الفصل السادس
قانون حفظ الطاقة

٦–١ مقدمة

٦–٢ القوى المحافظة و غير المحافظة

٦–٣ قانون حفظ الطاقة الميكانيكة

٦–٤ نظرية الشغل و الطاقة

٦–٥ القدرة

٦-١ المقدمة

- سندرس في هذا الفصل:

١- المفاهيم الأساسية لقانون حفظ الطاقة .

٢ – التبادل بين الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة.

٢-٦ القوى المحافظة (النظام المحافظ) و القوى غير المحافظة (النظام غير المحافظ)

هناك نوعين من القوى

١- **القوى المحافظة:** هي القوى التي يعتمد الشغل الناتج عنها على موقعي الجسم الابتدائي والنهائي فقط مهما كان مساره.

فالشغل المبذول يساوي صفرًا إذا عاد الجسم إلى نقطة البداية (ازاحته الاجمالية=صفر) وهنا تكون الطاقة قابلة للاستعادة.

النظام المحافظ هو النظام المعزول عن القوى الخارجية. من القوى المحافظة: قوة الجاذبية، القوة الكهربائية، القوة المغناطيسية، قوى المرونة. وقد تعلمنا أعلاه أن الطاقة الميكانيكية في هذه الأنظمة تكون محفوظة (ثابتة):

$$\Delta E = 0 \quad \text{or} \quad E_f = E_i$$

١- القوى غير المحافظة: هي القوى التي يعتمد الشغل الناتج عنها على مسار الجسم.

فالشغل المبذول لا يساوي صفرًا إذا عاد الجسم إلى نقطة البداية (ازاحته الاجمالية=صفر) وهنا تكون الطاقة غير قابلة للاستعادة.

مثال: قوة الاحتكاك، وفيها يكون الشغل عبارة عن طاقة مفقودة لا يمكن استعادتها.

كل نظام يحتوي قوى مقاومة خارجية (مثل قوى الاحتكاك) يدعى نظام غير محافظ، وذلك لأن قوى المقاومة تستنزف جزءا من طاقته الميكانيكية وتحولها الى حرارة. وبالتالي، في مثل هذه الأنظمة تكون الطاقة الميكانيكية غير محفوظة:

$$\Delta E = W_f$$
$$= -f_k\, x$$

تذكر، شغل قوى الإحتكاك دائما سالب

$$\Rightarrow \quad E_f - E_i = W_f$$

أي أن التغير (النقص) في الطاقة الميكانيكية يساوي الشغل الضائع ضد قوى المقاومة (الإحتكاك).

٦-٣ قانون حفظ الطاقة الميكانيكية

في أي نظام محفوظ يتأثر بقوة الجاذبية الأرضية فقط، فإن طاقة النظام الميكانيكية تبقى محفوظة.

