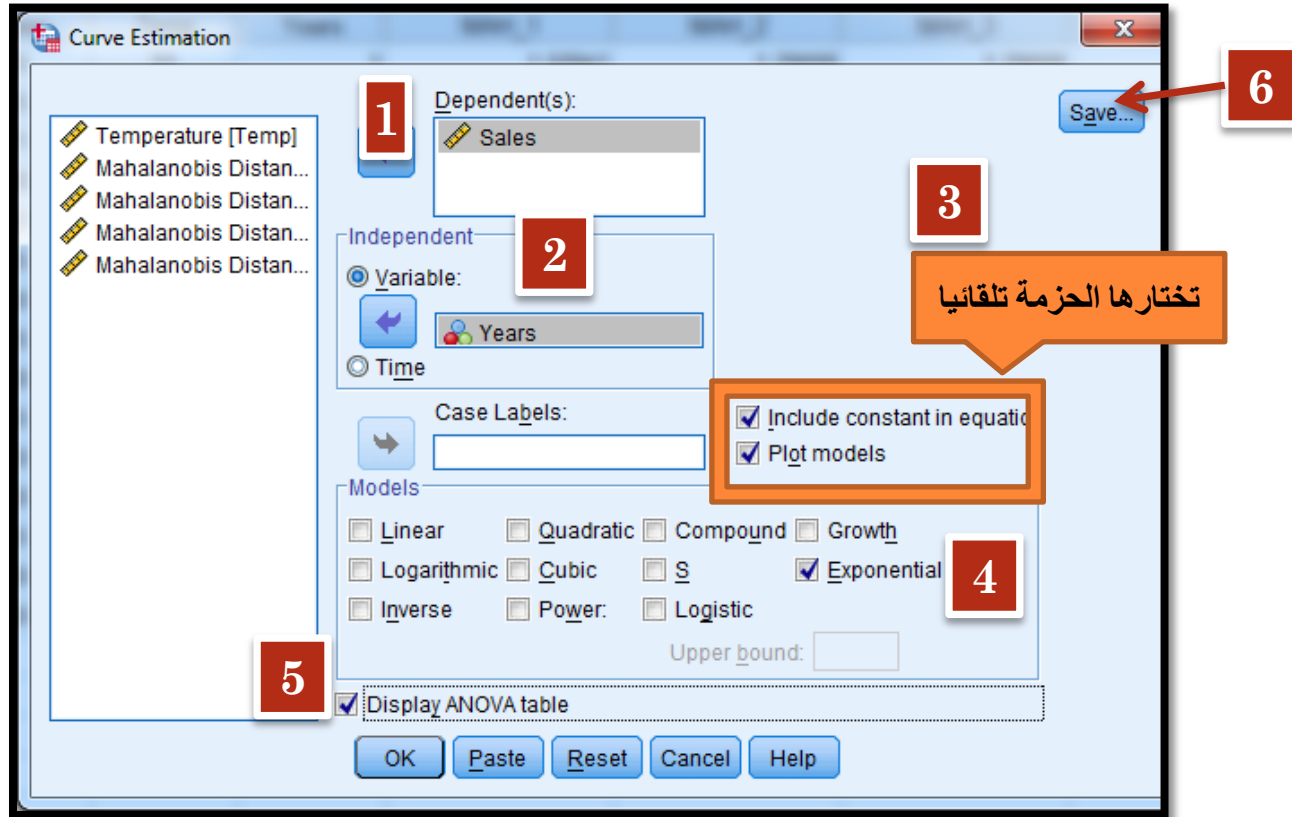
The screenshot shows the IBM SPSS Statistics Data Editor interface. The 'Analyze' menu is open, and the 'Regression' option is highlighted. The data table below shows the following values:

	Sales	Temp
1	15	21
2	15	18
3	21	22
4	28	24
5	30	25
6	35	25
7	40	26
8	35	34
9	30	25
10	45	38
11	50	40
12	60	41
13	45	39
14	60	37
15	50	40
16		
17		
18		

	MAH_2	MAH_3
41	1.29008	
36	2.25270	
75	1.02844	
21	.59403	



تظهر شاشة جديدة بعنوان **Curve Estimation** ننقل المتغير التابع **Sales** لخانة **Dependent** والمتغير المستقل **years** لخانة **Independent** مع ملاحظه الاختيار **Variable**

