مع الحل

الاختبار الفصلي الأول 382 بحث

الفصل الدراسي الأول للعام 1438-1439هـ

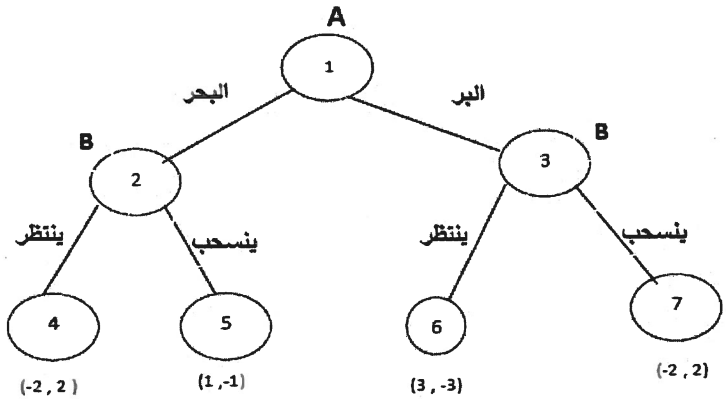
اسم الطالب :	الرقم الجامعي :

المسألة 1:

توجد بطاقتان أحدهما تحمل الرمز H والأخرى تحمل الرمز T موضوعتان على طاولة بطريقة تخفي رمز كل منهما . يقوم اللاعب A باختيار إحدى البطاقتين ، وبعد النظر إليها يقرر مايلي : إذا كانت البطاقة H، فإنه يكتب **رقمين** على ورقتين(كل رقم على ورقة) **ولا يراهما الاخر** . وفي حالة كانت البطاقة T، فإن اللاعب A يقوم بكتابة رقم واحد. أما خيارات اللاعب B فإنه يقوم بكتابة رقم واحد (مهما كانت خيارات اللاعب A) **ولا يراهما الاخر** ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت **الأرقام كلها فردية** أو كانت الأرقام **كلها زوجية** فإن B يدفع لـــــ A مبلغ ثلاثة ريالات (3) وإذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـ B ريالين (2) والمطلوب :

1. رسم شجرة المباراة.
2. تحديد استراتيجيات كل من اللاعبين .
3. إيجاد مصفوفة المباراة .

المسألة 2 : لنفترض أن المباراة بين شخصين A و B معطاة بالشجرة التالية :



1. أوجد الاستراتيجيات الخالصة لكل من اللاعبين A و B .
2. أوجد مصفوفة المباراة.

المسألة 3:

أوجد الحل للمباراة التالية : $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$

المسألة 4 : أوجد الحل للمبارات التالية : (**استخدم الهيمنة أو نقطة سرجية إن وجدت**)

$$G_2=\begin{bmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 7 \\ 7 & -5 & -3 \end{bmatrix} \qquad G_3=\begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 7 \\ 10 & 15 & 5 & 10 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix} \qquad G_1=\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 10 \\ 7 & 0 & 6 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

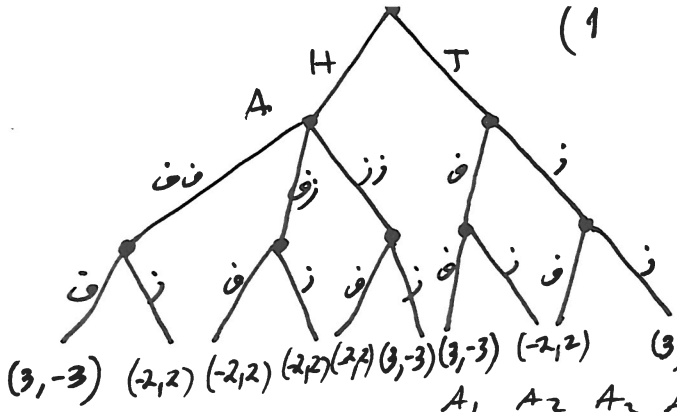
المسألة 5: لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & 5 \\ 4 & -4 & 0 \\ 1 & 7 & 10 \end{bmatrix}$$

1. هل المباراة لها حل في الإستراتجيات الخالصة ؟. دلل إجابتك (لمذا "نعم" أو لماذا "لا")
2. احسب القيمة الصغرى $\underline{v}^P$ و القيمة العظمى $\bar{v}^P$. هل دائما $\bar{v}^P = \underline{v}^P$ ؟.
3. لنفرض أن اللاعب A يختار الإســـتراتيجية المختلطة X^{*T} = (6/13 0 7/13) و اللاعب B يختار الإســـتراتيجية المختلطة Y^{*T} = (8/13 5/13 0) . احســـب العائد المتوقع لكل لاعب: $P_A(X^*,Y^*)$ و $P_B(X^*,Y^*)$.
4. برهن على أن :
   أ) $P_A(X,Y^*) \geq 43/13$ مهما كانت $X^T = (x \ 0 \ 1-x)$
   ب) $P_B(X^*,Y) \geq 43/13$ مهما كانت $Y^T = (y \ 1-y \ 0)$
5. هل المباراة لها حل في الإستراتجيات المختلطة ؟. دلل إجابتك (لمذا "نعم" أو لماذا "لا")
6. هل دائما $\bar{v}^M = \underline{v}^M$ ؟.

المسألة 1 :

(1



(2

B_1	ز
B_2	ف

	H	T
A_1	ز ز	ز
A_2	ز ز	ف
A_3	ز ف	ز
A_4	ز ف	ف
A_5	ف ف	ز
A_6	ف ف	ف

$$G = \begin{matrix} \\ B_1 \\ B_2 \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 & A_6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -2 & \frac{1}{2} & -2 \\ -2 & \frac{1}{2} & -2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

المسألة 2 :

-1

A_1	البر
A_2	البحر

إذا A

	إذا البر	البحر
B_1	ينسحب	ينسحب
B_2	ينسحب	ينتظر
B_3	ينتظر	ينسحب
B_4	ينتظر	ينتظر

-2

$$\begin{matrix} \\ \text{البر} \\ \text{البحر} \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -2 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

المسألة 3 :

$\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 3 & \boxed{-2} \end{bmatrix}$ ع.ك $v=-2$ A_2 B_2 ع.ك $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 7/11 \\ 4/11 \end{pmatrix} = X^*$

$$Y^{*T} = \left(\frac{10}{11} \quad \frac{1}{11}\right)$$

المسألة 4 :

G_1 = ع.ك
A_2 , B_2 , $v=4$

G_2 ع.ك
A_1 , B_2 , $v=4$

$$G_3 \rightarrow \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 5/6 \\ 1/6 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$X^{*T} = \left(0 \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{6} \quad 0\right)$$

$$Y^{*T} = \left(0 \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right) \quad , v^* = \frac{15}{2}$$

المسألة 5 :

-1 لا . لا يوجد سرج .

-2 $\underline{v}^P = 1$, $\bar{v}^P = 6$. لا

-3 $P_A(X^*, Y^*) = \frac{43}{13} \cdot \frac{43}{13} = P_B(X^*, Y^*)$

-4 $P_A(X, Y^*) = (x \quad 0 \quad 1-x)\begin{pmatrix} & G & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8/13 \\ 5/13 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{43}{13} \geq \frac{43}{13}$

$$P_B(X^*, Y) = (6/13 \quad 0 \quad 7/13)\begin{pmatrix} & G & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{43}{13} \geq \frac{43}{13}$$

-5 نعم لكل مباراة .

-6 نعم

382 بحث | الإمتحان النهائي | 1439-1438 - ف1

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

جامعة الملك سعود-2

المسألة 1: لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2,-2) & (-2,1) \\ (1,3) & (5,0) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.

3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم $0 \le y \le 1,\ y$

ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم $0 \le x \le 1,\ x$

4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا باستخدام الرسم.

المسألة 2 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

المحور البدائي

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

1- اكتب البرامج الخطية للاعبين A و B.

2- أوجد الحل الأمثل للمباراة باستعمال طريقة السمبلكس.

المسألة 3: **A)** ديك جدول السمبلكس الأمثل لمصفوفة مباراة G (3x3) .

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	0	45/43	7/43	0	1/43	8/43
$\bar{y}_5$	0	0	40/43	-32/43	1	20/43	3/43
$\bar{y}_3$	0	1	55/43	-1/43	0	6/43	5/43
W	**0**	**0**	**-57/43**	**-6/43**	**0**	**-7/43**	**-13/43**

المطلوب : إيجادد الحل الأمثل للمبراة (تحديد X^{*T} و Y^{*T} و **العائد المتوقع لكل لاعب**)

B) لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2,7) & (2,0) & (5,3) \\ (6,2) & (0,3) & (3,3) \end{bmatrix}$$

السؤال : ارسم مضلع العوائد(payoff region) و مجموعة باريتو(Pareto set).