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

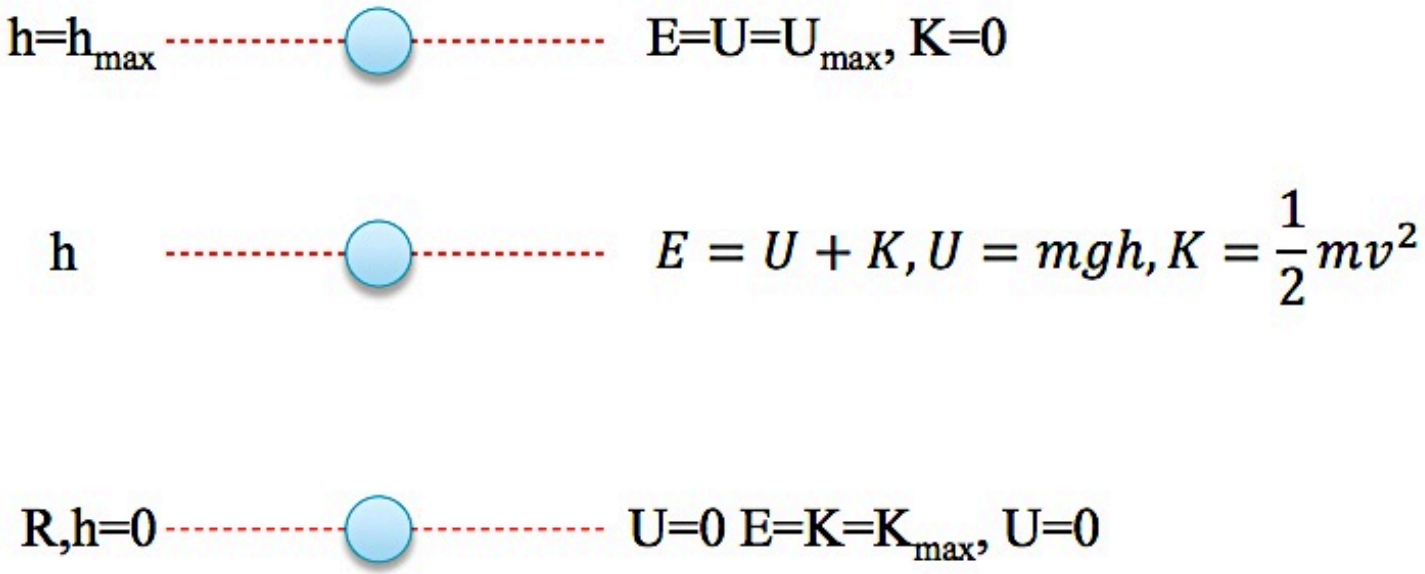
بحيث أن:

$$E_i = E_f$$

وفي حال تعددت القوى المؤثرة على النظام:

$$= K_i + \sum U_i = K_f + \sum U_f$$

حالة السقوط الحر:



مثال ١+٢

٦-٤ نظرية الشغل والطاقة

الصيغة العامة لقانون حفظ الطاقة تأخذ في الاعتبار الشغل المبذول بواسطة قوى خارجية W_a بالتالي يمكن كتابة قانون حفظ الطاقة على النحو التالي:

$$E_f = E_i + W_a$$

يمكن أن يخضع الجسم لنوعين من القوى الخارجية:

١- ينتج عنها شغل W_{inc} وتتسبب في زيادة الطاقة الحركية، مثل قوة الدفع.

٢- ينتج عنها شغل W_{dec} وتتسبب في نقص الطاقة الحركية، مثل قوة الاحتكاك.

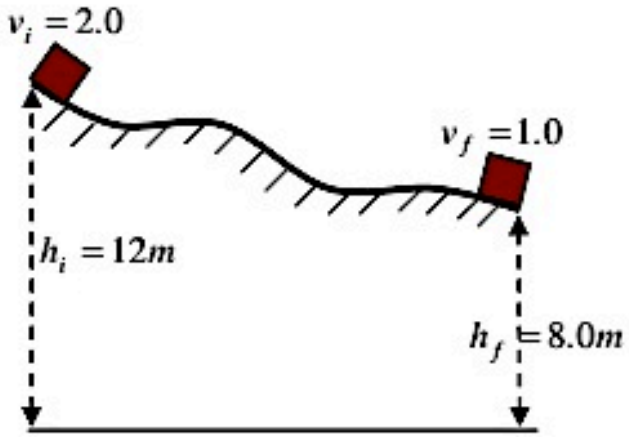
وعليه يمكن كتابة المعادلة أعلاه كالتالي:

$$E_f - E_i = W_{inc} - W_{dec}$$

$$(K_f + U_f) - (K_i + U_i) = W_{inc} - W_{dec}$$

$$\Delta K + \Delta U = W_{inc} - W_{dec}$$

مثال 1 جسم كتلته $10\ kg$ ينحدر من ارتفاع $12\ m$ وبسرعة ابتدائية مقدارها $2.0\ m/s$ ويصل لإرتفاع $8.0\ m$ بسرعة $1.0\ m/s$.
إذا كان طول المنحدر $15\ m$، أوجد الشغل الضائع ضد الإحتكاك.



