الفصل الأول
الكميات الفيزيائية وتحليل المتجهات

١-١ مقدمة
١-٢ الكميات الفيزيائية- المفاهيم الاساسية
١-٣ الوحدات والمقاييس
١-٤ الكثافة والكتل الذرية
١-٥ تحليل الأبعاد
١-٦ محاور الإسناد المرجعية –الاحداثيات-
١-٧ الثوابت الفيزيائية
١-٨ تحليل المتجهات
١-١٠ المتجهات وخصائصها
١-١١ مركبات المتجه
١-١٢ متجهات الوحدة
١-١٣ ضرب المتجهات
١-١٤ الطريقة النموذجية في حل مسائل الفيزياء

١-١ المقدمة

- **سندرس في هذا الفصل:**

١- المفاهيم الأساسية للكميات الفيزيائية.
٢- أهمية القياس ودور الفيزياء في هذا المجال.
٣- الكميات القياسية.
٤- الكميات المتجهة وطرق تحليلها.
٥- حل بعض المسائل.

١-٢ الكميات الفيزيائية- المفاهيم الاساسية

- علم الفيزياء هو القاعدة الأساسية لمختلف العلوم فهو يقدم التفاصيل العميقة لفهم كل شيء بدءاً بالجسيمات الأولية إلى النواة والذرة والجزيئات والخلايا الحية والمواد الصلبة والسائلة والغازات والبلازما)الحالة الرابعة للمادة(والدماغ البشري والأنظمة المعقدة والكمبيوترات السريعة والغلاف الجوي والكواكب والنجوم والمجرات والكون نفسه. أي أن الفيزيائيين يختصون بمعرفة اصغر عنصر لهذا الكون وهو الجسيمات الأولية إلى الكون الفسيح مرورا بالتفاصيل التي ذكرناها.

- علم الفيزياء هو العلم الأساس الذى يبحث فى الظواهر الطبيعية وصفا وفهما وتحليلا وذلك من خلال المشاهدة والتجربة والقياس.

- دراسة الفيزياء تساعد الدارس للنجاح فى العديد من المجالات التى قد يوضع بها ، فعلم الفيزياء يكسب دراسه العديد من المهارات منها على سبيل المثال لا الحصر:

١- التمثيل الرياضى لاي مشكلة لإيجاد الحل المنطقى لها

٢- إكتساب المهارات الكافية لتصميم التجارب وإجرائها

٣- العمق فى إيجاد تفسير نتائج التجارب

٤- إكتساب الخبرات فى مجال البحث العلمى

١-٢ الكميات الفيزيائية- المفاهيم الاساسية

ويحتاج علم الفيزياء لفهم نظريات علم الرياضيات في مجالات:

التفاضل والتكامل والجبر والتحليل الرياضي.

النماذج الفيزيائية:

تستند لاسس رياضية تتكامل مع قانون أو علاقة فيزيائية.

تتكون العلاقة الفيزيائية من:

معادلة رياضية تتضمن كميات فيزيائية ثابتة أو متغيرة.

- علم الفيزياء هو علم قياس فالكميات الفيزيائية يجب أن تكون قابلة للقياس ومتجانسة الأبعاد ومن أهم عناصر القياس هى الوحدات.

- **علم القياس والتقييس:**

هو علم كسائر العلوم الأخرى تطور وبدأ من المتر-كيلوجرام-ثانية (MKS) ونظام السنتيمتر-جرام-ثانية (cgs) والنظام البريطاني وغيرها. وانتهى الأمر بتوحيد أنضمة القياس تحت مسمى النظام الدولي للوحدات (SI)

١-٣ الوحدات والمقاييس

- تكتب قوانين الفيزياء بدلالة كميات أساسية تتطلب تعريفاً منضبطاً.
- الجدول التالي يوضح الكميات الأساسية في علم الفيزياء ووحدات قياسها في النظام الدولي للوحدات:

الجدول (1) وحدات النظام الدولي للوحدات

ت	الكميات الفيزيائية الاساسية	رمز الوحدة	وحدة القياس (النظام الدولي)	
			عربي	English
1	الطول	L	متر	m
2	الكتلة	m	كغم	kg
3	الزمن	t	ثانية	s
4	درجة الحرارة	K	كلفن	K
5	التيار الكهربائي	I	امبير	A
6	كمية المادة	mol	مول	mol
7	شدة الاضاءة	cd	الشمعة القياسية	cd

- **الدقة في القياس:**
- المتر: لا تتجاوز دقته 1mm

الميكروميتر : تصل دقته إلى واحد من المائة من المليمتر

مثلا: سلك طوله 75mm يمكن أن يكتب كالتالي (75±02.0)

جهاز الميكروميتر

المتر

المدى المقداري :

- من المفيد كتابة الوحدات باستخدام مضاعفات أو أجزاء الرقم ١٠ .
- الجدول التالي يوضح تحويل الأرقام الكبيرة والصغيرة لأرقام قياسية:

TABLE 1.4 *Prefixes for Powers of Ten*

Power	Prefix	Abbreviation	Power	Prefix	Abbreviation
10^{-24}	yocto	y	10^{3}	kilo	k
10^{-21}	zepto	z	10^{6}	mega	M
10^{-18}	atto	a	10^{9}	giga	G
10^{-15}	femto	f	10^{12}	tera	T
10^{-12}	pico	p	10^{15}	peta	P
10^{-9}	nano	n	10^{18}	exa	E
10^{-6}	micro	μ	10^{21}	zetta	Z
10^{-3}	milli	m	10^{24}	yotta	Y
10^{-2}	centi	c			
10^{-1}	deci	d			