المسألة 4: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2,1) & (4,3) \\ (6,2) & (3,1) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B)، ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)

3) أوجد العوائد المثلى (u^*, v^*) و الاستراتجية المشتركة باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** (u_A, v_B) .

المسألة 1 :

مسألة اللاعب A :

$$\max_{0 \le x \le 1} f_A(x,y) = P_A(x,y)$$

$$f_A(x,y) = x(8y-7) + (-4y+5)$$

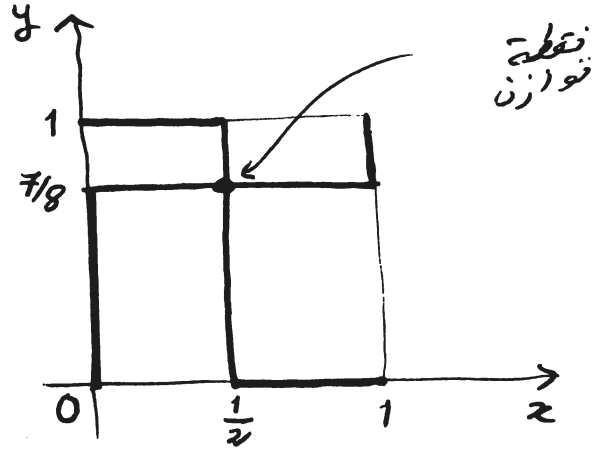
$$x^* = \begin{cases} 0 & , \ y < \frac{7}{8} \\ 1 & , \ y > 7/8 \\ [0,1] & , \ y = 7/8 \end{cases}$$

مسألة اللاعب B :

$$\max_{0 \le y \le 1} f_B(x,y) = P_B(x,y)$$

$$f_B(x,y) = y(-6x+3) + x$$

$$y^* = \begin{cases} 0 & , \ x > 1/2 \\ 1 & , \ x < 1/2 \\ [0,1] & , \ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



نقطة توازن وحيدة :

$$x^* = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow X^* = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \ , \ y^* = \frac{7}{8} \Rightarrow Y^* = \left(\frac{7}{8}, \frac{1}{8}\right)$$

$$P_A(X^*, Y^*) = \frac{3}{2} \quad , \quad P_B(X^*, Y^*) = \frac{1}{2}$$

المسألة 2 :

1 -

$$\max z = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$

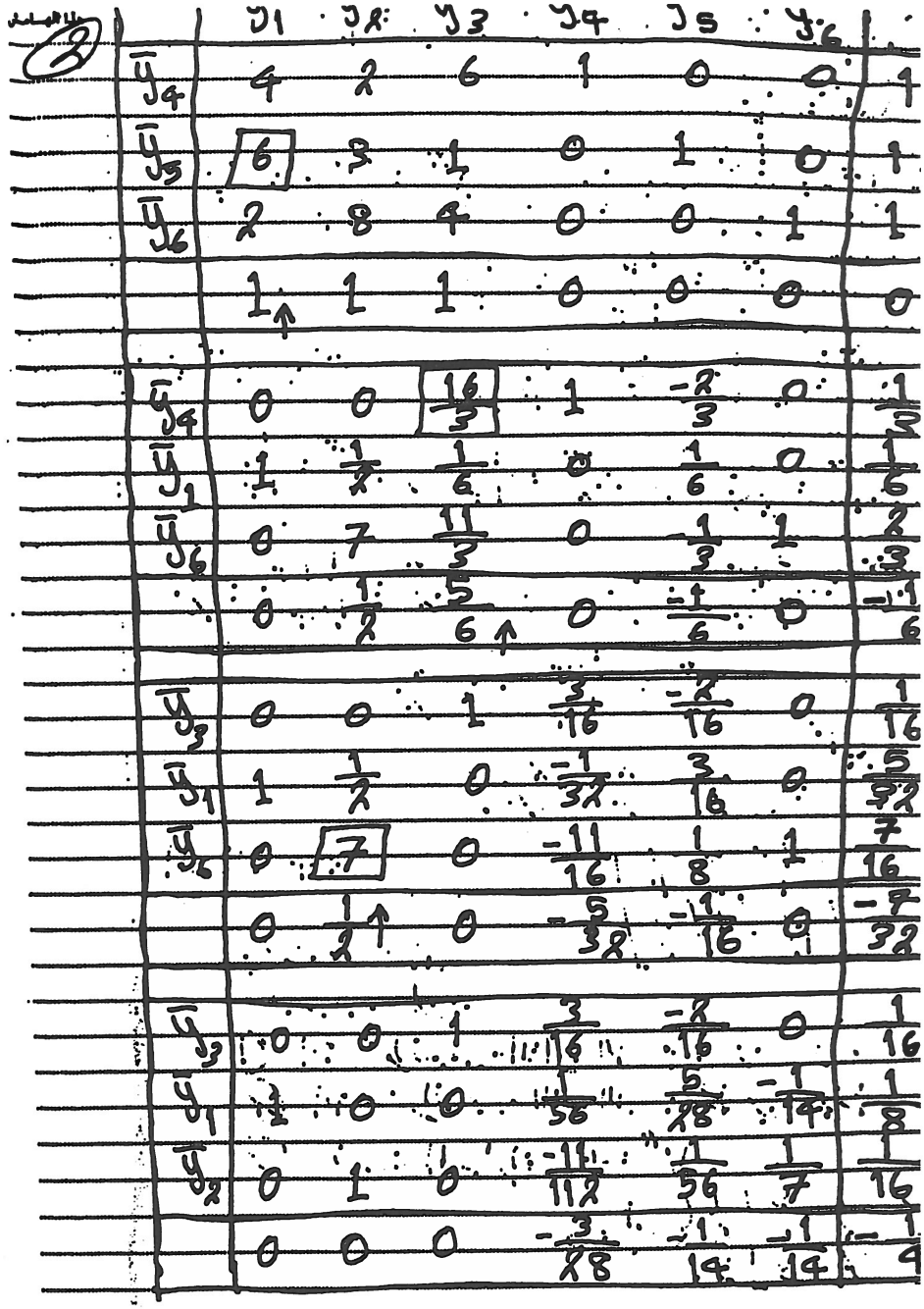
$$\text{S.t.: } 4\bar{x}_1 + 6\bar{x}_2 + 2\bar{x}_3 \ge 1$$
$$2\bar{x}_1 + 3\bar{x}_2 + 8\bar{x}_3 \ge 1$$
$$6\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + 4\bar{x}_3 \ge 1$$
$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \ge 0$$

$$\max w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$$

$$\text{S.t. : } 4\bar{y}_1 + 2\bar{y}_2 + 6\bar{y}_3 \le 1$$
$$6\bar{y}_1 + 3\bar{y}_2 + \bar{y}_3 \le 1$$
$$2\bar{y}_1 + 8\bar{y}_2 + 4\bar{y}_3 \le 1$$
$$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 \ge 0$$

2.

	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	
$\bar{y}_4$	4	2	6	1	0	0	1
$\bar{y}_5$	6	3	1	0	1	0	1
$\bar{y}_6$	2	8	4	0	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0



السؤال 3 : (A

$w^* = \frac{13}{43} = z^*$

$\bar{y}_1^* = \frac{8}{43} \Rightarrow y_1^* = \frac{8}{13}$, $\bar{y}_3^* = \frac{5}{43} \Rightarrow y_3^* = \frac{5}{13}$, $\bar{y}_2^* = 0 \Rightarrow y_2^* = 0$

$Y^{*T} = \left(\frac{8}{13} \; 0 \; \frac{5}{13}\right)$.

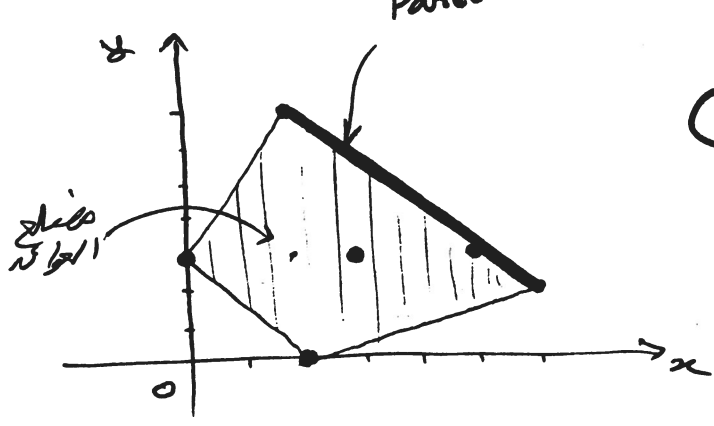
$\bar{x}_1^* = \frac{6}{43} \Rightarrow x_1^* = \frac{6}{13}$, $\bar{x}_2^* = 0 \Rightarrow x_2^* = 0$, $\bar{x}_3^* = \frac{7}{43} \Rightarrow x_3^* = \frac{7}{13}$

$\Rightarrow X^{*T} = \left(\frac{6}{13} \; 0 \; \frac{7}{13}\right)$.

