

كلية العلوم قسم الرياضيات جامعة الملك سعود
الإختبار النهائي
الفصل الأول 1437 - 1436 هـ 244 ريض الزمن ثلاث ساعات

الإختبار يحتوي على صفحتين

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

(7 درجات)

السؤال الأول

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ m & 1 & 1 \\ 0 & m+1 & 3 \end{pmatrix} \text{ لتكن المصفوفة}$$

(أ) أوجد قيم m بحيث يكون الحل الوحيد للنظام الخطي المتجانس $AX = 0$ هو الحل التافه.

(ب) إذا كان $m = 1$ ، أوجد باستعمال قاعدة كرامر حلول النظام الخطي $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(ج) أوجد قيمة m بحيث يكون 1 هي قيمة مميزة للمصفوفة A .

(7 درجات)

السؤال الثاني

ليكن E الفضاء الجزئي من $\mathbb{R}^4$ المولد بالمتجهات التالية

$$v_1 = (2, -1, 1, 3), v_2 = (1, 2, -1, -2), v_3 = (0, -5, 3, 7), v_4 = (1, 2, -1, 1)$$

(أ) أوجد بعد الفضاء الجزئي E .

(ب) هل المتجه $v_5 = (1, -1, 2, 3)$ ينتمي للفضاء الجزئي E .

(ج) برهن أن مجموعة المتجهات v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 مولدة لـ $\mathbb{R}^4$.

(6 درجات)

السؤال الثالث

إذا كان $T_A: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$ تحويلا خطيا معرفا بالقاعدة $T_A(X) = AX$ حيث أن

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(أ) أوجد أساسا لنواة T ($\ker T$).

(ب) أوجد أساسا لصورة T $(\text{Im}T)$.

السؤال الرابع (6 درجات)
ليكن الضرب الداخلي المعرف على $\mathbb{R}^3$ بـ $\langle (a, b, c), (x, y, z) \rangle = 2ax + 3by + cz$
إستعمل طريقة جرام شميت لتحويل الأساس
 $\{u_1 = (\sqrt{2}, 0, 0), u_2 = (1, 1, 0), u_3 = (0, 1, 1)\}$ إلى أساس عياري و متعامد.

السؤال الخامس (7 درجات)
أ) أوجد مصفوفة التحويل الخطي $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ المعرف بـ

$$T(1, 0) = (1, -3), \quad T(0, 1) = (1, -2).$$

(ب) أوجد مصفوفة التحويل T بالنسبة للأساس $B = \{u = (1, 1), v(1, -1)\}$

السؤال السادس (7 درجات)

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & -24 \\ -9 & -7 & 24 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ لتكن } A \text{ المصفوفة}$$

(أ) أوجد القيم المميزة للمصفوفة A واستنتج أن A قابلة للاستقطار.
(ب) أوجد مصفوفة P لها معكوس بحيث $P^{-1}AP$ هي مصفوفة قطرية مع إعطاء المصفوفة القطرية.