١-٤ الكثافة والكتل الذرية

الكثافة: خاصية هامة للمادة في معظم الأنظمة الفيزيائية المعروفة في مجالات الميكانيكا وخواص المادة والكهرباء. وتُعرف الكثافة p على النحو التالي:

$$p=m/V \ (kg/m^3)$$

حيث V : الحجم بوحدة (m^3),

و m الكتلة بالوحدات التالية:

١- الكيلو جرام كجم Kg الوحدة القياسية في النظام الدولي للوحدات

٢- وحدة الكتلة الذرية (في الفيزياء النووية والذرية) amu أو u حيث:

$$1\,u=1.660502*10^{-27}kg$$

١-٤ الكثافة والكتل الذرية

٣ – وحدة الطاقة الكتروفولت eV (في فيزياء الجسيمات) باستخدام معادلة اينشتاين $E=mc^2$

حيث :

$$1\,u=931.5MeV=931.5*10^6\text{eV}$$

$$1\,eV=1.6*10^{-19}J$$

٤- وحدة المول mole (في الفيزياء الجزيئية) حيث :

المول : هو كتلة المادة التي تحتوي على عدد أفوغادرو N_A من الجزيئات .

$$N_A=6.022*10^{23}molecules/mole$$

عدد أفوجادرو : هو عدد الذرات الموجودة في كتلة مقدارها يساوي الوزن الذري للمادة..

١-٥ تحليل الأبعاد

- يساعد تحليل الأبعاد الفيزيائية في إيجاد وحدة قياس لكمية فيزيائية غير معروفة ومطلوب قياسها , وذلك ليتم اضافة وحدة جديدة تناسب النظام الدولي للوحدات .
- ونستطيع أن نلخص ما سبق بقولنا أن قياس الكميات الفيزيائية يعنى تحديد مقدارها بأداة القياس والمقدار يعنى رقما ووحدة قياس معيارية.
- وتنقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين : كميات أساسية وكميات مشتقة من هذه الكميات الساسية. وفى علم الميكانيكا يوجد ثلاث وحدات أساسية هى كالتالى

وحدة قياس الطول L Length

وتقاس فى النظام الدولى بالمتر

وحدة قياس الكتلة m Mass

وتقاس فى النظام الدولى بالكيلوجرام

وحدة قياس الزمن T Time

وتقاس فى النظام الدولى بالثانية

- :ومن هذه الكميات الأساسية يمكن اشتقاق كميات غير معروفة مثل السرعة واشتقاق وحداتها:

السرعة

من المعلوم أن السرعة عبارة عن المسافة على الزمن المسافة وحدة قياسها الطول L أما الزمن فهو T وبذلك تكون وحدات السرعة هى السرعة =المسافة(الطول)/ الزمن

$$V=L/T$$

وبالتالي تكون وحدة السرعة هي وحدة المسافة / وحدة الزمن أي متر/ثانية أو m/s

أمثلة على اشتقاق الكميات الفيزيائية

العجلة أو التسارع

التسارع هو السرعة على الزمن وحيث أن السرعة كمية مشتقة إذن يمكن تحليلها على أنها السرعة على الزمن وبذلك يكون التسارع هى المسافة على الزمن تربيع

$$a=L/T^2$$

وبالتالي تكون وحدة التسارع هي وحدة المسافة / وحدة الزمن مربعة أي متر/ثانية تربيع أو m/s^2

القوة

القوة تساوى حاصل ضرب الكتلة فى التسارع. والكتلة كمية أساسية ولذلك نحلل التسارع فقط وبذلك تكون أبعاد القوة كالتالى

$$F= m.a =m.L .T^{-2}$$

وبالتالي تكون وحدة القوة هي وحدة الكتلة في وحدة التسارع أي كجم . متر/ثانية تربيع.-أو نيوتن.N_

الشغل

الشغل هو حاصل ضرب القوة فى المسافة وبذلك تكون وحدات الشغل كالتالى

$$W=F.L=m.a.L$$

وبالتالي تكون وحدة الشغل هي وحدة القوة في وحدة الطول أي نيوتن . المتر.ـ أو الجول.

حساب أبعاد بعض الكميات

الكمية الفيزيائية	بُعد الكمية الفيزيائية
الكثافة (ρ) = الكتلة / الحجم	$[\rho]=\frac{M}{L^3}=ML^{-3}$
السرعة الخطية (v) = المسافة / الزمن	$[v]=\frac{L}{T}=LT^{-1}$
السرعة الزاوية (ω) = السرعة الخطية / نصف قطر الدوران	$[\omega]=\frac{LT^{-1}}{L}=T^{-1}$
العجلة (a) = السرعة الخطية / الزمن	$[a]=\frac{LT^{-1}}{T}=LT^{-2}$
القوة (F) = الكتلة x العجلة	$[F]=M\times LT^{-2}=MLT^{-2}$
الشغل (W) = القوة x المسافة	$[W]=MLT^{-2}\times L=ML^2T^{-2}$
القدرة (P) = الشغل / الزمن	$[P]=\frac{ML^2T^{-2}}{T}=ML^2T^{-3}$