العائد المتوقع الأعظمي $A = \frac{43}{13} = -\frac{1}{z^*}$

العائد الأدنى $B = -\frac{43}{13}$

(B

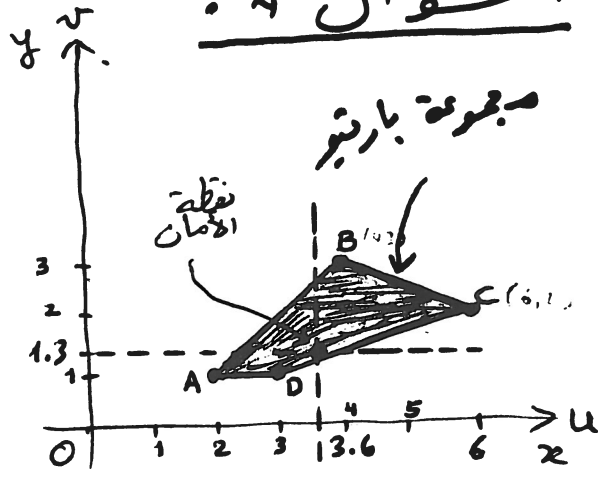


السؤال 4 :

$G_B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $G_A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

$y^{*T} = \left(\frac{2}{3} \; \frac{1}{3}\right)$ $x^{*T} = \left(\frac{3}{5} \; \frac{2}{5}\right)$

$v_B = \frac{5}{3} = 1.3$ $u_A = \frac{18}{5} = 3.6$



معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين B و C هو:

$v = -\frac{1}{2}u + 5$

$\max_{(u,v) \in \text{مجموعة الحلول} \in [B,C]} F(u,v) = (u - u_A)(v - v_B)$

$= (u - \frac{18}{5})(v - \frac{5}{3}) = (u - \frac{18}{5})(-\frac{1}{2}u + 5 - \frac{5}{3})$

$= -\frac{1}{2}u^2 + \frac{77}{15}u - 12 = f(u)$

$f'(u) = -u + \frac{77}{15} = 0 \Rightarrow u = \frac{77}{15} = 5.13 \in [4,6]$

$\Rightarrow \boxed{u^* = 5.13}$

$v = -\frac{1}{2}u + 5 = -\frac{1}{2} \times \frac{77}{15} + 5 = 2.43 \in [2,3] \Rightarrow \boxed{v^* = 2.43}$

$\Rightarrow$ العوائد المثلى هي : $(u^*, v^*) = (5.13, 2.43)$

المسألة 1: توجد على طاولة بطاقتين، الأولى مكتوب عليها الحرف **H** والثانية مكتوب عليها الحرف **T**. يقوم A بسحب إحدى البطاقتين ثم ينظر إليها. **فإذا كان الحرف H** فعلى الاعبين A وB أن يكتب كل واحد منهما **رقما واحدا** على ورقة ولا يراه الاخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـــ A ريالين و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـــ B ريالا واحدا.أما **إذا كان الحرف T** فعلى A و B أن يكتب كل منهما **رقمين** على ورقة ولا يراه الآخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـــ A ثلاثة ريالات و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـــ B ريالا واحدا. المطلوب :

1 ــ رسم شجرة المباراة

2 – إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .

3 ــ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 2 : هل للمبارات التالية حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟. في حالة كان جوابك بنعم فحدد الحل الأمثل للمباراة.

$$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & 4 & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 3: لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (2\ ,\ -2) \\ (1\ ,\ -1) & (-1\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(X,Y)$ و $P_B(X,Y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.

2) أوجد نقطة الأمان $(V_B\ ،U_A)$.

3) لنفرض أن اللاعب A يختار الإستراتيجية المختلطة $(X^*)^T = (\ 2/3\ \ 1/3\ )$ و اللاعب B يختار

الإستراتيجية المختلطة $(Y^*)^T$ = (2/5 3/5) . احسب العائد المتوقع لكل لاعب.

المسألة 4: تمثل المصفوفة التالية مصفوفة العوائد المقابلة للاستراتيجيات المختلفة لشركتين A و B لكسب الزبائن في عواصم إحدى الدول ، الأرقام بمئات الملايين من الريالات

المحور البدائي

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

1 – اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

2– أوجد الإستراتيجية المثلى لكلا الشركتين وقيمة المباراة باستخدام البرمجة الخطية .

المسألة 5: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (0\ ,\ 9) \\ (5\ ,\ 0) & (4\ ,\ -7) \end{bmatrix}$$

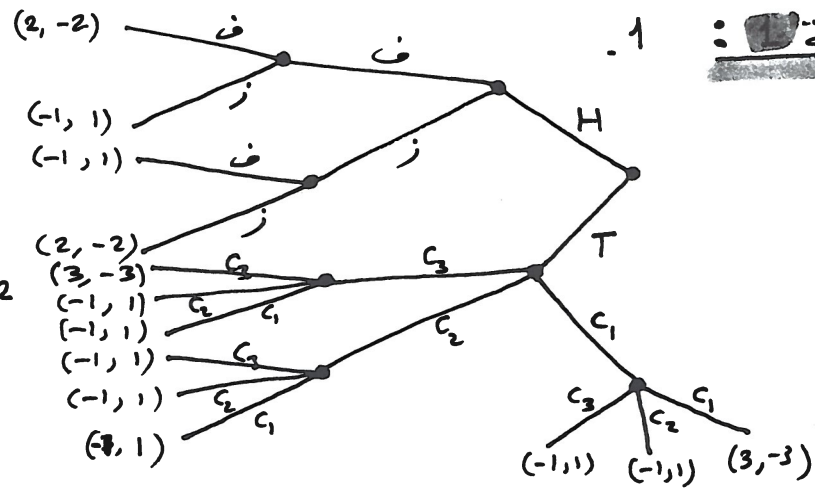
1) ارسم مضلع العوائد((payoff region(R)، مجموعة باريتو((Pareto set(P)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض((bargaining set(B) .

3) أوجد العوائد المثلى $(u^*\ ,\ v^*)$ باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** .

1432-33-S1 حل الإمتحان النهائي مت 381 :

المسألة 1 :

1. 

ز : زوجي
ف : فردي
C_1 : (ز، ز)
C_2 : (ز، ف)
C_3 : (ف، ف)

2) الاستراتيجيات الصافية

إذا T	إذا H		
C_1	ز	B_1	A_1
C_2	ف	B_2	A_2
C_2	ز	B_3	A_3
C_2	ف	B_4	A_4
C_3	ز	B_5	A_5
C_3	ف	B_6	A_6

3) مصفوفة المباراة :

$$G = \begin{bmatrix} 5/2 & 1 & 1/2 & -1 & 1/2 & -1 \\ 1 & 5/2 & - & - & & \\ - & - & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

المسألة 2 :

المصفوفة الأولى : يوجد سرج عند الصف الثالث والعمود الثاني بقيمة 4
$\Leftarrow A_3$: الاستراتيجية الأمثل للاعب A و B_2 " " " للاعب B .
قيمة اللعبة = 4 .
المصفوفة الثانية لا تحتوي على سرج $\Leftarrow$ لا يوجد حل في مجموعة الاستراتيجيات الصافية :

المسألة 3 :

1) $P_A(x,y) = (-11x+1)y + (x+1)(1-y)$ $\quad P_B(x,y) = (6x-1)y + (-3x+1)(1-y)$

2) $u_A = 1$, $v_B = \frac{5}{9}$

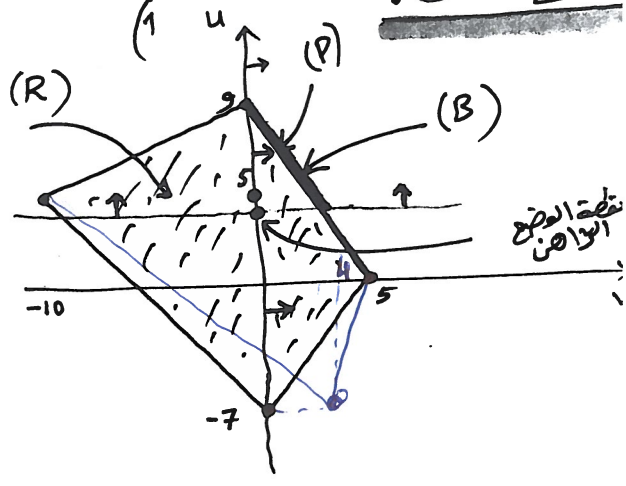
3) $P_A(x^*,y^*) = -\frac{29}{15}$, $P_B(x^*,y^*) = \frac{3}{5}$

المسألة 4 :

2. الاستراتيجية الأمثل للاعب A هي : $x^{*T} = (\frac{3}{7}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{7})$ وللاعب B هي $y^{*T} = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4})$ ، قيمة المباراة $v^* = \frac{1}{8}$.