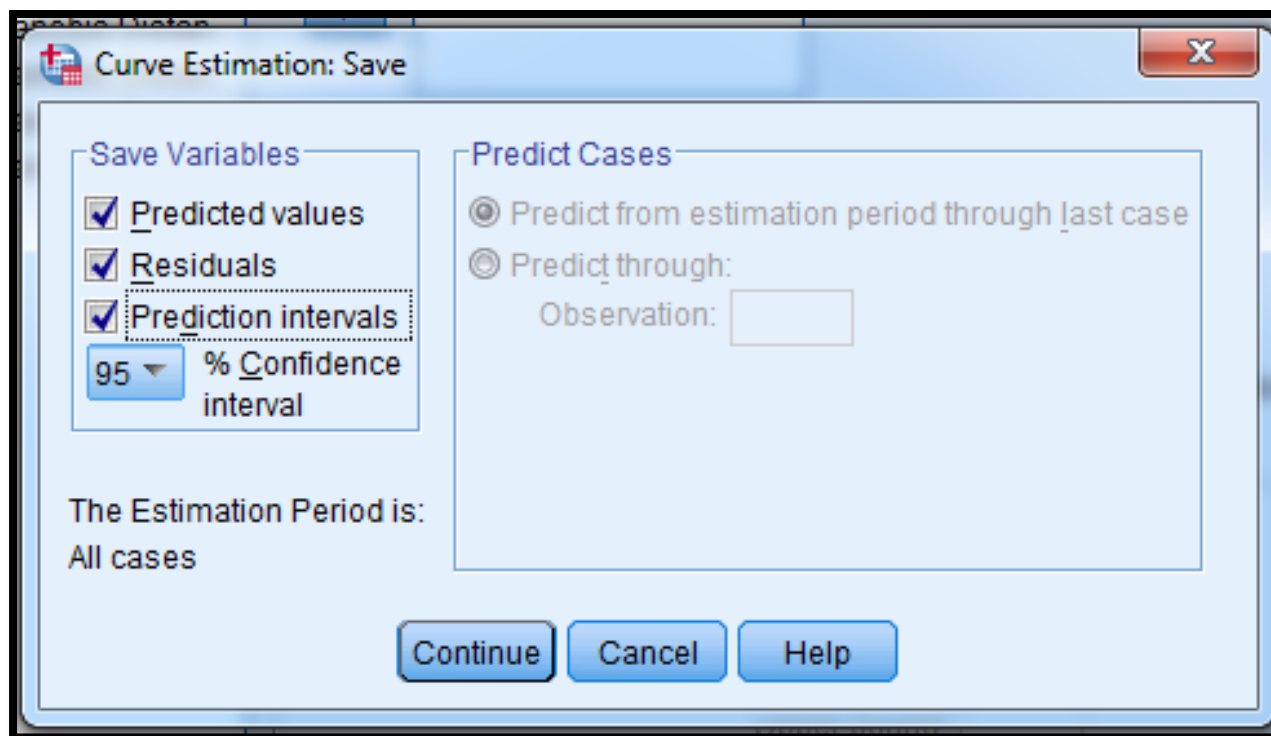


نختار شكل المنحنى المطلوب وليكن **Exponential**

نلاحظ ان الامرين **Include constant in Equation, Plot Models**

تم اختيارهما من قبل الحزمه.

تظهر شاشة جديدة بعنوان **Curve Estimation: Save** نختار منها **Predicted Values, Residuals, Predicted Interval** ونلاحظ حدود الثقة المختارة هي **95%** ويمكن تعديلها



نضغط على **Continue** فنعود للشاشة السابقه

نضغط على **Ok** فتظهر النتائج التاليه:

Model Description

Model Name		MOD_1
Dependent Variable	1	Sales
Equation	1	Exponential ^a
Independent Variable		Years
Constant		Included
Variable Whose Values Label Observations in Plots		Unspecified

a. The model requires all non-missing values to be positive.

الجدول الأول:

بعنوان **Model Description** ويحتوى على معلومات خاصة بالنموذج المحدد

اسم المتغير التابع والمستقل ونوع النموذج.

Sales

Exponential

Model Summary

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
.832	.692	.669	.256

The independent variable is Years.

الجدول الرابع:

بعنوان **Model Summary** ويعطى معامل الارتباط ومربع معامل الارتباط

وايضا مربع معامل الارتباط المصحح وخطأ التقدير.

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	1.916	1	1.916	29.237	.000
Residual	.852	13	.066		
Total	2.767	14			

The independent variable is Years.

الجدول الخامس:

بعنوان **ANOVA** ويعطى تحليل التباين لنموذج الانحدار المحدد (الانحدار الآسي) ونجد أن الانحدار معنوي.