أمثلة

- مثال (١) أثبتي صحة العلاقة التالية من حيث الأبعاد

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g = a = \frac{L}{T^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{L}{T^2}}} = 2\pi\sqrt{T^2} = T$$

حيث 2π عدد لا يعتمد على أي من الوحدات الاساسية

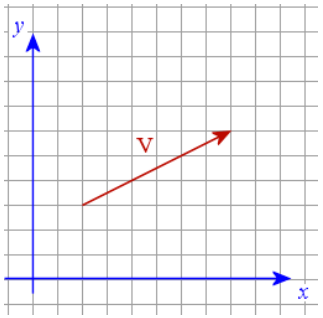
بما أن أبعاد الطرف الأيمن تساوي أبعاد الطرف الأيسر وعلى ذلك يكون القانون صحيحاً.

١-٦ محاور الإسناد المرجعية –الاحداثيات-

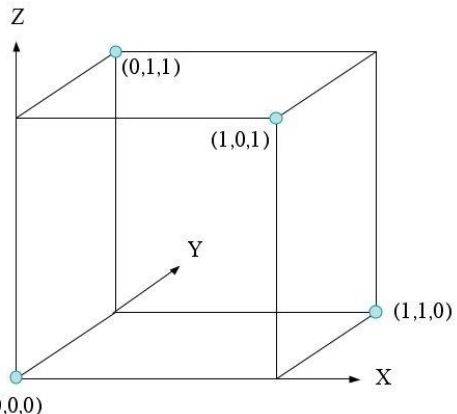
- محاور الاسناد المرجعية هي الأساس في دراسة الظواهر الفيزيائية في نظام ما النسبة لنظام آخر ساكن أو متحرك. كما أن محاور الاسناد تيسر وصف حركة الأجسام و تسهل التعامل مع حركة الكواكب في علم الفلك .

طبيعة الحركة:

١- خطية في بعد واحد على المحور X مثلا.



٢- مستوية : في بعدين في المستوى X Y .



٣- فراغية : في ثلاثة أبعاد في الفراغ XYZ.

١-٧ الثوابت الفيزيائية

FUNDAMENTAL CONSTANTS

Quantity	*Symbol*	*Numerical Value*
Speed of light (in vacuum)	c	3.00×10^{8} m s^{-1}
Gravitational constant	G	6.67×10^{-11} N m^2 kg^{-2}
Avogadro's number	N_A	6.02×10^{23} molecules mole^{-1}
Universal gas constant	R	8.31 J K^{-1} mole^{-1}
Boltzmann constant	k_B	1.38×10^{-23} J K^{-1}
		8.62×10^{-5} eV K^{-1}
Stefan's constant	σ	5.67×10^{-8} W m^{-2} K^{-4}
Atomic mass unit	u	1.66×10^{-27} kilograms
Coulomb constant	k	9.00×10^{9} N m^2 C^{-2}
	$\epsilon_0 = 1/4\pi k$	8.85×10^{-12} C^2 N^{-1} m^2
Biot-Savart constant	k'	10^{-7} T m A^{-1}
Electron charge	$-e$	-1.60×10^{-19} coulombs
Electron mass	m_e	9.11×10^{-31} kilograms
Proton charge	e	1.60×10^{-19} coulombs
Proton mass	m_p	1.673×10^{-27} kilograms
Neutron mass	m_n	1.675×10^{-27} kilograms
Planck's constant	h	6.63×10^{-34} J s
		4.14×10^{-15} eV s
	$\hbar = h/2\pi$	1.055×10^{-34} J s
		6.58×10^{-16} eV s
Rydberg constant	R_H	1.10×10^{7} metres^{-1}
Bohr radius	a_0	5.29×10^{-11} metres
Bohr magneton	μ_B	9.27×10^{-24} J T^{-1}

١-٨ تحليل المتجهات

نقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين :

١ – **قياسية** : تتحدد بالمدار فقط وغير مرتبطة بالاتجاه وتشمل : الكتلة، الكثافة، درجة الحرارة، الزمن، والقدرة . .

٢– **متجهة** : تتحدد بالمقدار والاتجاه على محاور الاسناد .

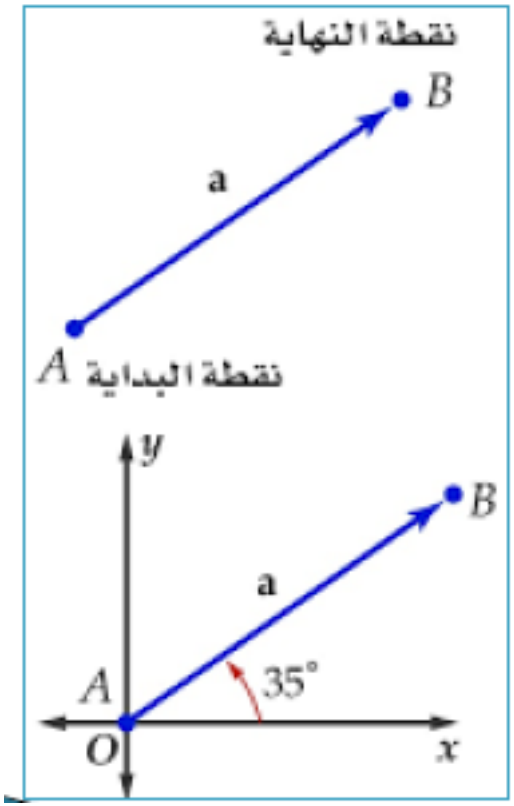
مثل : السرعة، التسارع، القوى، الإزاحة والعزوم . .

