الفهرس

1-5 حالة المنافسة الكاملة

تتميز المنافسة الكاملة بالتالي :عدد كبير من البائعين والمشترين ، السلعة أو الخدمة متجانسة ، يحاول كل مشتري أقصى إشباع وكل بائع أقصى ربح ، العلم التام بالذوق والأسعار ومقدرة المنتجات على تلبية حاجاته بالنسبة للمستهلك إما البائع هو العلم التام بكمية الإنتاج التي يمكن إنتاجها من تجميع خدمات عناصر الإنتاج وعلى علم تام بأسعار هذه الخدمات ، الخدمات الإنتاجية قابلة للتقسيم الكامل وقادرة على الانتقال بحرية تامة وأصحابها على علم تام بحالة السوق، لا توجد عوائق تنظيمية أو قانونية تقف ضد الدخول أو الخروج من أي صناعة . تتميز المنافسة الكاملة بأن المنتج لا يمكن أن يتحكم في السعر ، فالسعر يعطى له وعلية فإن المنشأة تأخذ السعر كما هو . فلو كان هدف المنشأة تحقيق أقصى ربح ممكن فإنها سوف تسعى نحو تحقيق أقصى فرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية . أي أن مشكلة المنشأة تصبح

Maximize $$\pi = TR - TC$$

حيث ..

π الربح الكلي

TR ألا يراد الكلي

TC التكلفة الكلية

ولكن ..

$$TR = PQ$$

حيث P تمثل سعر البيع و Q تمثل الكمية المباعة

وعلية نحصل على ... $\pi = Pq - C$

وعندما تعظم المنشاة الإرباح نحصل على

$$(i)\ \frac{d\pi}{dq} = 0$$

$$(ii)\ \frac{d^2\pi}{dq^2} < 0$$

ولكن

$$\frac{d\pi}{dq} = \frac{d}{dq}(pq) - \frac{dc}{dq}$$

$$\frac{d\pi}{dq} = p\frac{dq}{dq} + q\frac{dp}{dq} - \frac{dc}{dq}$$

وحيث إن السعر ثابت في حالة المنافسة الكاملة فان

$$\frac{dp}{dq}=0$$

بالتعويض نحصل على

$$\frac{d\pi}{dq}=p-\frac{dc}{dq}$$

ويتبع ذلك انه عند تعظيم الإرباح :

$$P-\frac{dc}{dq}=0$$

أو

$$P=\frac{dc}{dq}$$

$$P=Mc$$

ومن ثم تحقق المنشأة التي تعمل في ظل المنافسة الكاملة أقصى ربحا ممكنا عند مستوى الإنتاج الذي يحقق التساوي بين التكلفة الحدية والسعر أو الثمن .إما الشرط الكافي للتوازن فيتطلب :

$$\frac{d^2\pi}{dq^2}<0\rightarrow\frac{d^2c}{dq^2}<0$$

أو ...

$$\frac{d}{dq^2}(Mc)>0$$

أي لابد أن تكون التكلفة الحدية في تزايد عند نقطة التوازن . بالإضافة إلى هذه الشروط فان المنشأة لابد أن تغطي تكاليف إنتاجها في الفترة الطويلة أي انه يصبح منحنى الطلب في الفترة الطويلة مماسا لمنحنى التكاليف المتوسطة وعلية فان المنشأة التي تعمل ظل المنافسة الكاملة تحقق الأتي في الفترة الطويلة :