1. $\min z = e^T\bar{x}$ (A) s.t. : $G^T\bar{x} \geq e$ $\quad \max w = e^T\bar{y}$ s.t. : $G\bar{y} \leq e$ (Pb. of B) .

المسألة 5 :

1) 

2) $u_B = 4$ ، $v_A = 0$.

3) $F(u,v) = (v-0)(u-4) = -\frac{9}{5}v^2 + 5v = f(v)$

$B = \{(v,u) : u = -\frac{9}{5}v + 9,\ u \geq 4,\ v \geq 0\}$.

$\max f(v)$: $f'(v) = 0 \Rightarrow v^* = \frac{25}{18} = 1.39 > 0$

$\Rightarrow u^* = 6.5 > 4$.

382 بحث | الإمتحان النهائي | 1439-1438 - ف1

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

جامعة الملك سعود-1

المسألة 1: لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10, 5) & (2 , -2) \\ (1 , -1) & (-1 , 1) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث X^T=(x 1-x) و Y^T=(y 1-y).

3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم $0 \le y \le 1,\ y$

ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم $0 \le x \le 1,\ x$

4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا باستخدام الرسم.

المسألة 2 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

المحور البدائي ←

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

1- اكتب البرامج الخطية للاعبين A و B.

2- أوجد الحل الأمثل للمباراة باستعمال طريقة السمبلكس.

المسألة 3: A) ديك جدول السمبلكس الأمثل لمصفوفة مباراة G (3x3) .

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	0	45/43	7/43	0	1/43	8/43
$\bar{y}_5$	0	0	40/43	-32/43	1	20/43	3/43
$\bar{y}_3$	0	1	55/43	-1/43	0	6/43	5/43
W	**0**	**0**	**-57/43**	**-6/43**	**0**	**-7/43**	**-13/43**

المطلوب : إيجادد الحل الأمثل للمبراة (تحديد X^{*T} و Y^{*T} و **العائد المتوقع لكل لاعب**)

B) لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ 7) & (2\ ,\ 0) & (5\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (0\ ,\ 3) & (3\ ,\ 3) \end{bmatrix}$$

السؤال : ارسم مضلع العوائد(payoff region) و مجموعة باريتو(Pareto set).

المسألة 4: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (1\ ,\ 1) & (3\ ,\ 7) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ -2) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،
2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B)، ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)
3) أوجد العوائد المثلى (u^*, v^*) و الاستراتجية المشتركة باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** (u_A, v_B) .

حل الإمتحان النهائي (1)

السؤال 1 : مسألة اللاعب A

$$\max_{0\le x\le 1} f_A(x,y) = P_A(x,y)$$

$$f_A(x,y) = x(-14y+3) + (2y-1)$$

$$x^* = \begin{cases} 0 & , \ y > \frac{3}{14} \\ 1 & , \ y < \frac{3}{14} \\ [0,1] & , \ y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

مسألة اللاعب B

$$\max_{0\le y\le 1} f_B(x,y) = P_B(x,y)$$

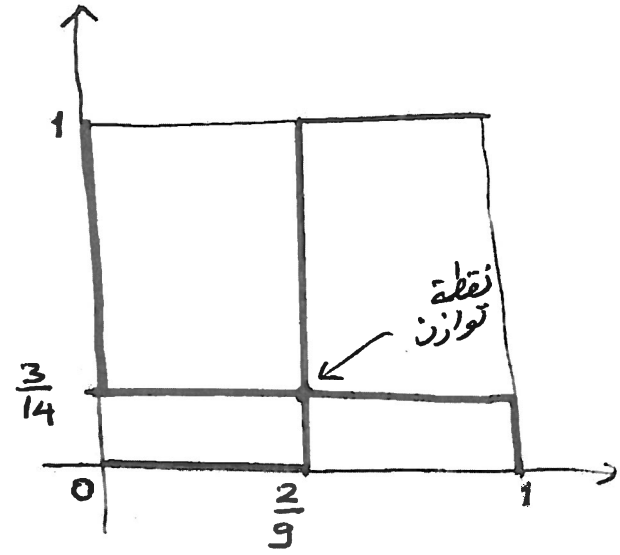
$$f_B(x,y) = y(9x-2) - 3x + 1$$

$$y^* = \begin{cases} 0 & , \ x < \frac{2}{9} \\ 1 & , \ x > \frac{2}{9} \\ [0,1] & , \ x = \frac{2}{9} \end{cases}$$

$$X^{*T} = \left(\frac{2}{9}, \frac{7}{9}\right), \quad Y^{*T} = \left(\frac{3}{14}, \frac{11}{14}\right)$$

$$P_A(x^*, y^*) = \frac{1}{7}$$

$$P_B(x^*, y^*) = \frac{1}{7}$$



السؤال 2 :

1. $$\max z = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$

$$\text{s.t.}: \quad 3\bar{x}_1 + 5\bar{x}_2 + \bar{x}_3 \ge 1$$
$$\bar{x}_1 + 2\bar{x}_2 + 7\bar{x}_3 \ge 1$$
$$5\bar{x}_1 + 3\bar{x}_3 \ge 1$$
$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \ge 0$$

$$\max w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$$

$$\text{s.t.}: \quad 3\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + 5\bar{y}_3 \le 1$$
$$5\bar{y}_1 + 2\bar{y}_2 \le 1$$
$$\bar{y}_1 + 7\bar{y}_2 + 3\bar{y}_3 \le 1$$
$$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 \ge 0$$

	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	
$\bar{y}_4$	3	1	5	1	0	0	1
$\bar{y}_5$	5	2	0	0	1	0	1
$\bar{y}_6$	1	7	3	0	0	1	1
	1	1	1	0	0	0	0

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_4$	0	$-\frac{1}{5}$	(5)	1	$-\frac{3}{5}$	0	$\frac{2}{5}$
$\bar{y}_1$	1	$\frac{2}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$
$\bar{y}_6$	0	$\frac{33}{5}$	3	0	$-\frac{1}{5}$	1	$\frac{4}{5}$
W	0	3/5	1	0	-1/5	0	-1/5

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_3$	0	$-\frac{1}{25}$	1	$\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{25}$	0	$\frac{2}{25}$
$\bar{y}_1$	1	$\frac{2}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$
$\bar{y}_6$	0	(168/25)	0	-3/5	$\frac{4}{25}$	1	$\frac{14}{25}$
W	0	16/25	0	-1/5	-2/25	0	-7/25

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_3$	0	0	1	$\frac{11}{56}$	$-\frac{5}{42}$	$\frac{1}{168}$	$\frac{1}{12}$
$\bar{y}_1$	1	0	0	$\frac{1}{28}$	4/21	$\frac{5}{84}$	$\frac{1}{6}$
$\bar{y}_2$	0	1	0	-5/56	$\frac{1}{42}$	$\frac{25}{168}$	$\frac{1}{12}$
W	0	0	0	-1/7	-2/21	-2/21	-1/3

$X^{*T} = \left(\frac{3}{7}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{7}\right)$ ، $Y^{*T} = \left(\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\right)$

عائد اللاعب A = 3

عائد اللاعب B = -3

السؤال 3 : السؤال 3 (A

$w^* = \frac{13}{43} = z^*$

$\bar{y}_1^* = \frac{8}{43} \Rightarrow y_1^* = \frac{8}{13}$, $\bar{y}_3^* = \frac{5}{43} \Rightarrow y_3^* = \frac{5}{13}$, $\bar{y}_2^* = 0 \Rightarrow y_2^* = 0$

$y^{*T} = \left(\frac{8}{13} \; 0 \; \frac{5}{13}\right)$.