المتجه : يُمثل بالرمز $\vec{A}\,,\hat{A}\,,A,\overline{A}$

وله طول محدد ومسار واتجاه ونقطة تأثير وزاوية ميل .

وله قيمة موجبة أو سالبة حسب اتجاهه أما قيمته المطلقة فتمثل مقداره فقط ويمثل بالرمز :

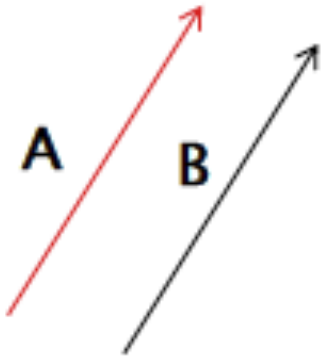
$$|A|$$



١٠-١ المتجهات وخصائصها

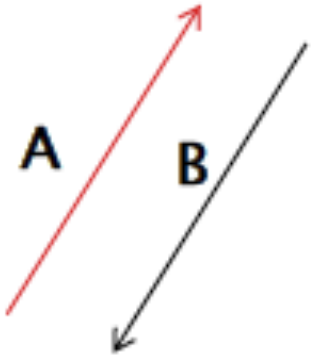
- **تتساوي المتجهات : A=B**

يتساوى متجهان اذا كان لهما نفس المقدار والاتجاه .



أما إذا كانا متعاكسين، فإنه يُعبر عن العلاقة رياضيًا كالتالي :

$$A=-B$$



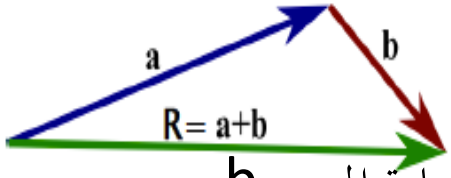
بحيث

$$A+(-B)=0$$

- **جمع المتجهات :**

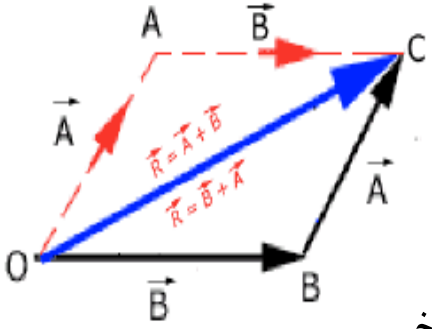
اذا كان لهما نفس الاتجاه اي تعمل على خط واحد فنجمعها جمعا جبريا و إذا كانت متضادة ولها نفس خط العمل فيتم طرحها طرحا جبريا

إذا لم يكن خط تأثير المتجهات واحد فإننا نجده بالطرق التالية :



١ – الطريقة المثلثية :

المحصلة هي الخط الواصل بين بداية المتجه a و رأسه ينتهي عند نهاية المتجه b.

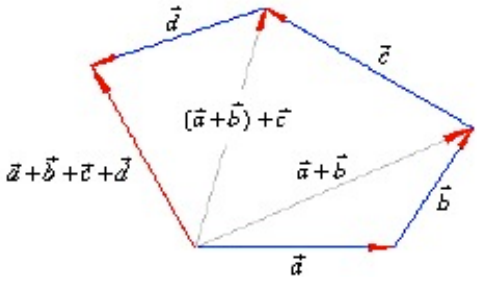


٢ – طريقة متوازي الأضلاع :

نكمل رسم متوازي الأضلاع و تكون المحصلة هي قطر متوازي الأضلاع.

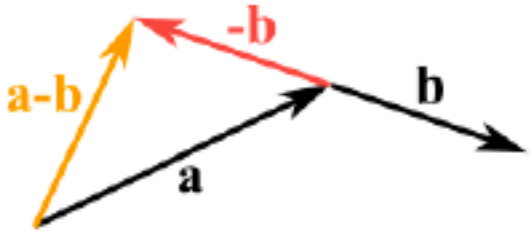
٣– طريقة المضلع الهندسي :

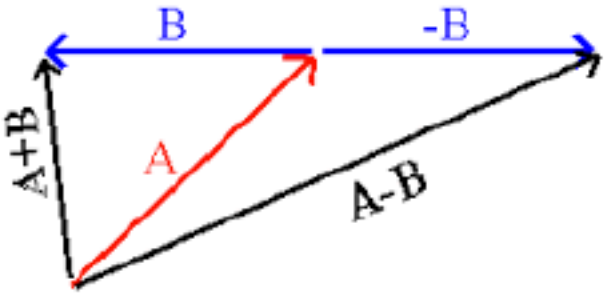
المحصلة هي الخط الواصل بين بداية أول متجه و رأسه ينتهي عند نهاية اخر متجه .