الثمن = التكلفة الحدية = التكلفة المتوسطة

أي أن المنشأة في المنافسة تصل إلى حجمها الأمثل في الأجل الطويل أي أن كل منشاة تنتج بأقل تكلفة ممكنة وتبيع الإنتاج بسعر يساوي هذه التكلفة . فتحتفي الأرباح الاستثنائية .وكل ما سبق من دراستنا كان في ظل المنافسة أي إن كل منشاة تنتج بأقل تكلفة ممكنة وتبيع الإنتاج بسعر يساوي هذه التكلفة . فتنخفض الإرباح الاستثنائية . هذا وسبق إن رأينا في الفصول السابقة إن الإنتاج يتم تجميع عناصر الإنتاج بشرط تحقيق اقل تكلفة ممكنة . وتصل تكلفة الإنتاج إلى أدناها عندما تتساوى الإنتاجية الحدية للوحدة النقدية الأخيرة في كافة الاستخدامات . كما أثبتنا أيضا إن ثمن كل عنصر من عناصر الإنتاج يجب إن يكون متناسبا مع إنتاجيته الحدية المادية وان وحدة التناسب تكون التكلفة الحدية . ووجدنا انه عند تحقيق توازن المنشاة يكون ثمن كل عنصر من عناصر الإنتاج مساويا لقيمة إنتاجيته الحدية ، ورأينا انه في حالة المنشاة ذو الإنتاج المتعدد التي تعمل في ظل المنافسة الكاملة تكون نسبة إثمان المنتجات ، عند التوازن ، مساوية لمعدل الإحلال الحدي بين المنتجات إذا كان استخدام عناصر الإنتاج ثابت . كما إن نسبة إثمان عناصر الإنتاج تكون مساوية لمعدل الإحلال الحدي بين العناصر إذا كانت المنتجات ثابتة وتكون نسبة ثمن عنصر الإنتاج إلى ثمن السلعة عند التوازن مساويا للإنتاجية الحدية لهذا العنصر . هذا ورأينا انه في حالة ثبات الغلة تتزايد كميات عناصر الإنتاج وكميات الإنتاج بنفس النسبة وتكون دالة الإنتاج متجانسة من الدرجة الأولى . وطبقا لنظرية اويلر فانه عند التوازن يوزع المنتج تماما بين عناصر الإنتاج طبقا لإنتاجيتها الحدية ويكون صافي العائد المعظم maximizes net revenue مساويا صفرا .

2-5 حالة الاحتكار الكامل

هي الحالة التي يكون فيها بائع واحد وعدد كبير من المشترين ، وتكون السلعة متجانسة ، والمحتكر يعتبر محددا للسعر ، فيحدد سعره طبقا للطلب على الصناعة واثر إنتاجه على هذا الطلب ، فكلما زاد إنتاجه كلما انخفض الثمن . وعليه ينحدر منحنى الطلب (أو الإيراد المتوسط) إلى أسفل ولا يمكن أن يصبح أفقيا كما هو الحال بالنسبة للمنافسة الكاملة ، وعلية يكون الإيراد الحدي له اقل من الثمن كما يتضح من العلاقة التي سبق أن أثبتناها ..

$$MR = P\left(1+\frac{1}{\eta}\right)$$

ومن المعادلة أعلاه يتضح أن المحتكر لا يرغب أبدا أن يستمر في الإنتاج إذا كان الطلب على سلعته قليل المرونة أي إذا كانت $\eta < 1$.ولتحقيق أقصى ربح ممكن يحاول المحتكر أن يعظم الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية . أي أن مشكلته تصبح :

Maximize $\pi = Pq - C$

وحيث $R = Pq$

$$P = \int(Q)$$

وعند تعظيم الأرباح نحصل على

$$(i)\ \frac{d\pi}{dq} = 0$$

$$(ii)\ \frac{d^2\pi}{dq^2} < 0$$

وحيث أن

$$\frac{d\pi}{dq}=\frac{d(pq)}{dq}-\frac{dc}{dq}$$

فانه عند التوازن

$$\frac{d}{dq}(pq)=\frac{dc}{dq}$$

أي أن المحتكر يحقق أقصى التوازن عندما MR = MC

إما الشرط الكافي للتوازن فيتطلب :

$$\frac{d^2\pi}{dq^2}<0$$

أو $\frac{d^2\pi}{dq^2}(pq)-\frac{d^2c}{dq^2}<0$

أو $\frac{d^2\pi}{dq^2}(pq)<\frac{d^2c}{dq^2}$

أو $\frac{d^2\pi}{dq^2}(MR)<\frac{d}{dq}(Mc)0$

إي أن الشرط الكافي للتوازن يتطلب أن تتزايد التكلفة الحدية بمعدل أسرع من الإيراد الحدي عند نقطة التوازن . ومن ثم شروط توازن المحتكر يمكن استنتاجها .. انه عندما يحقق المحتكر أقصى ربحا ممكنا تكون العلاقة بين الثمن والتكلفة الحدية والمرونة كالتالي $\eta=\frac{P}{p-Mc}$ ويمكن إثبات أن المحتكر الذي يحدد السعر ويترك تحديد الكميات المنتجة لظروف الطلب ، يصل إلى نفس النتيجة كالمحتكر الذي يحدد الكمية المنتجة ويترك تحديد السعر لظروف الطلب .