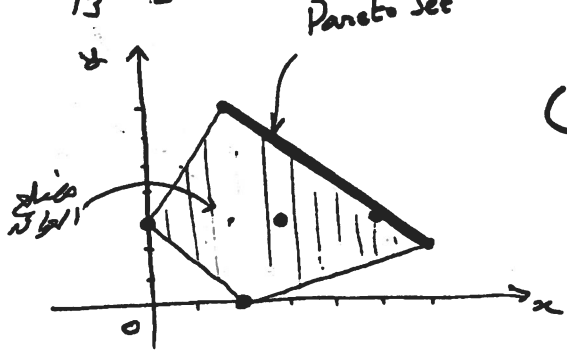
$\bar{x}_1^* = \frac{6}{43} \Rightarrow x_1^* = \frac{6}{13}$, $\bar{x}_2^* = 0 \Rightarrow x_2^* = 0$, $\bar{x}_3^* = \frac{7}{43} \Rightarrow x_3^* = \frac{7}{13}$

$\Rightarrow x^{*T} = \left(\frac{6}{13} \; 0 \; \frac{7}{13}\right)$.

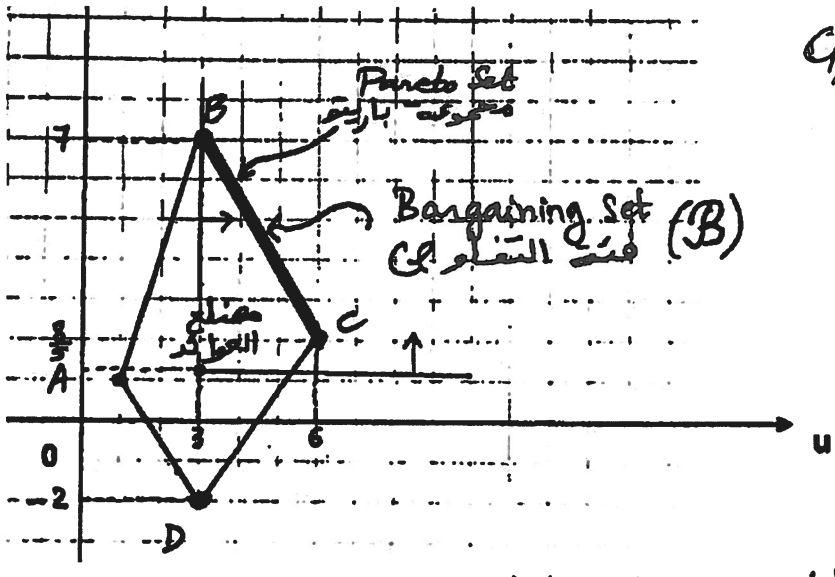
$\frac{43}{13} = \frac{1}{z^*} = A$ العائد المتوقع للاعب

$-\frac{43}{13} = B$ العائد المتوقع للاعب

(B



السؤال 4 :



$G_A = \begin{bmatrix} 1 & \boxed{3} \\ 6 & \boxed{3} \end{bmatrix}$ العائد المتوقع للاعب 2

$u_A = 3$

$G_B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

$x^{*T} = \left(\frac{2}{5} \; \frac{3}{5}\right)$

$V_B = \frac{8}{5}$

معادلة المستقيم الذي يمر بالنقاط B و C هو :

$v = -\frac{5}{3}u + 12$

$\text{Max}_{(u,v) \in [B,C]} \; F(u,v) = (u-u_A)(v-V_B) = (u-3)\left(v-\frac{8}{5}\right)$

$= (u-3)\left(-\frac{5}{3}u + 12 - \frac{8}{5}\right) =$

$= -\frac{5}{3}u^2 + \frac{77}{5}u - \frac{156}{5}$

$:= f(u)$

$f'(u) = -\frac{10}{3}u + \frac{77}{5} = 0$

$\Rightarrow u = \frac{231}{50} \simeq 4.62 \in [3,6]$

$\Rightarrow u^* = 4.62$

$V^* = 4.29 \in [2,7]$

الحل الأمثل هو : (u^*, V^*)

$= (4.62, 4.29)$

382 بحث | الإمتحان النهائي | 1437-1438 - ف1

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

جامعة الملك سعود

المسألة 1: أوجد الحل الأمثل في مجموعة الإستراتيجيات الصافية إن وجد أو في مجموعة الإستراتيجيات المختلطة للمبارات التالية :

$$G_1 = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad ، \quad G_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad ، \quad G_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad ، \quad G_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 2 : أوجد الحل للمبارات التالية : **(استخدم الهيمنة أو النقطة السرجية إن وجدت)**

$$G_1 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 & 10 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & 3 & 7 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & 8 \end{bmatrix} \qquad G_2 = \begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 13 & 10 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 4 \\ 16 & 9 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad G_3 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

المسألة 3: لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

المحور البدائي ←

1- اكتب البرامج الخطية للاعبين A و B.

2- بعد تكوين جدول السمبلكس البدائي ، قم **بتحديث الجدول لمرحلة واحدة.**

المسألة 4: ديك **جدول السمبلكس الأمثل** لمصفوفة مباراة G (3x3) .

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_3$	0	0	1	3/16	-2/16	0	1/16
$\bar{y}_1$	1	0	0	1/56	5/28	-1/14	1/8
$\bar{y}_2$	0	1	0	1/10	1/56	1/7	1/16
W	**0**	**0**	**0**	**-3/28**	**-1/14**	**-1/14**	**-1/4**

المطلوب : إيجادد الحل الأمثل للمبراة (تحديد X^{*T} و Y^{*T} و العائد المتوقع لكل لاعب)

المسألة 5 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (2\ ,\ -2) \\ (1\ ,\ -1) & (-1\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.
2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.
3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم $0 \le y \le 1,\ y$
ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم $0 \le x \le 1,\ x$
4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا .

المسألة 6: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ 1) & (4\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B)، ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)

3) أوجد العوائد المثلى (u^*, v^*) باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان**.

المسألة 7: أ) لديك المباراة الثنائية التالية:

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (\alpha\ ,\ 1) & (4\ ,\ \beta) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

السؤال : حدد قيمة لـ α و قيمة لـ β بحيث تكون $(\alpha, 1)$ و $(4, \beta)$ نقاط توازن .

ب) لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ 7) & (2\ ,\ 0) & (5\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (0\ ,\ 3) & (3\ ,\ 3) \end{bmatrix}$$

السؤال : ارسم مضلع العوائد(payoff region) و مجموعة باريتو(Pareto set).

حل الإمتحان النهائي

السؤال 1:

$G_1 = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

A_2 هي الإستراتيجية المثلى للاعب A، B_2 هي الإستراتيجية المثلى للاعب B

قيمة اللعبة = 3

$x^{*T} = (\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2})$

$y^{*T} = (\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2})$

$V^* = -1/2$

$G_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

$G_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ هي المصفوفة المختصرة

قيمة اللعبة =

$x^{*T} = (\frac{2}{3} \quad \frac{1}{3}) - 1$

$y^{*T} = (\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}) - 2$

$G_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ المختصرة.

$V^* = 3$ B_2 ، A_2

السؤال 2:

$G_1 \leftarrow \begin{matrix} & B_1 & B_2 \\ A_1 & 4 & 5 \\ A_3 & 6 & 3 \end{matrix}$

$V^* = \frac{9}{2} = 4.5$

$x^{*T} = (3/4 \quad 0 \quad 1/4 \quad 0)$

$y^{*T} = (\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 0)$

G_2 هي المختصرة: $V^* = 4$ B_4 ، A_3

$G_3 \leftarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 7 \end{bmatrix}$

$x^{*T} = (0 \quad \frac{4}{5} \quad \frac{1}{5} \quad 0)$

$y^{*T} = (0 \quad 0 \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5})$

$V^* = \frac{47}{5}$

السؤال 3:

(1

A على الآلة: $\min z = \sum \bar{x}_i$

s.t. $G^T \bar{x} \geq 1$

$\bar{x} \geq 0$

B على الآلة:

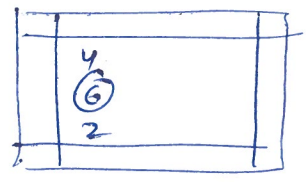
$\max w = \sum \bar{y}_j$

s.t. $G \bar{y} \leq 1$

$\bar{y} \geq 0$

	y_4	0	0	$16/3$	$1-2/3$	0	$1/3$
→	y_1	1	$1/2$	$1/6$	0	$1/6$	$1/6$
	y_6	0	7	$11/3$	0	$-1/3$	1	$2/3$
		0	$1/2$	$5/6$	0	$-1/6$	0	$-1/6$

