

الفصل الرابع عشر

سريان الموائع

١٤-١ مقدمة

١٤-٢ معادلة الاستمرار

١٤-٣ معادلة برنولي

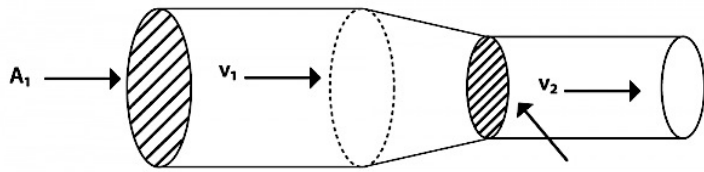
١٤-٤ تطبيقات على معادلة برنولي

١٤-٥ أمثلة محلولة



(١٤-١) المقدمة

- عندما يكون المائع في حالة السكون فإنه يستجيب لأي محاولة تغيير شكله أو دفعه للحركة.
- عند انسياب المائع فإنه يقاوم القوة الخارجية المؤثرة التي تسببت في حركته . وتعرف هذه المقاومة بلزوجة المائع وهي تختلف من مائع لآخر و تكون في السوائل أكثر من الغازات .
- تعتمد طبيعة سريان المائع على سرعته , و ينقسم انسياب السائل إلى نوعين :
- ١- انسياب طبقي : عندما تكون سرعة السريان منخفضة عندها ينساب السائل بشكل منتظم على شكل طبقات تنزلق بعضها فوق بعض .
- ٢- انسياب مضطرب عشوائي : وفيه تكون سرعة السائل أكبر من سرعة معينة تعرف بالسرعة الحرجة V_c تصبح بعدها حركة السائل عشوائية ويفقد خاصية الانسياب الطبقي ويصبح في حالة تدفق مضطرب .
- سنقتصر في هذا الفصل على الموائع التي تخضع للشروط التالية :
- ١- يكون المائع في حالة انسياب طبقي
- ٢- تكون لزوجة المائع منخفضة بحيث يكون اهمال اللزوجة واعتبار ان الاحتكاك بين الطبقات معدوم و يمكن وصف المائع في هذه الحالة بأنه غير لزج.
- ٣- يكون المائع غير قابل للانضغاط فلا تعتمد كثافته على الضغط و تكون الكثافة ذات مقدار ثابت.



(١٤-٢) معادلة الاستمرارية

• المسافة التي يقطعها المائع إذا كانت سرعته v عند المساحة A خلال زمن t مقداره L هو $(L=vt)$

• حجم السائل المار خلال المقطع A في الفترة الزمنية t ثانية $(V = AL)$

• كتلة السائل المار خلال المقطع A_1 في الفترة الزمنية t ثانية

$$M_1 = \rho V_1 = \rho A_1 L_1 = \rho A_1 v_1 t$$

كتلة السائل المار خلال المقطع A_2 في الفترة الزمنية نفسها

$$M_2 = \rho V_2 = \rho A_2 L_2 = \rho A_2 v_2 t$$

(من قانون حفظ المادة في ميكانيكا الموائع بالاضافة أن السائل لا يقبل الانضغاط فإن كثافته لن تتغير بالضغط) و بالتالي كمية السائل التي تدخل المقطع A_1 تساوى كمية السائل التي تخرج المقطع A_2 أى أن:

$$M_1 = M_2$$

$$\rho A_1 v_1 t = \rho A_2 v_2 t$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$Av = Q$$

حيث Q كمية ثابتة وهي معدل التدفق الحجمي للسائل عبر الانبوبة و يطلق عليها أحيانا اسم " غزارة المائع " وتعرف هذه المعادله بمعادلة الاستمرارية .