أ) **<u>المحتكر الذي يحدد الإنتاج ويترك ظروف الطلب تحدد السعر</u>**

في هذه الحالة نحصل على :

$$P=\int(Q)$$

$$R=PQ$$

إذن ..

$$R=Q\int(Q)$$

وعند تعظيم الربح

$$MR=Mc$$

لكن

$$MR=\frac{d(pq)}{dq}=P+\frac{dP}{dq}(q)$$

وعلية عند تحقيق أقصى ربح ممكن تكون

$$P+\frac{dP}{dq}(q)=Mc$$

وعلية ..

$$q=\frac{dq}{dP}(Mc-P)$$

وبضرب طرفي المعادلة في $\frac{P}{q}$ نحصل على ..

$$P=\frac{P}{q}\left(\frac{dq}{dP}\right)(Mc-P)$$

أو

$$P=\eta(p-Mc)$$

وعلية فإن المحتكر الذي يحدد إنتاجه ويترك السعر يتحدد بظروف الطلب يحقق أقصى ربحا ممكنا عندما ..

- يتساوى إنتاجه مع حاصل ضرب الفرق بين التكلفة الحدية والسعر في معدل تغير الطلب بالنسبة للسعر
- يتساوى سعره مع حاصل ضرب مرونة الطلب ألسعريه في الفرق بين السعر والتكلفة الحدية

ب) المحتكر الذي يحدد سعره ويترك ظروف الطلب تحدد إنتاجه

في هذه الحالة نحصل على

$$q = \int(P)$$

وعليه ...

$$R = P\int(P)$$

$$\pi = Pq - C$$

وعند تعظيم الربح نحصل على

$$\frac{d\pi}{dP} = P\left(\frac{dq}{dP}\right) + q\frac{dP}{dP} - \frac{dC}{dP} = 0$$

وعلية فان

$$P\left(\frac{dq}{dP}\right) + q = \frac{dC}{dP}$$

وبضرب الطرفين في $\frac{dP}{dq}$

نحصل على

$$P + q\frac{dP}{dq} = \frac{dC}{dq}$$

أو

$$q\frac{dP}{dq} + P = Mc$$

ومن ثم فانه

$$q = (Mc - P)\frac{dq}{dp}$$

بضرب الطرفين في $\frac{P}{q}$ نحصل على

$$P = \frac{P}{q}\frac{dq}{dp}\left(Mc - P\right)$$

أو ...

$$P = \eta\left(P - Mc\right)$$

وهي نفس النتائج التي حصلنا عليها في حالة المحتكر الذي يحدد إنتاجه ويترك السعر يتحدد بظروف الطلب .

1-2-5 توازن المحتكر الذي ينتج أكثر من سلعة

لنفترض أن محتكرا ينتج عدد n من السلع

$$q_1, q_2, \ldots\ldots, qi, \ldots., qn$$
$$P_1, P_2, \ldots\ldots, Pi, \ldots., Pn$$

$$qj = \int\left(P_1, P_2, \ldots\ldots, Pi, \ldots., Pn\right)$$

ولنفترض أن دالة التكاليف هي ..

$$C = \int\left(q_1, q_2, \ldots\ldots, qn\right)$$

فيصبح إيراده الكلي مساويا ... كالآتي $R = \sum_{i=1}^{n} Piqi$

ويصبح ربحه الكلي مساويا $\pi = \sum_{i=1}^{n} Piqi \quad - c\left(q_1, q_2, \ldots, qn\right)$ ..

او

$$\pi = \phi\left(P_1, P_2, \ldots, Pn\right)$$

ولتحقيق أقصى ربح ممكن لابد وان تتحقق الشروط الآتية .

$$(i) \qquad \frac{\partial \pi}{\partial P_i} = \frac{\partial \phi}{\partial P_i} = \phi_i = 0 \qquad (i = 1, \ldots\ldots, n)$$

$$(ii) \qquad Hj < 0$$

حيث Hj محددة هيشيان (غير المطوقة) وحيث

$$Hn = \begin{vmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{nn} & \cdots & \phi_{nn} \end{vmatrix} ..$$