Coefficients

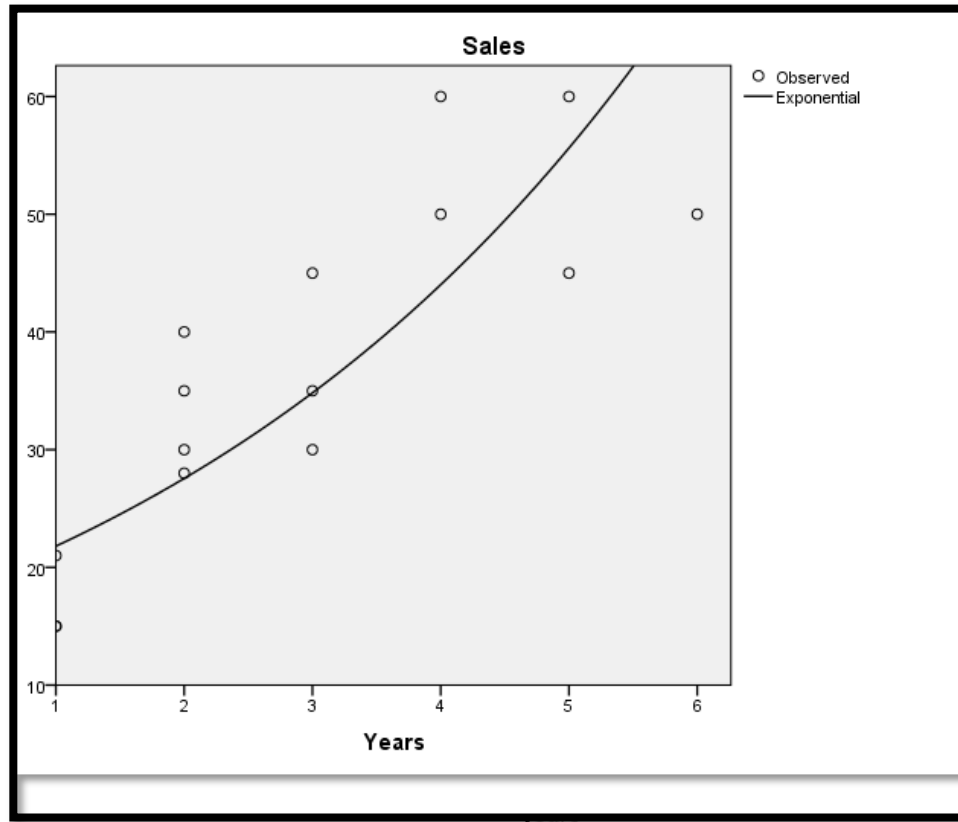
	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
Years	.234	.043	.832	5.407	.000
(Constant)	17.250	2.470		6.983	.000

The dependent variable is ln(Sales).

الجدول السادس:

بعنوان **Coefficients** ويعطى قيم معاملات نموذج الانحدار ومعنوية كل معامل على حده.

$$sales = 17.25 e^{0.23419 \text{ years}}$$



الشكل البياني: شكل الانتشار للبيانات والمنحنى المقدر للبيانات من نموذج الانحدار.

- بالعودة للملف regression.sav نجد أن الحزمة قد أضافت بعض المتغيرات الجديده

بالعودة الى ملف البيانات سنجد اضافة اربعة اعمدة

القيم المقدرة للمتغير Sales من النموذج
مثلا اول قيمة = $17.25e^{0.23419} (1)$

الايخطاء
اول خطأ = $15 - 21.80191$

*multi regression.sav [DataSet1] - IBM SPSS Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

19 : ERR_1

	Sales	Temp	Years	FIT_1	ERR_1	LCL_1	UCL_1
1	15	21	1	21.80191	-6.80191-	11.97615	39.68914
2	15	18	1	21.80191	-6.80191-	11.97615	39.68914
3	21	22	1	21.80191	-.80191-	11.97615	39.68914
4	28	24	2	27.55451	.44549	15.46236	49.10317
5	30	25	2	27.55451	2.44549	15.46236	49.10317
6	35	25	2	27.55451	7.44549	15.46236	49.10317
7	40	26	2	27.55451	12.44549	15.46236	49.10317
8	35	34	3	34.82499	.17501	19.67170	61.65099
9	30	25	3	34.82499	-4.82499-	19.67170	61.65099
10	45	38	3	34.82499	10.17501	19.67170	61.65099
11	50	40	4	44.01383	5.98617	24.64885	78.59263
12	60	41	4	44.01383	15.98617	24.64885	78.59263
13	45	39	5	55.62723	-10.62723-	30.43852	101.66031
14	60	37	5	55.62723	4.37277	30.43852	101.66031
15	50	40	6	70.30492	-20.30492-	37.10312	133.21740

الحدود العليا والدنيا لفترات الثقة
للمتغير التابع عند كل قيمة للمستقل



المراجع

- ١) ابو سريع، رضا. (٢٠٠٤). تحليل البيانات باستخدام برنامج spss ، دار الفكر، عمان.
- ٢) البشير، سعد. (٢٠٠٣)، دليلك الى البرنامج الاحصائي spss ،المعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية، العراق،
- ٣) الاختبارات الاحصائية البارامترية واللابارامترية باستخدام SPSS الاصدار السابع عشر ، د.سوسن ابراهيم أبو العلا شلبي، جامعة الملك سعود
- ٤) الارتباط والانحدار د. كامل أبو ضاهر ، الجامعة الاسلامية - غزة
- ٥) -بعض المعادلات الإحصائية المستخدمة في تحديد عينة البحث، الهزاع، هزاع محمد. فسيولوجيا الجهد البدني: الأسس النظرية والإجراءات العملية للقياسات الفسيولوجية. الفصل الرابع. كتاب مقدم للنشر.
- ٦) Multiple Regression, Abdelfatah Mustafa, Mansuora University

http://www.nca.umich.edu/sample_size_chart

<http://www.surveysystem.com/sscalc.htm>