- **طرح المتجهات : A–B**

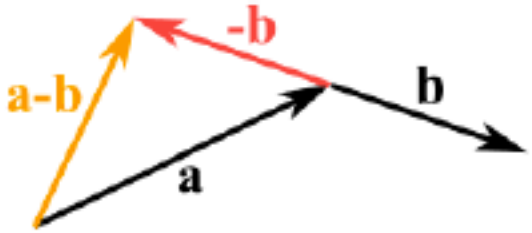
تتم عملية طرح المتجهات بصورة مشابهة للجمع مع مراعاة رسم المتجه B في الاتجاه المعاكس باعتبار أن –B هو المتجه الذي يساوي B في المقدار ويعاكسه في الاتجاه

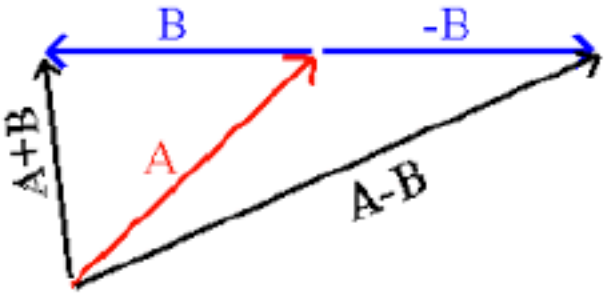




- **طرح المتجهات : A-B**

تتم عملية طرح المتجهات بصورة مشابهة للجمع مع مراعاة رسم المتجه B في الاتجاه المعاكس باعتبار أن -B هو المتجه الذي يساوي B في المقدار ويعاكسه في الاتجاه

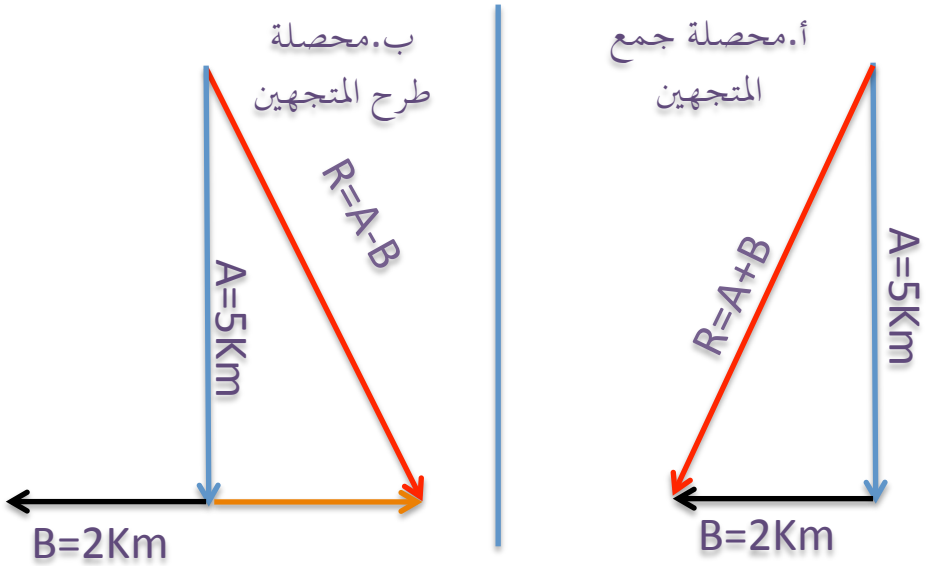




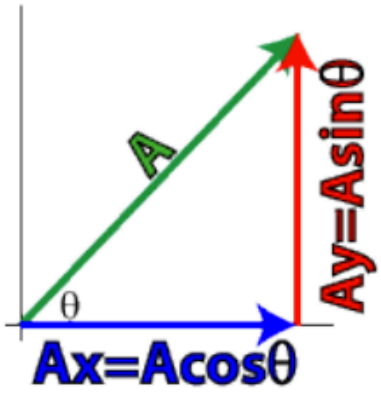
- مثال (٢)
- 1- سيارة تتحرك 5km باتجاه الجنوب بعد ذلك 2km باتجاه الغرب .

أ .أوجد المحصلة مقدارا واتجاهم .

ب . أوجد حاصل طرح المتجهين مقدارا و اتجاها .