وحيث

$$\phi_{ii} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_i^2}$$

$$\phi_{iij} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_i P_j}$$

2-2-5 **التميز ألسعري** price discrimination

إذا كان المحتكر يبيع سلعتين في سوقين مختلفين منعزلتين لكل منهما مرونة طلب سعريه تختلف عن الأخرى فانه في استطاعته أن يحقق أقصى ربحا ممكنا بتحديد سعر مختلف في السوقين .وإذا كان المحتكر يقوم بإنتاج السلعتين في مصنع واحد سوف تكون تكلفة إنتاجه متساوية بالنسبة للكميات التي تباع في السوقين فإذا كان يبيع الكمية q_1 في السوق الأول والكمية q_2 في السوق الثاني فان مبيعاته الكلية تساوي .. $q = q_1 + q_2$ وتكون تكاليفه

$$C = \int(q)$$
$$C = \int(q_1 + q_2)$$

إما ربحه فيساوي مجموع إيراداته من السوقين ناقصا التكلفة الكلية . ويكون إيراده من السوق الأول R1 وإيراده من السوق الثاني R2 وعليه يكون مجمل ربحه من السوقين مساويا

$$\pi = R_1(q_1) + R_2(q_2) - C(q)$$

ولتعظيم هذا الربح يتطلب الشرط الأساسي .

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = \frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 0$$

وحيث أن

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = \frac{\partial [R_1(q_1)]}{\partial q_1} + \frac{\partial [R_2(q_2)]}{\partial q_1} - \frac{\partial [C(q)]}{\partial q_1}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = MR_1 - Mc = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = \frac{\partial [R_1(q_1)]}{\partial q_2} + \frac{\partial [R_2(q_2)]}{\partial q_2} - \frac{\partial [C(q)]}{\partial q_2}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = MR_2 - Mc = 0$$

وعليه فإنه عند التوازن

$$MR_1 = Mc$$

$$MR_2 = Mc$$

أو

$$MR_1 = MR_2 = Mc$$

أي أن الإيراد الحدي لأي سوق يجب أن يكون مساويا للإيراد الحدي للسوق الأخر ومساويا للتكلفة الحدية . وهذا وسبق أن أثبتنا العلاقة الآتية بين مرونة الطلب ألسعريه والإيراد الحدي .. $MR = P\left(1 + \frac{1}{\eta}\right)$ فإذا كانت η_1 مرونة الطلب في السوق الأول وكانت η_2 مرونة الطلب في السوق الثاني نحصل على $MR_1 = MR_2$

أو

$$P_1\left(1 + \frac{1}{\eta_1}\right) = P_2\left(1 + \frac{1}{\eta_2}\right) \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\left(1 + \frac{1}{\eta_2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{\eta_1}\right)}$$

فإذا كانت

$$\eta_1 > \eta_2$$

فإن

$$\frac{P_1}{P_2} < 1$$

وإذا كانت

$$\eta_1 < \eta_2$$

فإن

$$\frac{P_1}{P_2} > 1$$

فإذا كانت

$$\eta_1 = \eta_2$$

فإن

$$\frac{P_1}{P_2} = 1$$

وعلية فإن المحتكر سوف يحدد سعر أعلى في السوق الذي يتمتع بمرونة طلب اقل

3-2-5 أثر الضرائب غير المباشرة على توازن المحتكر

إذا فرضت الحكومة ضريبة ثابتة على أرباح المحتكر فإن هذه الضريبة لا تؤثر في شروط التوازن (أي شروط تعظيم الربح) حيث إنها تضاف إلى التكلفة الثابتة وعلية لا تغير من $\frac{\partial \pi}{\partial q}$.

أما إذا فرضت الحكومة ضريبة على كل وحدة منتجة فإن التكلفة الكلية سوف تزداد بمقدار tq حيث t تمثل معدل الضريبة و q تمثل الكمية المنتجة وسوف ينتج عن هذه الضريبة نقص في كمية الإنتاج التي تحقق للمحتكر أقصى ربح ممكن ._وتكون حصيلة الدولة من فرض هذه الضريبة مساوية $T = tq$ وتصل هذه الحصيلة إلى أقصاها عندما

$$\frac{dT}{dt} = 0$$

و

$$\frac{d^2T}{dt^2} < 0$$

أما تأثير ألا عانه فيكون عكس تأثير الضرائب غير المباشرة . فإذا منحت هذه ألا عانه عن كل وحدة منتجة بمعدل s فإن التكلفة سوف تنقص بمقدار sq

