

تمرين (5)

Decision theory:

نظرية القرارات:

مراحل عملية اتخاذ القرار:

- 1- معرفة بيئة وطبيعة القرار – تحديد الحوادث أو الأخطار
- 2- حصر جميع الخيارات والبدائل المتوفرة
- 3- تحديد مقياس الفعالية (الهدف من القرار)
- 4- وضع جدول القرار أو ما يسمى مصفوفة العوائد (Pay off matrix)
- 5- تحديد البديل الأمثل

نماذج القرار:

1- قرارات في حالة التأكد (Decisions under certainty)

حدث واحد مؤكد وقوعه $\max r_{ij}$ or $\min r_{ij}$

2- قرارات في حالة عدم التأكد (Decisions under uncertainty)

أ- معيار لابلاس (Laplace criterion)

جميع الحالات لها نفس احتمال الوقوع وتقاس الفعالية بالقيمة المتوقعة للبدائل

ب- معيار الشاؤم – أقصى الأدنى (Maximin) – pessimist criterion

نختار أسوأ العوائد المقابلة لكل بديل – ومن العمود الناتج نختار أفضل عائد

ت- معيار التفاؤل – أقصى الأقصى (Maximax) – optimist criterion

نختار أفضل العوائد المقابلة لكل بديل – ومن العمود الناتج نختار ثانية أفضل عائد

ث- معيار هورويز (Hurwiz criterion)

نفترض وجود نسبة أو احتمال للتفاؤل α ونسبة أو احتمال للشاؤم $1-\alpha$ ونحسب في هذه الحالة قيمة البديل:

$$V(a_i) = \alpha * \max r_{ij} + (1 - \alpha) * \min r_{ij}$$

ج- معيار الندم (Minimax Regret criterion) معيار سافيج (Savage criterion)

نكون ما يسمى بجدول خسارة الفرص (الندم) ثم نطبق معيار أدنى الأقصى لتحديد أفضل البدائل

3- قرارات في حالة المخاطرة (Decisions under risk)

أ- معيار القيمة المتوقعة (Expected Monetary Value EMV criterion)

الحل الأمثل هو الذي يعطي أفضل قيمة متوقعة للعوائد

$$E(a_i) = \sum_{j=1}^n r_{ij} * p_j$$

ب- معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص (Expected Opportunity Loss EOL criterion) تكون جدول خسارة الفرص (الندم) ثم نحسب القيمة المتوقعة لخسارة الفرص فتكون أقل قيمة هي الحل الأمثل

$$E(a_i) = \sum_{j=1}^n l_{ij} * p_j$$

ت- معيار الأكثر وقوعاً - احتمالاً
نرجع إلى الحالة أو الحدث الأكثر احتمالاً ويتم اختيار أفضل عائد كأنها حالة تأكد.

مثال: إذا علمت ان جدول العوائد (أ) هو جدول أرباح في حين ان جدول العوائد (ب) هو جدول تكاليف فيما يلي:
Example: Given the following Payoff tables: where table (a) represents profits and table (b) represents costs:

(a) Profits (أرباح)

Alternatives (البدايل)	States of nature (حالات الطبيعة)			
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
a ₁	3	5	8	-1
a ₂	6	5	2	0
a ₃	0	5	6	4

(a) Costs (تكاليف)

Alternatives (البدايل)	States of nature (حالات الطبيعة)		
	S ₁	S ₂	S ₃
a ₁	5	2	1
a ₂	4	3	3
a ₃	2	6	1

State which can be chosen as the best act using:

فما أفضل البدائل باستخدام:

- معيار لابلاس Laplace criterion
- معيار التفاؤل Maximax criterion
- معيار التشاؤم Maximin criterion
- معيار هورويوز Hurwiz criterion ($\alpha = 0.4$)
- معيار سافيج Savage criterion

بمعلومية احتمالات حالات الطبيعة للجدول (أ) Given: P(S₁) = 0.6, P(S₂) = 0.1, P(S₃) = 0.2, P(S₄) = 0.1 in table (a)

- أوجد أفضل البدائل مستخدماً معيار القيمة المتوقعة للعوائد (Expected Monetary Value),
- معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص (Expected Opportunity Loss),
- معيار حالات الطبيعة الأكثر وقوعاً. (Maximum Likelihood)

الحل:

(a) Profits (أرباح)

لاحظ ان: القيمة الأفضل هي الأكبر

Alternatives (البدائل)	States of nature (حالات الطبيعة)			
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
a ₁	3	5	8	-1
a ₂	6	5	2	0
a ₃	0	5	6	4

