كلية العلوم – قسم الرياضيات جامعة الملك سعود King Saud University	الاختبار الشهري الاول للمقرر ريض 111 الفصل الثاني 1445 هـ	تاريخ الاختبار 2024/2/19 الزمن: ساعة ونصف

ملاحظة: ممنوع استخدام الآلة الحاسبة.

السؤال الأول:

1) استخدم مجموع ريمان لحساب التكامل المحدد $\int_0^2 (x^2-1)dx$ (3)

2) أوجد $F'(x)$ إذا كانت $F(x)=\int_{sin(\frac{x}{2})}^{5^{3x}} \sqrt{(t^2+1)}dt$ (2)

أوجد $\frac{dy}{dx}$ فيما يلي :

3) $y = tan^{-1}(2x).log|sec(x)+tanx|$ (2)

4) $y=(tanx)^{secx}+5^x$ (2)

السؤال الثاني: أحسب التكاملات التالية :

1) $I=\int \left(\sqrt[3]{x}\, e^{\frac{x^2}{3}}\right)^3 dx$ (2)

2) $I=\int \frac{1}{\sqrt{e^{4x}-9}}dx$ (2)

3) $\int_0^1 x\, 5^{2x^2}dx$ (2)

4) $I=\int \frac{x+2}{1+x^2}dx$ (2)

5) $I=\int x^{-1}sin(\ln x^2)dx$ (2)

6) $I=\int x^{-2}csc\left(\frac{1}{x}\right)cot\left(\frac{1}{x}\right)dx$ (2)

7) $I=\int \frac{(3+sin^{-1}x)^3}{\sqrt{1-x^2}}dx$ (2)

8) $I=\int \frac{sinx}{cos^2x}dx$ (2)

انتهت الأسئلة

Powered by CamScanner

حل الاختبار الشهري الأول
الفصل الثاني ١٤٤٥هـ

السؤال الأول: ① استخدم مجموع ريمان لحساب التكامل: $\int_0^2 (x^2-1)\,dx$

$$R=\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x=\sum_{k=1}^{n}\left(\left(\frac{2k}{n}\right)^2-1\right)\frac{2}{n}=\frac{2}{n}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{4k^2}{n^2}-\sum_{k=1}^{n}1\right]$$

$$=\frac{2}{n}\left(\frac{4}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-n\right)=\frac{4}{3}\cdot\frac{(n+1)(2n+1)}{n^2}-2$$

$$\int_0^2 (x^2-1)\,dx=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{(n+1)(2n+1)}{n^2}-2\right)=\frac{8}{3}-2=\frac{2}{3}$$

② إذا كان $F(x)=\int_{\sin(\frac{x}{2})}^{5^{3x}}\sqrt{t^2+1}\,dt$ فأوجد $F'(x)$

$$F'(x)=\sqrt{5^{6x}+1}\,(3\cdot 5^{3x}\ln 5)-\sqrt{\sin^2(\tfrac{x}{2})+1}\cdot\left(\tfrac{1}{2}\cos\tfrac{x}{2}\right)$$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي:

③ $y=\tan^{-1}(2x)\cdot\log|\sec x+\tan x|$

$$y'=\frac{2}{1+4x^2}\log|\sec x+\tan x|+\frac{\sec x}{\ln 10}\tan^{-1}(2x)$$

④ $y=(\tan x)^{\sec x}+5^x$

$$y'=(\tan x)^{\sec x}\left((\sec x\tan x)\ln|\tan x|+\frac{\sec^3 x}{\tan x}\right)+5^x\ln 5$$

$$y'=(\tan x)^{\sec x}\left((\sec x\tan x)\ln|\tan x|+\sec^2 x\cdot\csc x\right)+5^x\ln 5$$

السؤال الثاني: أوجد التكاملات الآتية:

1) $\int\left(\sqrt[3]{x}\,e^{\frac{x^2}{3}}\right)^3 dx=\int x\,e^{x^2}\,dx=\frac{1}{2}\int 2x\,e^{x^2}dx=\frac{1}{2}e^{x^2}+C$

2) $\int\frac{1}{\sqrt{e^{4x}-9}}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2e^{2x}}{e^{2x}\sqrt{(e^{2x})^2-9}}dx=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\sec^{-1}(e^{2x})+C$

3) $\int_0^1 x\,5^{2x^2}dx=\frac{1}{4}\int_0^1 4x\,5^{2x^2}dx=\frac{1}{4\ln 5}\left[5^{2x^2}\right]_0^1$

$$=\frac{1}{4\ln 5}(25)-\frac{1}{4\ln 5}=\frac{6}{\ln 5}$$

4) $\int\frac{x+2}{1+x^2}dx=\int\frac{x}{1+x^2}dx+\int\frac{2}{1+x^2}dx=\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+2\tan^{-1}x+C$

Powered by CamScanner

5) $\int \frac{\sin(\ln x^2)}{x} dx = \frac{1}{2}\int \frac{2}{x}\sin(\ln x^2)\,dx = -\frac{1}{2}\cos(\ln x^2) + C$ ✓1 ✓1

6) $\int x^2 \csc\left(\frac{1}{x}\right)\cot\left(\frac{1}{x}\right) dx = -\int -\frac{1}{x^2}\csc\left(\frac{1}{x}\right)\cot\left(\frac{1}{x}\right)$ ✓1

$= \csc\left(\frac{1}{x}\right) + C$ ✓1

7) $\int \frac{(3+\sin^{-1}x)^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}(3+\sin^{-1}x)^3 dx = \frac{(3+\sin^{-1}x)^4}{4} + C$ ✓1 ✓1 ✓1

8) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1}{\cos x}\cdot\frac{\sin x}{\cos x} dx = \int \sec x \tan x\, dx$ ✓1

$= \sec x + C$ ✓1

Powered by CamScanner