3-5 حالة احتكار القلة

هي تلك الحالة التي يكون فيها عدد فليل من المنتجين(ولكن أكثر من واحد) يبيعون سلعا متجانسة (حالة احتكار القلة المتجانسة) أو سلعا غير متجانسة (حالة احتكار القلة غير المتجانس)وإذا كان هناك بائعان فقط سمي احتكار بالاحتكار المزدوج ، وفي هذه الحالة يتقاسم المنتجان السوق . ويراعي كل منهما تصرفات الآخر ويتفاعل مع هذه التصرفات برد فعل مناسب .فلو افترضنا أن هناك احتكار مزدوج بين محتكرين a,b وان المحتكر الأول ينتج كمية تساوي q_1 والآخر ينتج q_2 فإن الطلب الكلي يساوي .

$$q = q_1 + q_2$$

فلو افترضنا أن تكلفة المحتكر الأول تساوي C_1 والثاني C_2 فإن دوال التكاليف تكون ..

$$C_1 = \phi(q_1)$$

$$C_2 = \psi(q_2)$$

وإذا كانت الأرباح π_1 بالنسبة للمحتكر الأول ، π_2 للمحتكر الثاني .. وبافتراض أن الساعة متجانسة فان السعر الذي يبيع به كل منهما إنتاجه لابد وان يكون متساويا ولنفترض انه P
وعليه فإن P يكون دالة للطلب الكلي أو

$$P = \int(q)$$

وتصبح المشكلة تحديد مستوى إنتاج كل محتكر الذي يحقق له أقصى ربحا ممكنا ، لكن الربح في كل حالة يكون دالة للكمية المباعة أو

$$\pi_1 = \phi(q_1)$$

$$\pi_2 = \phi(q_2)$$

وعليه يحاول المحتكر الأول تعظيم .

$$\pi_1(q_1) = Pq_1 - C(q_1)$$

إلا أن هذا التعظيم سوف يتوقف على رد فعل المحتكر الثاني للتغير في الكمية (q_1) أي أن مستوى إنتاج المحتكر الأول الذي يحقق له أقصى ربح ممكن يتوقف على $\frac{dq_2}{dq_1}$ ويعرف هذا المعدل بمعدل الغير الظني أو التخميني ويمكننا أن نميز بين حالتين .

$$\frac{dq_2}{dq_1} = 0 \qquad (i)$$

$$\frac{dq_2}{dq_1} \neq 0 \qquad (ii)$$

<u>الحالة أ – معدل التغير الظني يساوي صفر</u>

لكي يحقق المنتج أقصى ربحا ممكنا فإن الشرط الأساسي للتوازن يتطلب :

$$\frac{d}{dq_1}\left[(Pq_1 - C(q))\right] = 0$$

حيث أن

$$\begin{aligned} Pq_1 &= q_1(gq) \\ &= q_1 \int (q_1 + q_2) \end{aligned}$$

$$q_1 \frac{d}{dq_1} f(q_1 + q_2) + f(q_1 + q_2)\frac{dq_1}{dq_1} - \frac{d}{dq_1} C(q_1) = 0$$

$$q_1 f'(q_1 + q_2)\frac{d}{dq_1}(q_1 + q_2) + f(q_1 + q_2) = \frac{d}{dq_1} C(q_1)$$

$$q_1 f'(q)\left[\frac{dq_1}{dq_1} + \frac{dq_2}{dq_1}\right] + f(q_1 + q_2) = Mc_1$$

وعلية

$$q_1 f'(q)[1 + 0] + f(q_1 + q_2) = Mc_1$$
$$q_1 f'(q) + f(q_1 + q_2) = Mc_1$$

إما المحتكر الثاني فانه يحقق أقصى ربحا ممكنا عندما

$$q_2 f'(q) + f(q) = Mc_2$$

ومن هاتين المعادلتين الأخيرتين يمكننا أن نحصل على (q_1) كدالة للمتغير q_2

أو ...

$$q_1 = \phi_1(q_2)$$
$$q_2 = \phi_2(q_1)$$

وتعرف هاتين المعادلتين بمنحنيات رد الفعل ويتوقف شكل هذه المنحنيات على دوال التكاليف . ويمكن تحديد إنتاج المحتكرين بسهولة . فإذا عرفنا مقدار q_2 أصبح من السهل تحديد مستولى الإنتاج للمحتكر الأول طبقا للدالة $\phi_1(q_2)$ وذا تحدد مستوى الإنتاج q_1 استطاع المحتكر الثاني أن يحدد إنتاجه من الدالة $\phi_2(q_1)$