المعطيات: السرعة الإبتدائية $v_i = 2.0\,m/s$ عند ارتفاع ابتدائي $h_i = 12m$
السرعة النهائية $v_f = 1.0\,m/s$ عند ارتفاع نهائي $h_f = 8.0m$

الحل: لاحظ أن النظام غير محافظ لوجود الاحتكاك

$$\Delta E = W_f$$

$$E_f - E_i = W_f$$

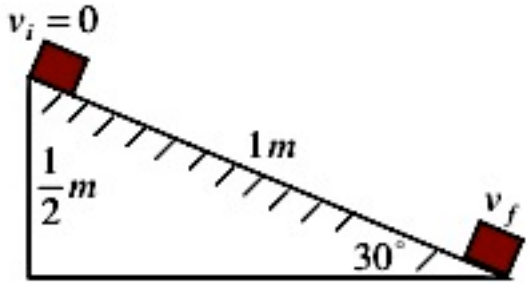
$$(K_f + U_f) - (K_i + U_i) = W_f$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f\right) - \left(\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i\right) = W_f$$

وبتعويض قيم كل من m, v_i, v_f, h_i, h_f تجد الشغل الضائع في الاحتكاك W_f

مثال ٦

مثال 2: ينزلق صندوق على سطح خشن على طول منحدر كما في الشكل أوجد السرعة النهائية حسب المعطيات التالية:



كتلة الصندوق $m = 3.0\,kg$

قوة الإحتكاك $f_k = 5.0\,N$

طول المنحدر $1.0\,m$

السرعة الإبتدائية $v_i = 0$

المطلوب حساب السرعة النهائية v_f

الحل: لوجود الإحتكاك، النظام غير محافظ

$$\Delta E = W_f$$

$$E_f - E_i = W_f$$

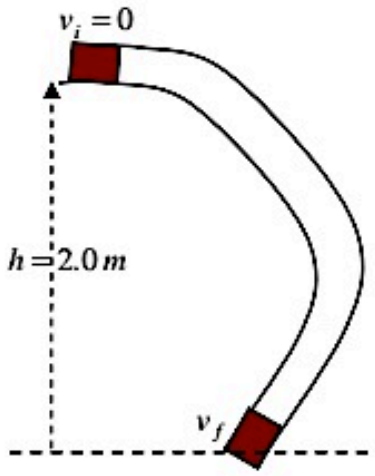
$$\left(\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f^{\,0}\right) - \left(\frac{1}{2}mv_i^{\,2\,0} + mgh_i\right) = -f_k\,x$$

$$\left(\frac{1}{2}\times 3.0\times v_f^2\right) - \left(3.0\times 9.8\times \frac{1}{2}\right) = -5.0\times 1.0$$

$$v_f = 2.5\ m/s$$

مثال ٦+٨

مثال 3: ينزلق صندوق داخل زلاقة ذات سطح أملس ,أ) أوجدالسرعة النهائية عند قاع الزلاقة؟ ب) في حالة وجود قوة أحتكاك ما الشغل المبذول ضد قوى الاحتكاك ؟



(أ) بافتراض عدم وجود احتكاك، احسب السرعة عند قاع الزلاقة.

الحل: لعدم وجود احتكاك، النظام محافظ: $\Delta E = 0$

$$E_f = E_i$$

$$(K_f + U_f) = (K_i + U_i)$$

($U_f = 0$, $K_i = 0$)

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh_i$$

$$v_f = \sqrt{2gh_i} = \sqrt{2\times 9.8\times 2.0} = 6.3\,m/s$$

(ب) افترض وجود احتكاك، واحسب الطاقة الميكانيكية الضائعة ضد الاحتكاك.

اعتبر الكتلة $m = 20\,kg$ والسرعة النهائية $v_f = 3.0\ m/s$.