١١-١ مركبات المتجه

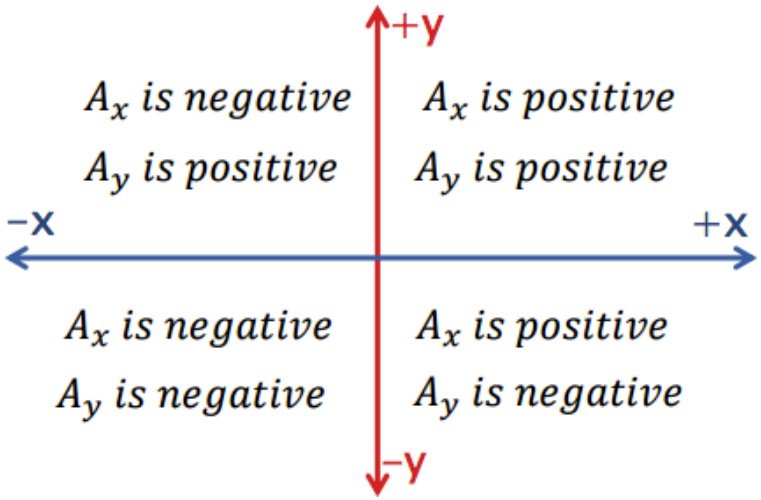


المركبة السينية: $\cos\theta = \frac{A_x}{A}$

المركبة الصادية: $\sin\theta = \frac{A_y}{A}$

زاوية الميل مع x: $\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

مقدار المتجه: $A^2 = A_x{}^2 + A_y{}^2$



١-١٢ متجهات الوحدة

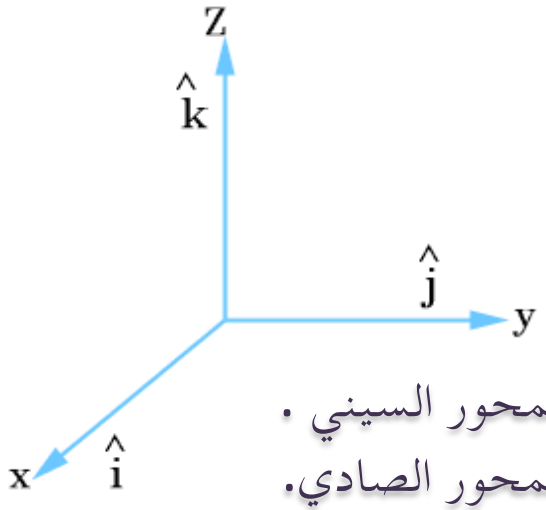
- يساعد متجه الوحدة في وصف اتجاه الكميات المتجهة ولتيسير تحليل المتجهات.
- يُعرف متجه الوحدة $\mathbf{u_A}$ ، والذي يشير في اتجاه **A**، كالتالي: $\hat{u}_A = \frac{\vec{A}}{|A|}$

وله الخصائص التالية:

١- له اتجاه محدد.

٢- مقداره واحد.

٣- ليس له وحدة لأنه نسبة بين المتجه ومقداره.



متجهات الوحدة الأساسية:

١- متجة الوحدة **i**, وهو يعمل في الاتجاه الموجب للمحور السيني .

٢- متجة الوحدة **j**, وهو يعمل في الاتجاه الموجب للمحور الصادي.

٣- متجة الوحدة**k**, وهو يعمل في الاتجاه الموجب للمحور العيني.

باستخدام متجهات الوحدة يمكن كتابة أي متجه بدلالة مركباته. فإذا كان لدينا المتجهين **A** و **B** في المستوى **xy**، فإنه يمكن كتابتهما كالتالي:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$$

ومحصلتهما:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$
$$\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j}$$
$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j}$$

بحيث أن مركبات المحصلة هي:

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y$$

ومقدار المحصلة:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

وزاوية ميلها عن المحور x:

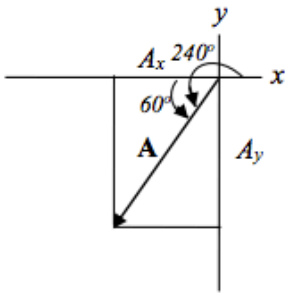
$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

أمثلة

(١)

ب المركبتين السينية والصادية للمتجهات التالية :

متجه **A** قيمته 6 وحدات ويصنع زاوية مقدارها 240^o مع الاتجاه الموجب لمحور x



الحل:

$$A_x = A \cos 240 = 6 \times (-1/2) = -3$$

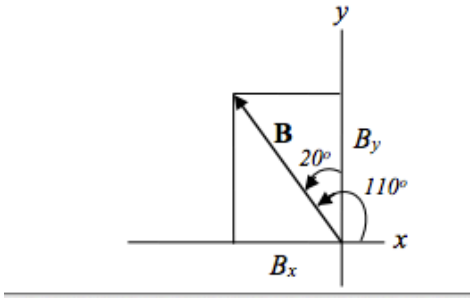
$$A_y = A \sin 240) = -5.2 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \times (-$$

حل آخر:

$$A_x = -A \cos 60 = -6 \times (1/2) = -3$$

$$A_y = -A \sin 60) = -5.2 \frac{\sqrt{3}}{2} = -6 \times ($$

ب- متجه **B** قيمته 5 وحدات و يصنع زاوية مقدارها 110^0 مع الاتجاه الموجب لمحور x



الحل:

$$B_x = B \cos 110 = -1.7$$

$$By = B \sin 110 = 4.7$$

حل آخر:

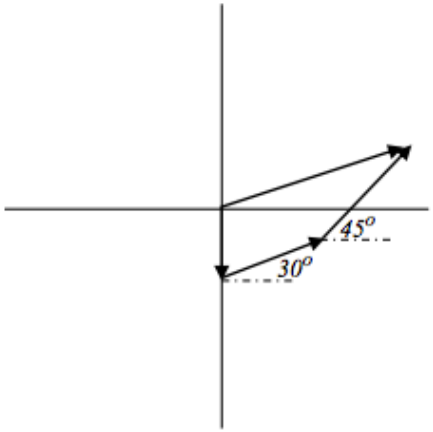
$$B_x = -B \sin 20 = -1.7$$

$$By = B \cos 20 = 4.7$$

Abeer Alghamdi

مثال (٢)

يخرج سائح من مدينة غزة فيقطع مسافة *10 km* باتجاه الجنوب ، ثم يسير مسافة *15 km* باتجاه يصنع *30°* شمال شرق ثم يقطع مسافة *20 km* باتجاه الشمال الشرقي. ما هو موضع السائح بالنسبة لمدينة غزة ؟



شكل (٢-١٣) مثال (١)

الحل:

إن المسافات التي يقطعها السائح هي متجهات إزاحة لكل منها مقدار و اتجاه، فالمسألة هي جمع متجهات.