معادلة الاستمرارية :

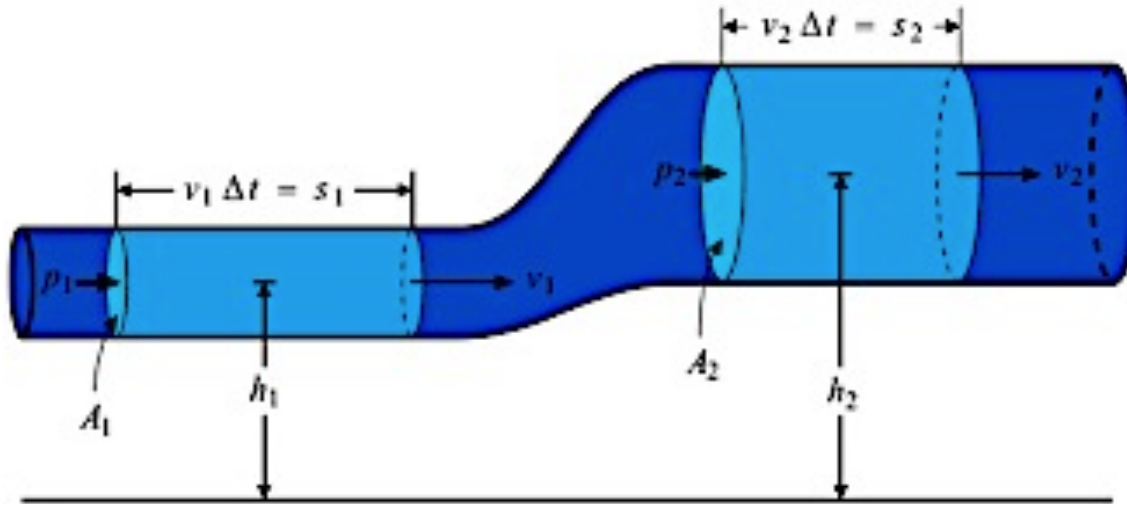
"ناتج ضرب مساحة مقطع الانبوبة في سرعة المائع عند جميع النقاط على طول الانبوبة هو مقدار ثابت لمائع غير قابل للانضغاط"

ويمكن كتابة بدلالة متوسط السرعة (حيث سرعة السائل تختلف باختلاف بعد طبقة السائل عن محور الانبوبة) :

$$Av_{avg} = Q$$

$$v_{avg} = (v_{min} + v_{max})/2$$

(١٤-٣) معادلة برنولي



معادلة برنولي

نفرض أن سائل ينساب طبقياً من أنبوبة كما في الرسم حيث أن سرعة السائل عند المقطع A_1 هي v_1 والضغط هو p_1 وعند المقطع A_2 هي v_2 والضغط هو p_2 حسب قانون حفظ الطاقة فإن معادلة حفظ الطاقة لهذا الوضع هي:

الشغل المبذول على وحدة الحجم من السائل المنساب =
الزيادة في الطاقة الحركية لوحدة الحجم + الزيادة في
طاقة الوضع لوحدة الحجم (*)

ولذا يجب علينا حساب كل من الشغل والطاقة الحركية و طاقة الوضع

١- الشغل المبذول لوحدة الحجم:

الشغل = القوة . الإزاحة = الضغط . المساحة . الإزاحة = الضغط . الحجم

$$\text{الشغل المبذول} \rightarrow FS = (p_2 - p_1)AS = (p_2 - p_1)V$$

$$\frac{(p_2 - p_1)V}{V} = (p_2 - p_1) \rightarrow \therefore \text{الشغل المبذول لوحدة الحجم}$$

٢- الزيادة في الطاقة الحركية لوحدة الحجم :

تعطى الطاقة الحركية بالعلاقة

$$\frac{1}{2} M v^2$$

$$\frac{\frac{1}{2} M v^2}{V} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

$\leftarrow$ $\therefore$ الطاقة الحركية لوحدة الحجم تعطى بالعلاقة

حيث: M كتلة السائل و V حجم السائل

$\therefore$ الزيادة في الطاقة الحركية لوحدة الحجم تساوي :

$$= \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

٣- الزيادة في طاقة الوضع لوحدة الحجم :
 طاقة الوضع عند المقطع A_2 - طاقة الوضع عند المقطع A_1

$$\frac{M}{V} g h_2 - \frac{M}{V} g h_1 = \frac{M}{V} g (h_2 - h_1) \\ = \rho g (h_2 - h_1)$$

نعوض الخطوات (١) و (٢) و (٣) في المعادلة (*) لنحصل على :

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

وهذه المعادلة تعرف بمعادلة برنولي والتي يمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = C$$