الحل: لوجود الإحتكاك، النظام غير محافظ: $\Delta E = W_f$

$$E_f - E_i = W_f$$

$$(K_f + U_f) - (K_i + U_i) = W_f$$

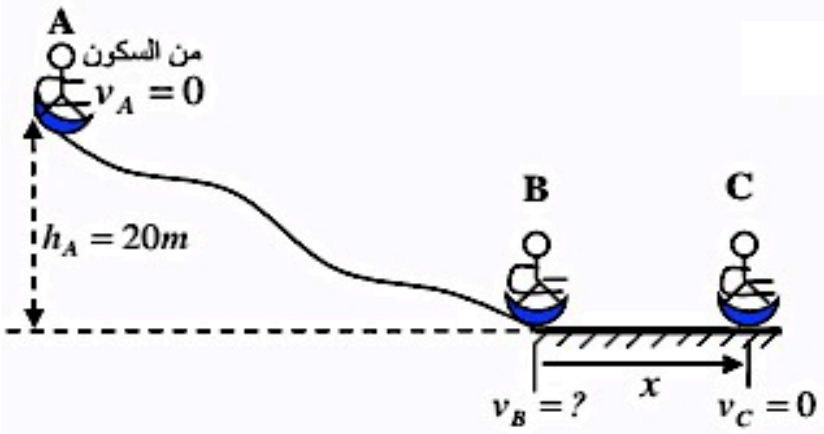
($U_f = 0$, $K_i = 0$)

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - mgh_i = W_f$$

$$\frac{1}{2}\times 20\times (3.0)^2 - 20\times 9.8\times 2.0 = W_f$$

$$W_f = -302\ J$$

مثال 4: ينزلق طفل على سطح أملس غير مستوي من السكون بواسطة زلاقة ثم يسير مسافة على سطح خشن أفقي كما في الشكل أحسب مايلي :



يبدأ من السكون، يعني $v_A = 0$
المرحلة من **A** الى **B** بدون احتكاك
المرحلة من **B** إلى **C** بوجود احتكاك.
يتوقف عند **C**، يعني $v_C = 0$.
معامل الإحتكاك الحركي للسطح الإفقي $\mu_k = 0.21$

(أ) احسب سرعته عند النقطة **B**.
(ب) احسب المسافة التي يقطعها على السطح الإفقي (بين **B** و **C**) حتى يتوقف.

الحل:

(أ) كي نحسب السرعة عند **B**، نقارن بين النقطتين **A** و **B**. وبما أن النظام بينهما محافظ (لا يوجد احتكاك)، نطبق قانون حفظ الطاقة الميكانيكية:

$$\Delta E = 0$$
$$E_B = E_A$$
$$(K_B + \overset{0}{\cancel{U_B}}) = (\overset{0}{\cancel{K_A}} + U_A)$$
$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 = \cancel{m}gh_A$$
$$v_B = \sqrt{2gh_A}$$
$$= \sqrt{2\times 9.8\times 20} = 19.8 \ m/s$$

(ب) المسافة x على السطح الأفقي: نقارن بين النقطتين **B** و **C**. وتذكر أن النظام بينهما غير محافظ:

$$\Delta E = W_f$$

$$E_C - E_B = W_f$$

$$(\overset{0}{K_C} + \overset{0}{U_C}) - (K_B + \overset{0}{U_B}) = W_f$$

$$-\frac{1}{2}mv_B^2 = -f_k\, x$$

$$-\frac{1}{2}m v_B^2 = -(\mu_k\, m g)x$$

$$\frac{1}{2}(19.8)^2 = (0.21 \times 9.8)x$$

$$x = 95\,m$$

مثال 5: جسم كتلته 2.0 kg سقط من ارتفاع 20 m عن سطح الأرض. احسب ما يلي:

(أ) طاقة وضعه قبل أن يبدأ بالسقوط.

(ب) طاقة حركته قبل أن يسقط.

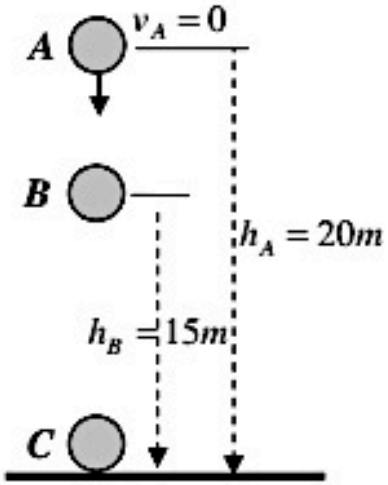
(ج) طاقة وضعه لحظة اصطدامه بالأرض.