(2



السؤال 4:

$x^{*T} = (3/7 \quad 2/7 \quad 2/7)$. $u^* = V^* = 4$

$y^{*T} = (1/2 \quad 1/4 \quad 1/4)$

السؤال 5:

1) لا يوجد نقاط توازن

2)

$P_A(x,y) = x(-14y+3) + (2y-1)$

إذا $y > \frac{3}{14}$ فإن $x^* = 0$

إذا $y = \frac{3}{14}$ فإن $0 < x^* < 1$

إذا $y < \frac{3}{14}$ فإن $x^* = 1$

الحل الأمثل

$P_B(x,y) = y(9x-2) + (-3x+1)$

إذا $x < \frac{2}{9}$ فإن $y^* = 0$

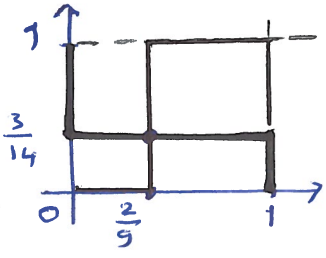
إذا $x = \frac{2}{9}$ فإن $0 < y^* < 1$

إذا $x > \frac{2}{9}$ فإن $y^* = 1$

الحل الأمثل

$V_A^* = -\frac{4}{3}$

$V_B^* = \frac{1}{3}$

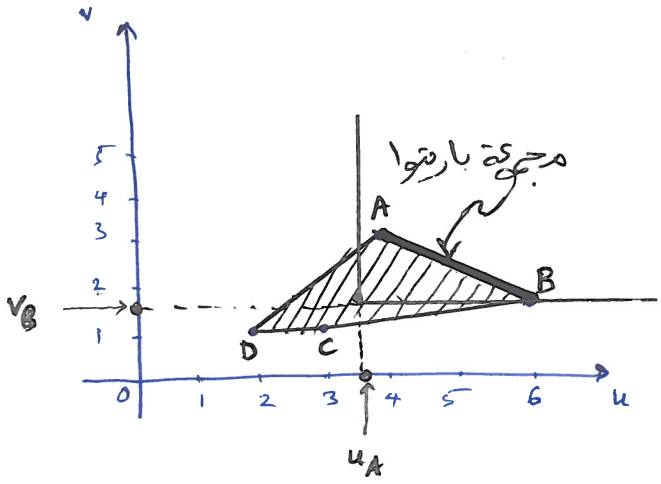


3) نقطة التوازن تواقع:

$x = \frac{2}{9} \rightarrow x^{*T} = (\frac{2}{9} \quad \frac{7}{9})$

$y = \frac{3}{11} \rightarrow y^{*T} = (\frac{3}{11} \quad \frac{8}{11})$

السؤال 6 :



$u_A = \frac{18}{5}$ ، $v_B = \frac{5}{3}$

معادلة المستقيم : $v = -\frac{1}{2}u + 5$

$$F(u,v) = (u-u_A)(v-v_B)$$
$$= (u-u_A)(-\frac{1}{2}u + 5 - v_B)$$
$$= (u-\frac{18}{5})(-\frac{1}{2}u + 5 - \frac{5}{3})$$
$$:= f(u) = (u-\frac{18}{5})(-\frac{1}{2}u + \frac{10}{3})$$

$f'(u) = 0 \Rightarrow u^* = \frac{77}{15}$

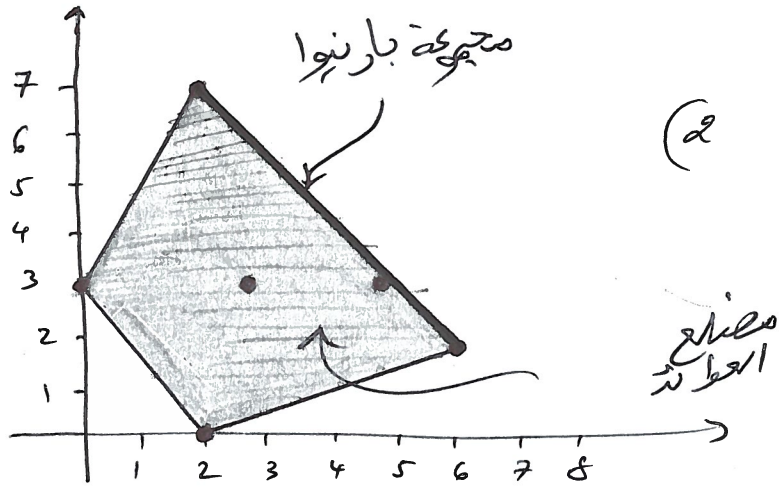
and therefore $v^* = \frac{73}{30}$

السؤال 7 :

(1 $\begin{bmatrix} (\alpha,1) & (4,\beta) \\ (6,2) & (3,1) \end{bmatrix}$

أي قيم α و β بحيث $\alpha > 6$ و $\beta < 1$

(2



382 بحث	الإمتحان الفصلي الأول	1437-38-ف1

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

جامعة الملك سعود

المسألة 1: تتألف قوة عسكرية A من ثلاثة ألوية مدرعة تقوم بالدفاع عن المدينة C من خلال مدخلين (طريقين) رئيسيين للمدينة حيث يتوقع أن تتم مهاجمة المدينة من قوة ثانية معادية B عبر أحد هذين المدخلين أو كليهما . تتألف القوة B من لواءين ويمكنها مهاجمة المدينة C إما بلواء عبر كل مدخل رئيسي أو باللواءين عبر أحد المدخلين . يمكن للقوة المدافعة A أن تقوم بالدفاع عن أحد المدخلين أو لواءين للدفاع عن أحد المدخلين ولواء للدفاع عن المدخل الآخر . وتقتضي قواعد اللعبة العسكرية أن تحصل القوة A أو القوة B من المكاسب ما يساوي إلى الفرق بين عدد ألويتها وعدد الألوية الخصم .

والمطلوب :

1. رسم شجرة المباراة على أنها ذات مجموع صفري .
2. إيجاد استراتيجيات كل من القوتين A و B .
3. إيجاد مصفوفة المباراة الناتجة .

المسألة 2 : (انظر إلى الشجرة في الأسفل)

1. إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB.
2. **اختار استراتيجية صافية لكل لاعب ثم احسب العائد الناتج لكل لاعب.**

المسألة 3:

تأكد أن كل مصفوفة من مصفوفات المبارات التالية ليس لديها نقطة سرجية ثم أوجد الحل الأمثل في مجموعة الإستراتيجيات المختلطة لكل واحدة منها باستعمال **الطريقة المباشرة.**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad , \quad \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(1) (2) (3) (4)

المسألة 4 : أوجد الحل للمبارات التالية : (**استخدم الهيمنة أو النقطة سرجية إن وجدت**)

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$G_1=\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & 4 & 6 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$G_3=\begin{bmatrix} 0 & 3 & 6 & 5 \\ 15 & 10 & 8 & 9 \\ 10 & 15 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

المسألة 5: لتكن مصفوفة المباراة التالية :

