الباب الثالث

الدوال اللوغاريتمية والأسية

الدالة اللوغاريتمية الطبيعية:

الدالة f التي مجالها $(0,\infty)$ ومداها R والمعرفة بالعلاقة:

$$f(x)=\int_1^x \frac{1}{t}\,dt$$

تسمى الدالة اللوغاريتمية الطبيعية، ويرمز لها بالرمز $(\ln)$، أي أن:

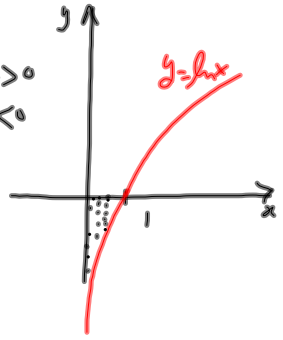
$$\ln x=\int_1^x \frac{1}{t}\,dt$$

ملاحظات:

① $\ln 1=\int_1^1 \frac{1}{t}\,dt=0$

$x>1 \Rightarrow \ln x>0$

$0<x<1 \Rightarrow \ln x<0$



② $\lim_{x\to\infty} \ln x=\infty$

$\lim_{x\to 0^+} \ln x=-\infty$

③ الدالة اللوغاريتمية الطبيعية $(\ln x)$ قابلة للإشتقاق ومشتقتها هي:

$$\frac{d}{dx}(\ln x)=\frac{1}{x}$$

أيضاً لكل $x\neq 0$ فإن:

$$\frac{d}{dx}(\ln|x|)=\frac{1}{x},\quad x\neq 0.$$

وبشكل عام إذا كانت f دالة قابلة للإشتقاق فإن:

$$\frac{d}{dx}(\ln|f(x)|)=\frac{1}{f(x)}\cdot f'(x),\quad f(x)\neq 0.$$

$$=\frac{f'(x)}{f(x)}.$$

مثال

$$\frac{d}{dx}(\ln|x^5-2x+1|)=\frac{5x^4-2}{x^5-2x+1}.$$

⑤ الدالة $(\ln x)$ تزايدية على مجالها $(0,\infty)$ لأنها مشتقتها هي $\frac{1}{x}$ وهي موجبة لكل $x\in(0,\infty)$

إذن لها دالة عكسية.