(د) سرعته لحظة اصطدامه بالأرض.

(هـ) طاقة حركته لحظة اصطدامه بالأرض.

(و) سرعته على ارتفاع 15 m من سطح الأرض.

(ز) طاقة وضعه وكذلك طاقة حركته على ارتفاع 15 m من سطح الأرض.



الحل: ارسم رسما يوضح حركة الجسم، كما في الشكل المجاور.

(أ) طاقة الوضع قبل السقوط (اي عند النقطة A): $U_A = mgh_A$

$= 2.0 \times 9.8 \times 20 = 392\,J$

(ب) طاقة حركته عند A: $K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = 0$

(ج) طاقة وضعه لحظة اصطدامه بالأرض (أي عند C): $U_C = mgh_C = 0$

(د) يمكن حساب سرعته عند C (كما تعلم) باستخدام قوانين الحركة: $v_f^2 = v_i^2 + 2gh$

$\Rightarrow v_c^2 = (0)^2 + 2 \times 9.8 \times 20 \quad \Rightarrow v_c = \sqrt{392}\ m/s$

ولكن يمكن حساب سرعته أيضا باستخدام قانون حفظ الطاقة الميكانيكية، من معادلة (8.2). أي بما أن الجسم يسقط في مجال الجاذبية الأرضية المحافظ، فإن طاقته الميكانيكية تبقى ثابتة: $\Delta E = E_f - E_i = 0$

أي نقارن الطاقة الميكانيكية للجسم بين النقطتين A و C:

$$E_C - E_A = 0$$
$$E_C = E_A$$
$$(K+U)_C = (K+U)_A$$

$$\frac{1}{2}mv_c^2 + mgh_c = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A$$

(v_A و h_c تساوي صفر)

$$\frac{1}{2}mv_c^2 = mgh_A$$

$$v_c = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2\times 9.8\times 20} = \sqrt{392}\ m/s$$

(هـ) طاقة الحركة لحظة الاصطدام بالأرض: $K_C = \frac{1}{2}mv_c^2 = \frac{1}{2}\times 2.0\times\left(\sqrt{392}\right)^2 = 392J$

لاحظ أن طاقة حركة الجسم عند C تساوي طاقة وضعه عند A (الفرع أ).

(و) سرعته عند ارتفاع 15 m (أي عند B): من حفظ الطاقة الميكانيكية (قارن بين A و B)

$$E_B = E_A$$
$$K_B + U_B = K_A + U_A$$

(K_A تساوي صفر)

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = 0 + mgh_A$$
$$v_B^2 = 2g(h_A - h_B) = 2\times 9.8\times(20-15)$$
$$v_B = \sqrt{98}\ m/s$$

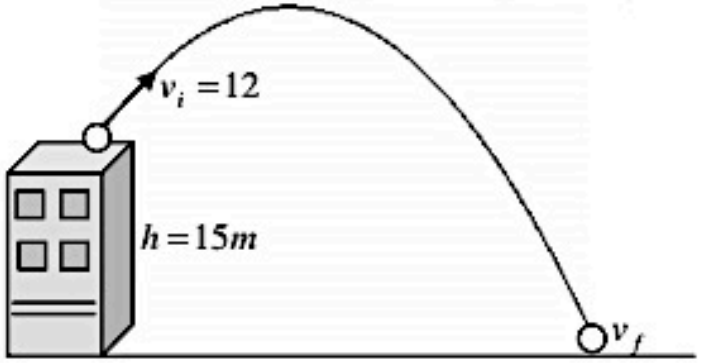
(ز) عند ارتفاع $15\ m$ (أي عند B): طاقة الوضع: $U_B = mgh_B = 2\times 9.8\times 15 = 294\ J$

طاقة الحركة: $K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}\times 2.0\times\left(\sqrt{98}\right)^2 = 98\ J$

لاحظ ان مجموع طاقة الوضع وطاقة الحركة عند B هو: $E = K_B + U_B = 392\ J$

وهي قيمة الطاقة الميكانيكية عند كل من A و C، أي أن الطاقة الميكانيكية تبقى محفوظة (ثابتة) عند أي نقطة على مسار الجسم أثناء سقوطه.