المحور البدائي

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

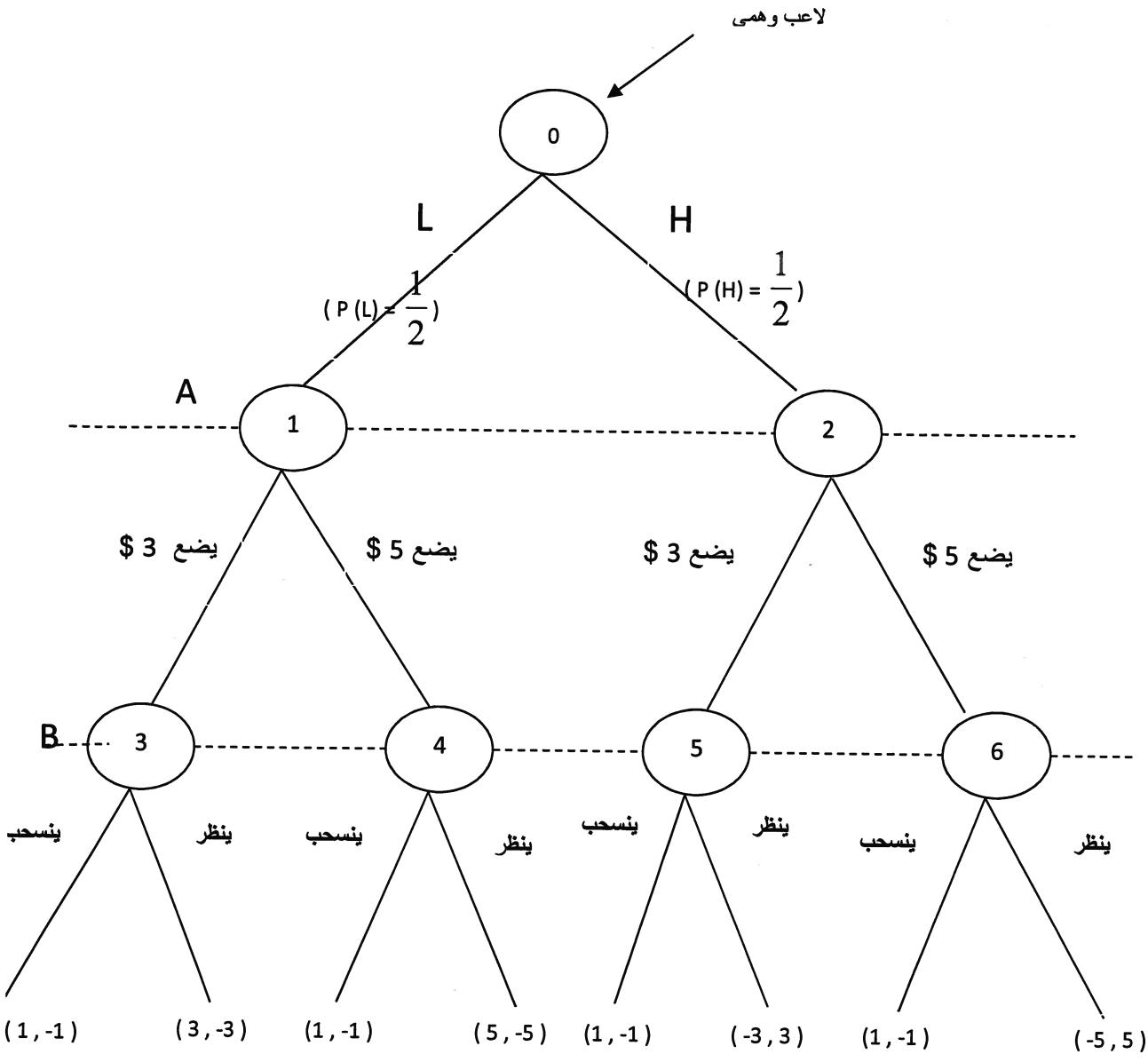
1- اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

2- بعد تكوين جدول السمبلكس البدائي ، قم بتحديث الجدول لمرحلة واحدة.

المسألة 6: لديك **جدول السمبلكس الأمثل** لمصفوفة مباراة G (3x3) .

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	0	0	0.14	-0.07	0	0.07
$\bar{y}_2$	0	1	0	-0.3	0.16	0.07	0.06
$\bar{y}_3$	0	0	1	-0.01	-0.03	0.14	0.10
W	0	0	0	0.1	0.06	0.07	0.23

المطلوب : إيجاد الحل الأمثل للمبراة (تحديد X^{*T} و Y^{*T} و العائد المتوقع لكل لاعب)

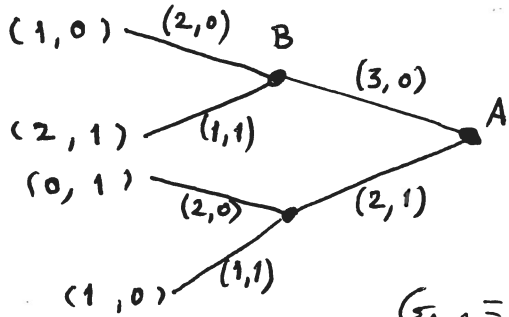

لاعب وهمي
0
L
H
(P (L) = $\frac{1}{2}$)
(P (H) = $\frac{1}{2}$)
A
1
2
يضع 3 $
يضع 5 $
يضع 3 $
يضع 5 $
B
3
4
5
6
ينسحب
ينظر
ينسحب
ينظر
ينسحب
ينظر
ينسحب
ينظر
(1 , -1)
(3 , -3)
(1 , -1)
(5 , -5)
(1 , -1)
(-3 , 3)
(1 , -1)
(-5 , 5)

حل الإمتحان النهائي الأول — بحث 382 — ١٤٢٧ - ١٤٢٧٨

الفصل 1

تمرين 1 :

1. $G_{A,B} = \begin{bmatrix} (1,0) & (2,1) \\ (0,1) & (1,0) \end{bmatrix}$



2.

A \ B	B_1	B_2
A_1	3	0
A_2	2	1

B \ A	A_1	A_2
B_1	2	0
B_2	1	1

تمرين 2 :

1.

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	3	3	5	5
A_2	3	3	5	5
A_3	5	5	3	3
A_4	5	5	3	3

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	ينظر	ينظر	ينسحب	ينسحب
A_2	ينظر	ينظر	ينسحب	ينسحب
A_3	ينسحب	ينسحب	ينظر	ينظر
A_4	ينسحب	ينسحب	ينظر	ينظر

تمرين 3 :

3. اختيار الطالب.

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

2.

$x^{*T} = (0\ 1)$

$y^{*T} = (1\ 0)$

$V^* = 3$

$x^{*T} = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$y^{*T} = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

$V^* = 0$

$x^{*T} = (\frac{2}{3}\ \frac{1}{3}) \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

$y^{*T} = (\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}) \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

$V^* = 1$

$x^{*T} = (0\ 1) \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ← 2 سطر

$y^{*T} = (0\ 1) \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$ ← 2 عمود

$V^* = 2$

تمرين 4 :

G_1 يوجد سرج عند $A_3 \leftarrow x^{*T} = (0\ 0\ 1\ 0)$

$B_2 \leftarrow y^{*T} = (0\ 1\ 0\ 0)$

$V^* = 4$

$G_2 \rightarrow \begin{matrix} A_1 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow$ (لا يوجد سرج)

$x^{*T} = (\frac{3}{4}\ 0\ \frac{1}{4})$

$y^{*T} = (0\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2})$

$V^* = 9/2$

$G_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 7 \end{bmatrix}$

$x^{*T} = (0\ \frac{4}{5}\ \frac{1}{5}\ 0)$

$y^{*T} = (0\ 0\ \frac{4}{7}\ \frac{3}{7})$

$V^* = \frac{43}{5}$.

تمرين 5 :

1. $\text{Min } Z = \sum \bar{x}_i$

$\text{S.t. } G^T \bar{x} \geq 1$

$\bar{x} \geq 0$

$\text{Max } W = \sum \bar{y}_i$

$\text{s.t.: } G\bar{y} \leq 1$

$\bar{y} \geq 0$

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	
Z	0	1/2	5/6	0	-1/6	0	-1/6
$\bar{y}_4$	0	0	16/3	1	-4/6	0	1/3
$\bar{y}_1$	1	1/2	1/6	0	1/6	0	1/6
$\bar{y}_6$	0	7	11/3	0	-1/3	1	2/3

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	
Z	1	1	1	0	0	0	
$\bar{y}_4$	4	2	6	1	0	0	1
$\bar{y}_5$	6	3	1	0	1	0	1
$\bar{y}_6$	2	8	4	0	0	1	1

تمرين 6 :

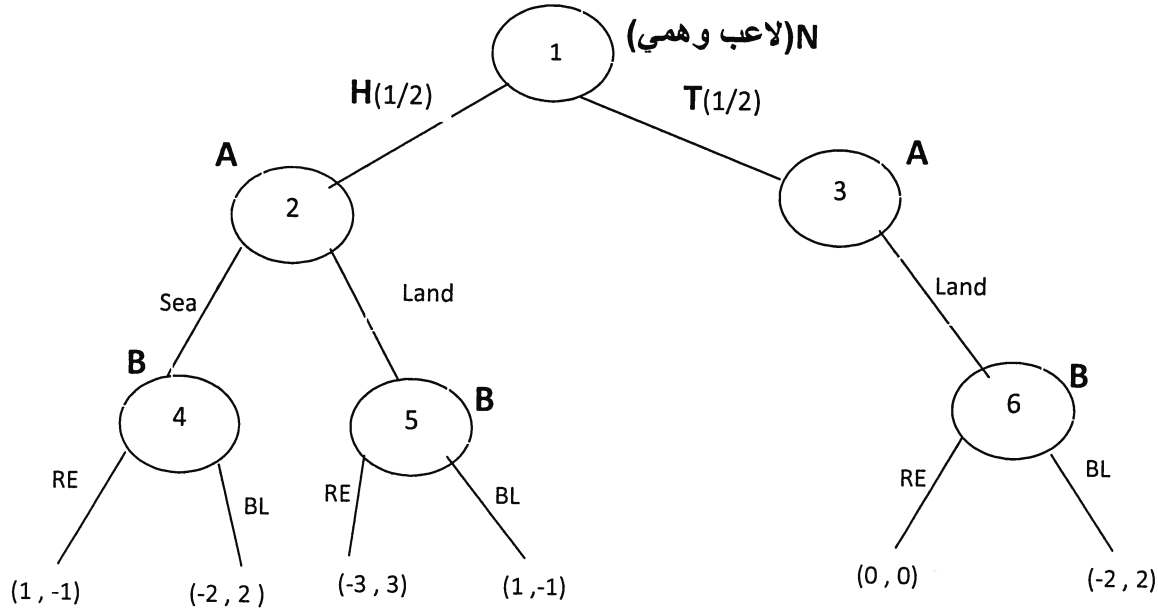
$x^{*T} = (0.3038\ 0.26\ 0.43)$, $y^{*T} = (0.3038\ 0.2604\ 0.434)$