أما الشرط الكافي للتوازن فيتطلب

$$\frac{d(Mc_1)}{dq_1} > \frac{d(MR_1)}{dq_1}$$
$$\frac{d(Mc_2)}{dq_2} > \frac{d(MR_2)}{dq_2}$$

<u>الحالة ب – معدل التغير الضنى لا يساوى صفر</u>

في هذه الحالة نحصل على ..

$$\frac{dq_1}{dq_2} \neq 0 \qquad (i)$$

$$\frac{dq_2}{dq_1} \neq 0 \qquad (ii)$$

وكذلك ...

وعند تعظيم المحتكر الأول لأرباحه نحصل على

$$\frac{d}{dq_1}\left[q_1 f(q_1+q_2)\right] - C_1(q_1) = 0$$

ومن هذه المعادلة نحصل على

$$(q_1) f'(q)\left[1 + \frac{dq_2}{dq_1}\right] - f(q) = Mc_1$$

وعند تعظيم المحتكر الثاني لأرباحه نحصل على $\frac{d}{dq_2}\left[q_2 f(q_1+q_2)\right] - C_2(q_2) = 0$

ومن هذه المعادلة نحصل على

$$(q_2)f'(q)\left[1+\frac{dq_1}{dq_2}\right]-f(q)=Mc_2$$

ويمكن استخدام هذه النتائج بنفس الطريقة لاشتقاق منحنيات رد الفعل . ولكن نحصل على توازن مستقر يجب أن يكون منحنيا رد الفعل للمحتكرين منحدرين إلى أسفل وذي ميل يقل عن الواحد صحيح .ويمكن توضيح توازن المحتكر في سوق القلة باستخدام المثالين الآتيين

مثال –1-

نفترض أن هناك محتكرين وان دالة تكاليفهما هي

$$C_1 = q_1^{\,2} + 8q_2 + 8$$

$$C_2 = 0.625q_2^{\,2} + 5q_1 + 5$$

ونفترض أن دالة الطلب على السلعة التي يبيعها

$$q = 200 - 10P$$

حيث q الكمية المطلوبة P السعر .

هذا وسوف نفترض أن المحتكرين يبيعان سلعتهما بنفس السعر أي أننا نفترض احتكار متجانسا بافتراض أن معدل التغير الظني يساوي صفرا يمكننا حسابه

$$Mc_1 = 2q_1 + 8$$

$$Mc_2 = 1.25q_2 + 5$$

ومن دالة الطلب نحصل على

$$f(q) = P = \frac{200-q}{10}$$
$$= 200 - 0.1q_1 - 0,1q_2$$

وحيث أن تعظيم الربح يتطلب ...

$$q_1 f'(q) + f(q) = Mc_1$$
$$q_2 f'(q) + f(q) = Mc_2$$

وعليه فإنه عند التوازن نحصل على ...

$$-0.1q_1 + 20 - 0.1q_1 - 0.1q_2 = 2q_1 + 8$$
$$-0.1q_2 + 20 - 0.1q_1 - 0.1q_2 = 1.25q_1 + 5$$

ويمكن استنتاج منحنيات رد الفعل الآتية من المعادلتين أعلاه :

$$q_1 = \frac{120 - q_2}{22}$$
$$q_2 = \frac{1500 - 10q_1}{145}$$

وبحل هاتين المعادلتين آنيا نحصل على :

$$q_1 = 5$$
$$q_2 = 10$$

أي أن المحتكر الأول يعظم ربحيته عندما ينتج 5 و حدات بينما يعظم المحتكر الثاني ربحيته عندما ينتج 10 وحدات . وسوف ينحدر السعر التوازني عند 18.5 ويمكن بسهولة التأكد من تحقيق الشرط الكافي للتوازن عند الكميات المذكورة

مثال 2 :