1- Laplace criterion: (معيار لابلاس)

$$E(a_1) = (3+5+8+-1)/4 = 3.75$$

$$E(a_2) = (6+5+2+0)/4 = 3.25$$

$$E(a_3) = (0+5+6+4)/4 = 3.75$$

Select a₁ or a₃

2- Maximax criterion: (معيار التفاؤل)

$$a_1 \rightarrow 8$$

$$a_2 \rightarrow 6$$

$$a_3 \rightarrow 6$$

Select a₁

3- Maximin criterion: (معيار التشاؤم)

$$a_1 \rightarrow -1$$

$$a_2 \rightarrow 0$$

$$a_3 \rightarrow 0$$

Select a₂ or a₃

3- Hurwiz criterion: (معيار هوريوز) $\alpha = 0.4$, $1 - \alpha = 0.6$, $V(a_i) = \alpha * \max r_{ij} + (1 - \alpha) * \min r_{ij}$

$$V(a_1) = 0.4*8 + 0.6*(-1) = 2.6$$

$$V(a_2) = 0.4*6 + 0.6*(0) = 2.4$$

$$V(a_3) = 0.4*6 + 0.6*(0) = 2.4$$

Select a₁

4- Savage criterion: (معيار سافيج)

Opportunity Loss table: (جدول الندم)

Alternatives (البدائل)	States of nature (حالات الطبيعة)				Max of a _i	Minimax
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄		
a ₁	3	0	0	5	5	5
a ₂	0	0	6	4	6	
a ₃	6	0	2	0	6	

Select a₁

(b) Costs (تكاليف)

لاحظ ان: القيمة الأفضل هي الأقل

Alternatives (البدائل)	States of nature (حالات الطبيعة)		
	S ₁	S ₂	S ₃
a ₁	5	2	1
a ₂	4	3	3
a ₃	2	6	1

1- Laplace criterion: (معيار لابلاس)

$$E(a_1) = (5+2+1)/3 = 2.67$$

$$E(a_2) = (4+3+3)/3 = 3.33$$

$$E(a_3) = (2+6+1)/3 = 3$$

Select a₁

2- Maximax criterion: (معيار التفاؤل)

$$a_1 \rightarrow 1$$

$$a_2 \rightarrow 3$$

$$a_3 \rightarrow 1$$

Select a₁ or a₃

3- Maximin criterion: (معيار التشاؤم)

$$a_1 \rightarrow 5$$

$$a_2 \rightarrow 4$$

$$a_3 \rightarrow 6$$

Select a₂

3- Hurwiz criterion: (معيار هورويوز) $\alpha = 0.4, 1 - \alpha = 0.6, V(a_i) = \alpha * \min r_{ij} + (1 - \alpha) * \max r_{ij}$

$$V(a_1) = 0.4*1 + 0.6*(5) = 3.4$$

$$V(a_2) = 0.4*3 + 0.6*(4) = 3.6$$

$$V(a_3) = 0.4*1 + 0.6*(6) = 4$$

Select a₁

4- Savage criterion: (معيار سافيج)

Opportunity Loss table: (جدول الندم)

Alternatives (البدائل)	States of nature (حالات الطبيعة)			Max of a _i	Minimax
	S ₁	S ₂	S ₃		
a ₁	3	0	0	3	
a ₂	2	1	2	2	2
a ₃	0	4	0	4	

Select a₂

In table (a) Given: $P(S_1) = 0.6$, $P(S_2) = 0.1$, $P(S_3) = 0.2$, $P(S_4) = 0.1$

بمعلومية احتمالات حالات الطبيعة للجدول (أ)

Alternatives (البدايل)	States of nature (حالات الطبيعة واحتمالاتها)			
	$P(S_1) = 0.6$	$P(S_2) = 0.1$	$P(S_3) = 0.2$	$P(S_4) = 0.1$
	S_1	S_2	S_3	S_4
a_1	3	5	8	-1
a_2	6	5	2	0
a_3	0	5	6	4

1- Expected Monetary Value: (معيار القيمة المتوقعة للعوائد)

$$E(a_1) = 3 * 0.6 + 5 * 0.1 + 8 * 0.2 + (-1) * 0.1 = 3.8$$

$$E(a_2) = 6 * 0.6 + 5 * 0.1 + 2 * 0.2 + 0 * 0.1 = 4.5$$

$$E(a_3) = 0 * 0.6 + 5 * 0.1 + 6 * 0.2 + 4 * 0.1 = 2.1$$

Select a_2

2- Expected Opportunity Loss: (معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص)

Alternatives (البدايل)	States of nature (حالات الطبيعة)			
	S_1	S_2	S_3	S_4
a_1	3	0	0	5
a_2	0	0	6	4
a_3	6	0	2	0

$$E(a_1) = 3 * 0.6 + 0 * 0.1 + 0 * 0.2 + 5 * 0.1 = 2.3$$

$$E(a_2) = 0 * 0.6 + 0 * 0.1 + 6 * 0.2 + 4 * 0.1 = 1.6$$

$$E(a_3) = 6 * 0.6 + 0 * 0.1 + 2 * 0.2 + 0 * 0.1 = 4$$

Select a_2

3- Maximum Likelihood: (أكثر الحالات وقوعا)

$$S_1: r_1 = 3, r_2 = 6, r_3 = 0$$

Select a_2