Kingdom of Saudi Arabia Ministry of Higher Education KING SAUD UNIVERSITY *Department of Mathematics* *College of Science Research Center*		المملكة العربية السعودية وزارة التعليم العالي جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات

الإختبار الثاني ا للفصل الأول (1438–1439) للمقرر 316 ريض

السؤال الأول:

لتكن $P_n(x)$ كثيرات حدود لوجوندر المتعامدة على $[-1,1]$. أوجد منشور الدالة
$f(x) = |2x-1|,\ |x|<1$ بدلالة $P_n(x)$

السؤال الثاني:

أ) أوجد مفكوك فورييير للدالة: $f_o(x)$ إذا كان $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \pi/2 \le x \le \pi \end{cases}$

أرسم بيانها و استنتج أن: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$

ب) نعرف أن كثيرات حدود لأقير $L_n(x) = \frac{1}{n!} e^{x} \frac{d^n}{dx^n}(x^n e^{-x})$ متعامدة في فضاء الدوال $\mathcal{L}^2(0,\infty; e^{-x})$
هل هي متعامدة عياريا في $\mathcal{L}^2(0,\infty; e^{-x})$

السؤال الثالث: نعرف أن: $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$

1) أوجدالقياس $\|H_n\|$

2) أي من المعادلات التالية تحققها كثيرات حدود هرميت $H_n(x)$ ثم برهنها:

أ) $2H'_n - nH_{n-1} = 0$ ، ب) $H'_n - 2nH_{n+1} = 0$ ،

ج) $H'_n - 2nH_{n-1} = 0$ ، د) $H'_n - nH_{n+1} = 0$