نفترض دالة التكاليف

$$C(q) = Aq^2 + Bq + F$$

حيث q تمثل الكمية المنتجة . ونفترض أن دالة الطلب هي

$$q = aP + b$$

حيث p ثمن الوحدة المباعة . لنفترض أن هناك محتكرين يقومان بإنتاج كميات q_1 , q_2 بنفس التكلفة المذكورة ، وان كلا منهما يحاول تعظيم ربحه . والمطلوب تحديد الكميات التي يجب أن ينتجها كل منهما ، والسعر الذي يجب أن يبيعا به حتى يحققا أقصى ربحا ممكنا .يمكن التعبير عن ربح المحتكرين كالآتي

$$\pi_1 = Pq_1 - c(q_1)$$
$$\pi_2 = Pq_2 - c(q_2)$$

حيث

$$q = q_1 + q_2 \quad = aP + b$$

يمكننا أن نميز بين أربعة حالات

أ) **<u>كل محتكر يحاول أن يعظم ربحه بافتراض أن إنتاج المحتكر الآخر مستقلا عن إنتاجه</u>**

ومعنى ذلك رياضيا أن

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \qquad ; \quad \frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0$$

او

$$\frac{\partial q_1}{\partial q_2} = 0 \qquad ; \quad \frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0$$

$$\pi_1 = Pq_1 - C(q_1)$$
$$\pi_2 = Pq_2 - C(q_2)$$

نحصل على ...

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = P + q_1 \frac{\partial P}{\partial q_1} - C`(q_1) = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = P + q_2 \frac{\partial P}{\partial q_2} - C`(q_2) = 0$$

ولكن من المعادلة ...

$$q = aP + b$$

$$\frac{\partial P}{\partial q_1} = \frac{\partial P}{\partial q_2} = \frac{1}{a}$$

ومن المعادلة

$$P + \frac{q_1}{a} - 2Aq_1 - B = 0$$

$$P + \frac{q_2}{a} - 2Aq_2 - B = 0$$

$$q = q_1 + q_2$$

بتعويض

نحصل على
$$p = \frac{b - 2Aab - 2Ba}{-a(3 - 2Aa)}$$

وهو سعر التوازن

وأيضا نحصل على
$$q_1 = q_2 = \frac{b + Ba}{(3 - 2Aa)}$$

وهي كميات الإنتاج التي تحقق التوازن لكل من المحتكرين . ويلاحظ أنها متساوية .

ب) **<u>يحاول كل محتكر أن ينتج كمية من السلعة بحيث تحقق الصناعة اكبر ربح ممكن</u> .**

يكون مجمل ربح الصناعة مساويا

$$\pi = (q_1 + q_2)p - c(q_1) - c(q_2)$$

وعند التوازن نحصل على

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = \frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 0$$
$$or \quad p + (q_1 + q_2)\frac{\partial p}{\partial q_i} - 2Aq_i - B = 0$$
$$or \quad p + \frac{aP + b}{a} - 2Aq_i - B = 0 \qquad i = 1,2$$

وبتعويض

$$q = q_1 + q_2 = ap - +b$$

نحصل على

$$p = \frac{2b - 2Aab - 2Ba}{-a(4 - 2Aa)}$$

$$and \quad q_1 = q_2 = \frac{b + Ba}{(4 - 2Aa)}$$

وتعرف هذه الحالة بظاهرة التعاون Cooperation

أ) يحاول كل منتج إن يحدد مستوى الإنتاج الذي يحقق له أقصى ربح ممكن

في هذه الحالة

$$\pi = pq - c(q)$$

وعند التوازن

$$\frac{d\pi}{dq} = 0$$

أي إن

$$p + \frac{q}{a} - 2Aa - B = 0$$

ومن ثم

$$p = \frac{b - 2Aab - Ba}{-a(2 - Aa)}$$

$$q\frac{b + Ba}{2 - 2a}$$

د) يعتبر كل محتكر الثمن محددا ويحاول يعظم ربحه

في هذه الحالة

$$\left(\frac{d\pi_1}{dq_1}\right)_{p\ constant} = 0$$

أي إن الثمن p يعتبر ثابت constant

وكذلك

$$\left(\frac{d\pi_2}{dq_2}\right)_{p\ constant} = 0$$

بالتعويض نحصل على

$$p - c`(q_1) = 0$$
$$p - c`(q_2) = 0$$

أي إن

$$p = 2Aq_1 + B = 2Aq_2 + B$$

وبتعويض المعادلة

$$Q = Aq_1 + q_2 = aP + b$$

نحصل على

$$p = \frac{Ap + B}{1 - Aa}$$

$$q_1 = q_2 = \frac{b + Ba}{2 - 2Aa}$$