حيث : C كمية ثابتة ويطلق على
 هذه المعادلة بمعادلة برنولي

ملحوظة: في استنتاجنا لمعادلة برنولي أهملنا الطاقة المفقودة بسبب الاحتكاك الداخلي للسائل

حالات خاصة من معادلة برنولي

١- عندما تكون الأنبوبة أفقية ($h_1 = h_2$) ، فإنه لا يوجد تغير في طاقة الوضع أثناء انسياب السائل ، وبالتالي تصبح معادلة برنولي على النحو التالي :

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = C$$

نلاحظ في هذه المعادلة أنه عند زيادة السرعة فإن الضغط يتناقص

٢- عندما يكون السائل في حالة سكون، فإن الطاقة الحركية تساوى صفر، وتكتب معادلة برنولي على الصورة

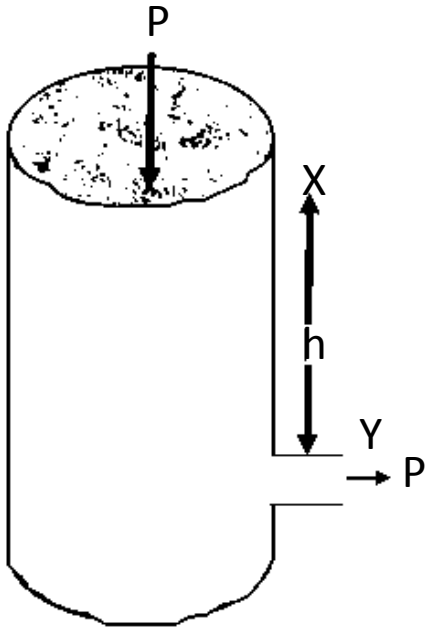
$$p + \rho g h = C$$



(١٤-٤-١) تطبيقات على معادلة برنولي (معادلة تورشيلي)

حساب سرعة تدفق سائل من ثقب في خزان
نفرض أن سائل ينساب من خزان كما بالشكل التالي. من الرسم يمكن أن نستنتج الآتي:

١. الضغط عند النقطة X والنقطة y هو الضغط الجوي P .
٢. طاقة الوضع لوحدة الحجم عند النقطة X تعطى بالعلاقة: ρgh حيث h هي المسافة بين النقطة X والنقطة Y . بينما الطاقة الحركية عند السطح تساوي الصفر (مهملة لصغرها) (حيث مساحة سطح الخزان كبيرة بالمقارنة مع مساحة الثقب).
٣. الطاقة الحركية عند النقطة Y تعطى بالعلاقة $\frac{1}{2} \rho v^2$ حيث v هي سرعة سريان السائل عند النقطة Y . بينما طاقة الوضع عند النقطة Y تساوي صفر.





نعوض النقاط الثلاثة السابقة في معادلة برنولي لنحصل على المعادلة التالية:

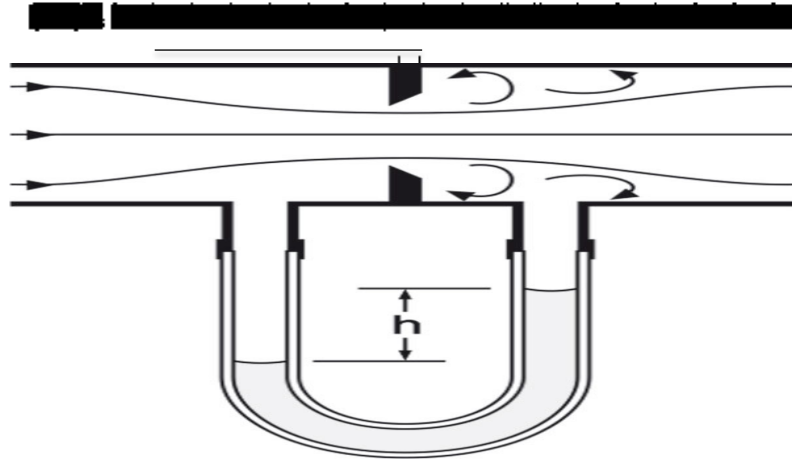
$$\begin{aligned} p + \rho g h &= p + \frac{1}{2} \rho v^2 \\ v^2 &= 2 g h \\ v &= \sqrt{2 g h} \end{aligned}$$