مثال 6: قذف حجر من ارتفاع $15\ m$ عن سطح الأرض لأعلى بسرعة ابتدائية مقدار ها $12\ m/s$. احسب سرعته لحظة وصوله الأرض.



الحل: بما أن حركة الحجر هي في مجال الجاذبية الارضية المحافظ، فإن طاقته الميكانيكية تكون محفوظة على طول مساره. أي نستخدم قانون حفظ الطاقة الميكانيكية:

$$E_f = E_i$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f^{\,0} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i$$

$$\frac{1}{2}v_f^2 + 0 = \frac{1}{2}v_i^2 + g\,h_i$$

لاحظ، من قانون حفظ الطاقة حصلنا على احدى معادلات الحركة.

$$\rightarrow\ v_f^2 = v_i^2 + 2g\,h_i$$

$$v_f = \sqrt{(12)^2 + 2\times 9.8\times 15}$$

$$v_f = 17\ m/s$$

٦-٥ القدرة

القدرة: هي كمية قياسية تعبر عن الشغل المبذول خلال وحدة الزمن.

متوسط القدرة: هو الشغل المبذول خلال فترة زمنية قدرها Δt

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

القدرة اللحظية: تُعطى على النحو التالي:

$$P_{in} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

وحدات القدرة:

Watt=J/s في النظام الدولي للوحدات.

hp في نظام الوحدات البريطاني حيث: 1hp=746Watt=0.746kW

معلومة:

تباع الطاقة الكهربيائية للمستهلك على أساس سعر وحدة الطاقة كيلو وات.ساعة بحيث:

$$kWh=3.6MJ=3.6x10^6$$

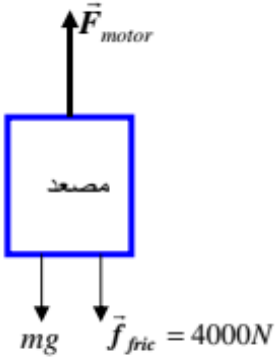
مثال صفحة ٢١٢ + مثال ٣ و ١١ -

مثال 7:

قدرة مولد مصعد

كتلة المصعد 1000 kg
كتلة الركاب 800 kg
$m = 1800\ kg \Leftarrow$

سرعة المصعد ثابتة $v = 3\ m/s$



(أ) احسب قدرة موتور المصعد اللازمة ليرفع المصعد بسرعة ثابتة $3m/s$ (أي بتسارع $a = 0$).

الحل:

القدرة $P = \vec{F}_{motor} \bullet \vec{v}$

نحسب قوة الموتور اللازمة لرفع المصعد بسرعة ثابتة ($a=0$):
نحتاج قوة تعادل "قوة الاحتكاك + وزن المصعد والركاب":
أي من قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$F_{motor} - (mg + f_{fric}) = 0$$

$$F_{motor} = (mg + f_{fric})$$

$$= 1800 \times 9.8 + 4000$$

$$= 2.16 \times 10^4\ N$$

$$P = (2.16 \times 10^4\ N)\ 3\ m/s = 6.48 \times 10^4\ Watt$$

(ب) احسب قدرة الموتور اللازمة لرفع المصعد بتسارع مقداره $a = 1\ m/s$.
بنفس طريقة الفرع (أ) ولكن هنا قوة الموتور تختلف لوجود التسارع:

$$F_{motor} - (mg + f_{fric}) = ma$$

$$F_{motor} = m(g + a) + f_{fric} = 1800\ (9.8 + 1.0) + 4000 = 2.34 \times 10^4\ N$$

$$P = \vec{F}_{motor} \bullet \vec{v} = (2.34 \times 10^4\ N)v \quad Watt$$

حيث v هي سرعة المصعد اللحظية.

٦-٧ حل أمثلة صفحة ٢١٥

مثال رقم ١١,٨,٦,٤,٣

٦-٨ مسائل صفحة ٢٢٩(واجب)

١٤,١٦,١٩,١,٣