الرسم يوضح الحالات المتعاقبة لسير السائح و يوضح موقعه الحالي من مدينة غزة والتي تمثل نقطة الأصل، ولإيجاد قيمة واتجاه المحصلة (الموضع بالنسبة لمدينة غزة) نعمل على تحليل الإزاحات الثلاثة في الاتجاهين السيني والصادي ثم نحسب المحصلة مقدارا واتجاها.

$$R_x = 0 + 15\cos 30 + 20\cos 45 = 15 \times 0.866 + 20 \times 0.707 = 27.13\ Km$$

$$R_y = -10 + 15\sin 30 + 20\sin 45 = -10 + 15 \times 0.5 + 20 \times 0.707 = 11.64\ Km$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(27.13)^2 + (11.64)^2} = \sqrt{736 + 135.5} = \sqrt{871.5} = 29.5 Km$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{11.64}{27.13} = \tan^{-1} 0.429$$

$$\theta = 23.2^{O}$$

ملاحظة/ يمكن كتابة المحصلة بصورتها الاتجاهية كما يلي:

$$\mathbf{R} = R_x\,\boldsymbol{i} + R_y\,\boldsymbol{j} = 27.13\,\boldsymbol{i} + 11.64\,\boldsymbol{j}$$

مثال: $\vec{A} = 2.0\hat{i} + 2.0\hat{j}$ و $\vec{B} = 2.0\hat{i} - 4.0\hat{j}$. إحسب ما يلي:

(1) مقدار المتجه $\vec{A}$ وكذلك مقدار المتجه $\vec{B}$.

(2) مجموع(محصلة) المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$، مقدارا واتجاها.

(3) $\vec{B}$ - $\vec{A}$

الحل: (1) مقدار المتجه $\vec{A}$:

$$|\vec{A}| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (2.0)^2} = \sqrt{8.0} = 2.8$$

مقدار $\vec{B}$:

$$|\vec{B}| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (-4.0)^2} = \sqrt{20} = 4.5$$

(2) مجموع المتجهين ($\vec{R}$):

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = 2.0\hat{i} + 2.0\hat{j} + 2.0\hat{i} - 4.0\hat{j}$$

$$\vec{R} = 4.0\hat{i} - 2.0\hat{j}$$

مقدار المجموع هو:

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x{}^2 + R_y{}^2} = \sqrt{(4.0)^2 + (-2.0)^2} = \sqrt{20} = 4.5$$

اتجاه $\vec{R}$ (أي الزاوية التي يصنعها مع المحور x):

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0}{4.0} = -0.50 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(0.5) = -27^\circ$$

(3)

$$\vec{B} - \vec{A} = (2.0\hat{i} - 4.0\hat{j}) - (2.0\hat{i} + 2.0\hat{j}) = 0.0\hat{i} - 6.0\hat{j} = -6.0\hat{j}$$

مقدار هذا المتجه:

$$|\vec{B} - \vec{A}| = \sqrt{(0.0)^2 + (-6.0)^2} = \sqrt{36} = 6.0$$

١-١٣ ضرب المتجهات

١-١٣-١ ضرب متجه بكمية قياسية

يخضع ضرب المتجهات لقواعد خاصة سنوجزها في نقطتين:

١- الضرب في كمية قياسية:

حاصل ضرب متجه **A** بكمية قياسية a، هو كمية متجهة **aA** ومقدارها يساوي:

$$a|\vec{A}|$$

١-١٣ ضرب المتجهات

١-١٣-٢ ضرب متجه في متجه آخر

- **الضرب في متجه:** يوجد نوعان من ضرب المتجهات:

أ- الضرب القياسي: (نتيجته كمية **قياسية**)

تعريفه:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B| \cos\theta$$

حيث θ هي الزاوية الصغرى المحصورة بين **A** و **B**

مثال: للمتجهين $\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}$ و $\vec{B}=-\hat{i}+2\hat{j}$ إحسب ما يلي:

(1) الضرب القياسي للمتجهين، أي $\vec{A}\bullet\vec{B}$

(2) $\vec{A}\bullet\vec{A}$.

(3) مقدار كل من المتجهين، $|\vec{A}|$ و $|\vec{B}|$.

(4) الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

الحل: (1)

$$\begin{aligned}\vec{A}\bullet\vec{B}&=(2\hat{i}+3\hat{j})\bullet(-\hat{i}+2\hat{j})\\&=-2\hat{i}\bullet\hat{i}+6\hat{j}\bullet\hat{j}+4\hat{i}\bullet\hat{j}-3\hat{j}\bullet\hat{i}\\&=-2+6+0+0\\&=4\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\vec{A}\bullet\vec{A}&=(2\hat{i}+3\hat{j})\bullet(2\hat{i}+3\hat{j})\\&=4i\bullet i+9\hat{j}\bullet\hat{j}\\|A|^2&=4+9=13\end{aligned}$$

