الاختبار النّهائي ـ المدّة: ثلاث ساعات

1 − **الهندسة الاقليديّة:** نعتبر في المستو الاقليدي $\mathbb{E}^2$ ، النّقط $A(0,1)$ ، $B(1,2)$ ، $C(2,-1)$ ، والنّقط $A'(0,0)$ ، $B'(1,1)$ ، $C'(-2,2)$.

١ـ اعط صيغة التّناظر بالنّسبة للمستقيم AC.

٢ـ بيّن أنّ المثلّثين ABC و $A'B'C'$ متطابقان وجد صيغة التّقايس الّذي يحوّل ABC إلى $A'B'C'$.

٣ـ حدّد نوع وجد عناصر تركيب التّقايسين الاقليديّين $\mathcal{T}_2 \circ \mathcal{T}_1$ حيث

$$\mathcal{T}_1 : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{T}_2 : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

2 − **الهندسة الكرويّة:** نعتبر في الكرة $\mathbb{S}^2$ ، النّقط $\xi_1\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$ ، $\xi_2\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ ، $\xi_3\left(\frac{2-2\sqrt{3}}{6},\frac{2+\sqrt{3}}{6},\frac{1+2\sqrt{3}}{6}\right)$ ، والتّحويل $\mathcal{T} : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^2$ المعرّف بـ

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

١ـ احسب أطوال أضلاع المثلّث الكروي $\xi_1\xi_2\xi_3$.

٢ـ أثبت أنّ مجموع زوايا المثلّث الكروي $\xi_1\xi_2\xi_3$ يساوي $\frac{4\pi}{3}$.

٣ـ بيّن أنّ التّحويل $\mathcal{T}$ تقايس كروي، عيّن طبيعته، وحدّد عناصره.

3 − **الهندسة الزّائديّة:** نعتبر في نصف المستو العلوي الزّائدي $\mathbb{H}^2$ ، النّقط $z_1 = 2+4i$ ، $z_2 = 5+5i$ ، $z_3 = 4+2i$ ، والنّقط $z'_1 = 1+i$ ، $z'_2 = 1+2i$ ، $z'_3 = 2+i$.

١ـ بيّن أنّ المثلّثين الزّائديّين $z_1z_2z_3$ و $z'_1z'_2z'_3$ متطابقان.

٢ـ جد صيغة التّقايس الزّائدي $\mathcal{T} : \mathbb{H}^2 \to \mathbb{H}^2$ الّذي يحوّل $z_1z_2z_3$ إلى $z'_1z'_2z'_3$.