و هذه المعادلة تسمى
معادلة تورشيللي

(٤-١-٢) أنبوبة فتشوري لقياس سرعة الموائع



تطبيقات: مقياس فينتوري



$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{mP_1}{\rho} = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{mP_2}{\rho}$$

$$\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{\rho}(P_1 - P_2)$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2}$$

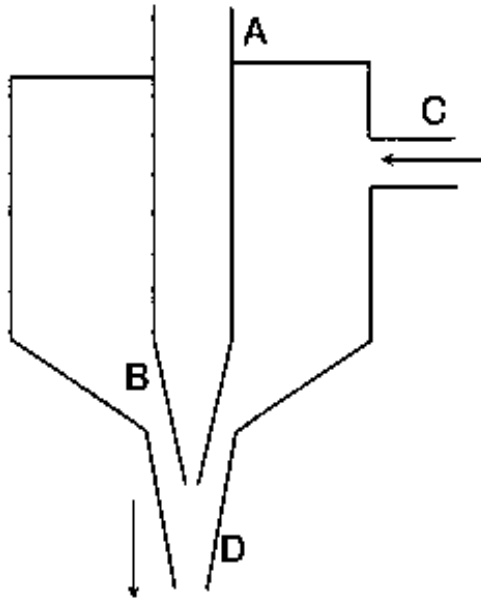
$$\frac{1}{2}v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) = \frac{1}{\rho}(P_1 - P_2)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)}}$$

$$Q = v_1 A_1 = A_1 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)}}$$

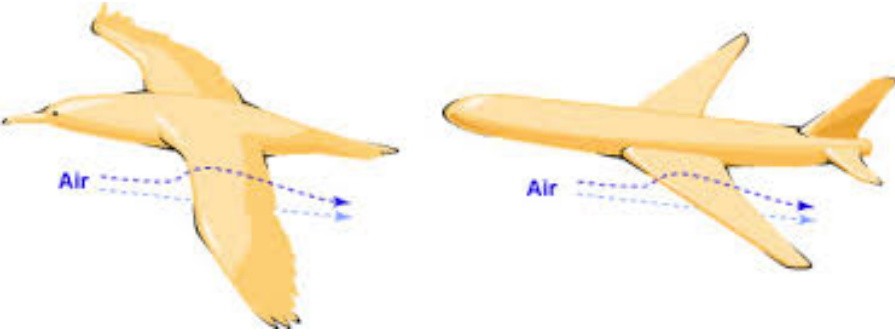


تطبيقات مضخة التفريغ المائيه



- تتوقف الفكرة الرئيسيه في مضخة التفريغ المائيه التي تستخدم في المعامل الكيميائيه للإسراع من الترشيح على تغير الضغط عند أى مقطع بتغير سرعة السائل.
- وتتركب المضخة كما فى شكل (8) من أنبويه AB حيث مساحة المقطع عند B صغيره جداً، والأنبويه AB مغلقة بالأنبويه مقله ذات فتحتين عند كل من C, D. يندفع الماء الأتى من الصنبور خلال الفتحة A ثم ينحدر إلى الفتحة الضيقه B، وبذلك تكون سرعته عند B كبيره ويكون الضغط منخفضاً. فلتفريغ أى وعاء أو ترشيح أى محلول نصل الوعاء بالأنبويه C فيندفع الهواء من الوعاء المراد تفريغه إلى منطقة الضغط المنخفض حول B ثم ينتشر مع الماء إلى المخرج D.

(٤-٤-١) ارتفاع جناح الطائرة



نتيجة الشكل المقوس لجناح الطائرة ينتج عنه اختلاف في سرعة الهواء أعلى الجناح و أسفله .

فتكون سرعة الهواء أعلى الجناح أكبر من سرعته في أسفله و يؤدي وجود ضغط كبير تحت الجناح يساعد في ارتفاع الطائرة .



حل ٤ ١-٥ أمثلة صفحة ٣٦ ٤

أمثلة رقم ١, ٢, ٣ & ٤