(3) مقدار المتجه A: $|\vec{A}|=\sqrt{A_x^2+A_y^2}=\sqrt{(2)^2+(3)^2}=\sqrt{13}$

مقدار المتجه B: $|\vec{B}|=\sqrt{B_x^2+B_y^2}=\sqrt{(-1)^2+(2)^2}=\sqrt{5}$

(4) الزاوية بينهما: $\vec{A}\bullet\vec{B}=|\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\vec{A}\bullet\vec{B}}{|A||B|}=\frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{65}}$

$$\Rightarrow \theta=\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{65}}\right)=60.3^\circ$$

Abeer Alghamdi

ويمكن حساب الضرب القياسي بدلالة مركبات المتجهين:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = (A_x\hat{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{y}} + A_z\hat{\mathbf{z}})\cdot(B_x\hat{\mathbf{x}} + B_y\hat{\mathbf{y}} + B_z\hat{\mathbf{z}})$$

$$= A_xB_x\hat{\mathbf{x}}\cdot\hat{\mathbf{x}} + A_xB_y\hat{\mathbf{x}}\cdot\hat{\mathbf{y}} + A_xB_z\hat{\mathbf{x}}\cdot\hat{\mathbf{z}}$$

$$+ A_yB_x\hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{x}} + A_yB_y\hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{y}} + A_yB_z\hat{\mathbf{y}}\cdot\hat{\mathbf{z}}$$

$$+ A_zB_x\hat{\mathbf{z}}\cdot\hat{\mathbf{x}} + A_zB_y\hat{\mathbf{z}}\cdot\hat{\mathbf{y}} + A_zB_z\hat{\mathbf{z}}\cdot\hat{\mathbf{z}}$$

$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}$$

علمًا بأن:

$$\hat{\mathbf{i}}\circ\hat{\mathbf{j}} = 0$$
$$\hat{\mathbf{i}}\circ\hat{\mathbf{k}} = 0$$
$$\hat{\mathbf{j}}\circ\hat{\mathbf{k}} = 0$$

$$i.i = j.j = k.k = 1$$

ب- الضرب الاتجاهي: (نتيجته كمية **متجهة**)

تعريفه:

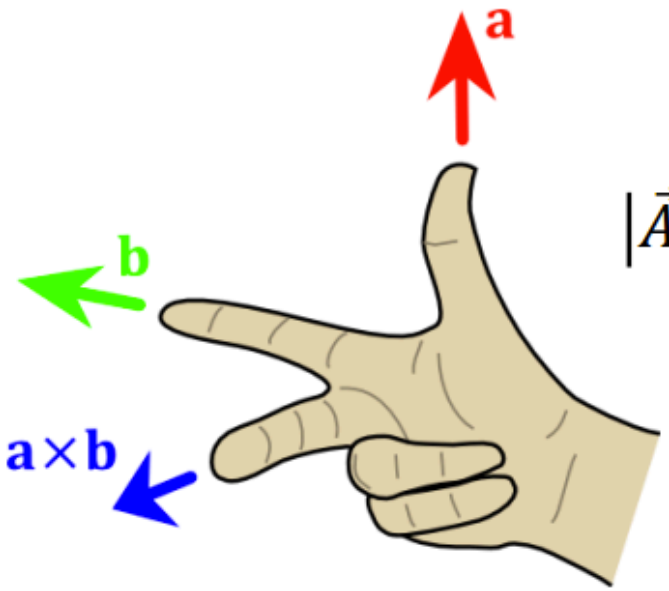
$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B| \sin\theta \, \hat{n}$$

حيث $\hat{n}$ هو متجه وحدة متجه وحدة متعامد مع كلا المتجهين **A** و**B**

و θ هي الزاوية الصغرى المحصورة بين **A** و **B**

ويمكن حساب مقدار الضرب الاتجاهي كالتالي:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |A||B| \sin\theta$$



أما اتجاهه فيمكن تحديده بقاعدة اليد اليمنى ←

ويمكن حساب الضرب الاتجاهي بدلالة مركبات المتجهين كالتالي:

$$\mathbf{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \det\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \mathbf{j}(a_3b_1 - a_1b_3) + \mathbf{k}(a_1b_2 - a_2b_1)$$

مع ملاحظة:

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

ملاحظة هامة:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

١-١٥ حل أمثلة صفحة ٣٣

- الأرقام ١-٤ و ٨-١٥

١-١٦ مسائل صفحة ٤٥

1، 2، 4، 7، 8، 12، 14، 15، 20، 25، 27، 28

+

١-جد أبعاد كل من السرعة و العجل(التسارع) و الكثافة و القوة والشغل والضغط؟

٢- حدد ما إذا كانت العلاقة التالية صحيحة من حيث الأبعاد أو غير صحيحة؟

$$v^2=v^2_0+2a$$

٣– سيارة تتحرك 7km باتجاه الشمال بعد ذلك تحركت 3km باتجاه الجنوب.

.أوجد المحصلة مقدارا واتجاهم.

٤– سيارة تتحرك 2km باتجاه الشرق بعد ذلك تحركت 5km باتجاه الشمال.

أ. أوجد المحصلة مقدارا واتجاهم.

ب. أوجد حاصل طرح المتجهين مقدارا و اتجاها.

٥– إذا كان A يمثل إزاحة مقدارها 3m باتجاه يصنع 300 مع الاتجاه الموجب للمحور السيني وكانت B تمثل إزاحة مقدارها 3m باتجاه الصادي الموجب أوجد بيانيا كل مما يلي:

A+B , A-B ,B-A,3A-B