$V^* = 4.34$

المسألة 1: توجد على طاولة بطاقتين، الأولى لونها أخضر والثانية لونها أحمر. يقوم A بسحب إحدى البطاقتين ثم ينظر إليها. **فإذا كان لون البطاقة أخضر** فعلى الاعبين A وB أن يكتب كل واحد منهما **رقما واحدا** على ورقة ولا يراه الاخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـــ A ريالين و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـــ B ريالا واحدا.أما **إذا كان لون البطاقة أحمر** فعلى A و B أن يكتب كل منهما **رقمين** على ورقة ولا يراه الآخر ثم تكشف الأوراق معاً فإذا كانت الأرقام كلها فردية أو كلها زوجية فإن B يدفع لـــ A ثلاثة ريالات و إذا كانت الأرقام غير ذلك فإن A يدفع لـــ B ريالا واحدا. المطلوب :

1 ــ رسم شجرة المباراة
2 – إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .
3 ــ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 2 : لنفترض أن المباراة بين شخصين A و B معطاة بالشجرة التالية :



1ــ إيجاد استراتيجيات كلاً من اللاعبين A وB ومصفوفة المباراة .
2 ــ هل للمباراة حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟ وضح إجابتك .

المسألة 3 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

المحور البدائي

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$x^* = (3/7 \; 2/7 \; 2/7)$　　$y^* = (1/2 \; 1/4 \; 1/4)$

1- اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

2- أوجد الإستراتيجية المثلى لكلا الشركتين وقيمة المباراة باستخدام البرمجة الخطية .

المسألة 4 : هل للمبارات التالية حل في مجموعة الإستراتجيات الصافية ؟. في حالة كان جوابك بنعم فحدد الحل الأمثل للمباراة.

$$\begin{bmatrix} 18 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 5 & 4 & 5 \\ 16 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

المسألة 5 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ -2) & (-2,\ 1) \\ (1\ ,\ 3) & (5\ ,\ 0) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟.

2) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة **بطريقة سواستكا** .

المسألة 6: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

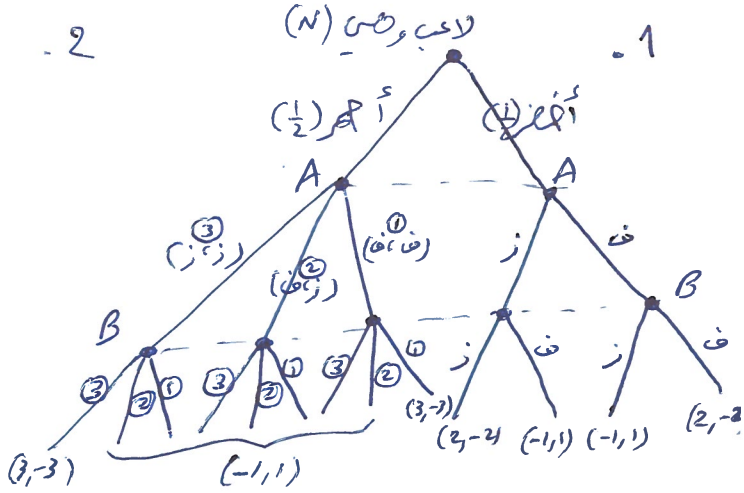
$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2\ ,\ 1) & (4\ ,\ 3) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ 1) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set) .

الفصل الدراسي الثاني — حل الامتحان النهائي — المقرر: 381 لحث

المسألة 1 :

1. 

2. استراتيجيات A و B .

A	إذا لون البطاقة الأخيرة	إذا لون البطاقة الأولى	B
A_1	ز	ز	B_1
A_2	ز	ز	B_2
A_3	ز	ف	B_3
A_4	ف	ف	B_4
A_5	ف	ف	B_5
A_6	ف	ف	B_6

3.
$$G = \begin{array}{c|ccc|c} & 5/2 & 1/2 & 1/2 & 1 \\ G_1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1 \\ & 1/2 & 1/2 & 5/2 & -1 \\ \hline & 1 & & & \end{array} \quad \begin{array}{c} -1 \\ -1 \\ -1 \\ \hline G_2 \end{array}$$

4- لا يوجد حل للمباراة في مجموعة الاستراتيجيات الصافية .

المسألة 2 :

1.

إذا H	إذا T	
Land	Land	A_1
Land	Sea	A_2

إذا Sea	إذا Land	
BL	BL	B_1
BL	RE	B_2
RE	BL	B_3
RE	RE	B_4

$$G = \begin{bmatrix} -1/2 & -3/2 & -1/2 & -3/2 \\ -2 & -1 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

2- لا . لا يوجد سرج في الحالة المختلطة .

المسألة 3 :

1- برنامج A : $\min z = \sum_{i=1}^{4} x_i$ s.t. $G^T \bar{x} \geq e$, $\bar{x} \geq 0$, $e^T = (1,1,1,1)$.

برنامج الاعب B :

$$\max w = \sum_{j=1}^{3} y_j \quad \text{s.t.} \quad G\bar{y} \leq e \quad , \quad \bar{y} \geq 0$$

2- $x^{*T} = \left(\frac{3}{7} \ \frac{2}{7} \ \frac{2}{7}\right)$, $y^{*T} = \left(\frac{1}{2} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4}\right)$, $v^* = 4$

مسألة 4 :

④ الحل الأمثل هو $\begin{bmatrix} 18 & 2 \\ \cdots & \cdots \end{bmatrix}$

$x^* = A_3$

$y^* = B_2$

$V^* = 4$

هل هو الحل الأمثل للعبة الصفرية الثنائية ؟

مسألة 5 :

1 - x .

2 - اللاعب A : $\max_{0 \le x \le 1} f_A(x,y)$

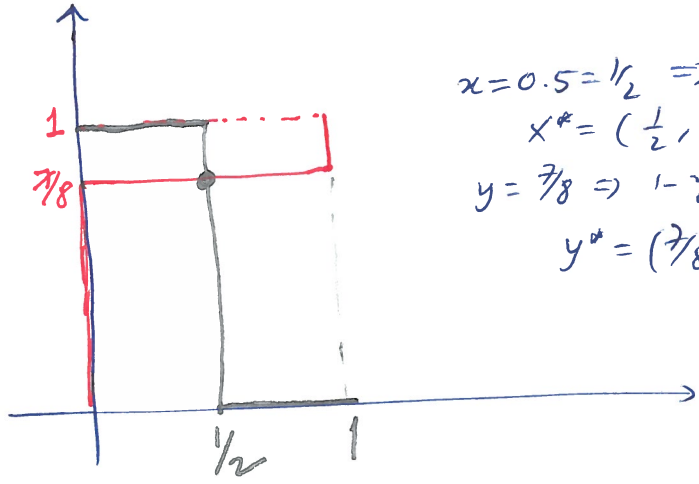
$f_A(x,y) = x(8y-7) + (-4y+5)$

$$x^* = \begin{cases} 0 & , \ y < 7/8 \\ 1 & , \ y > 7/8 \\ [0,1] & , \ y = 7/8 \end{cases}$$

اللاعب B : $\max_{0 \le y \le 1} f_B(x,y)$

$f_B(x,y) = y(-6x+3) + x$

$$y^* = \begin{cases} 0 & , \ x > 1/2 \\ 1 & , \ x < 1/2 \\ [0,1] & , \ x = 1/2 \end{cases}$$



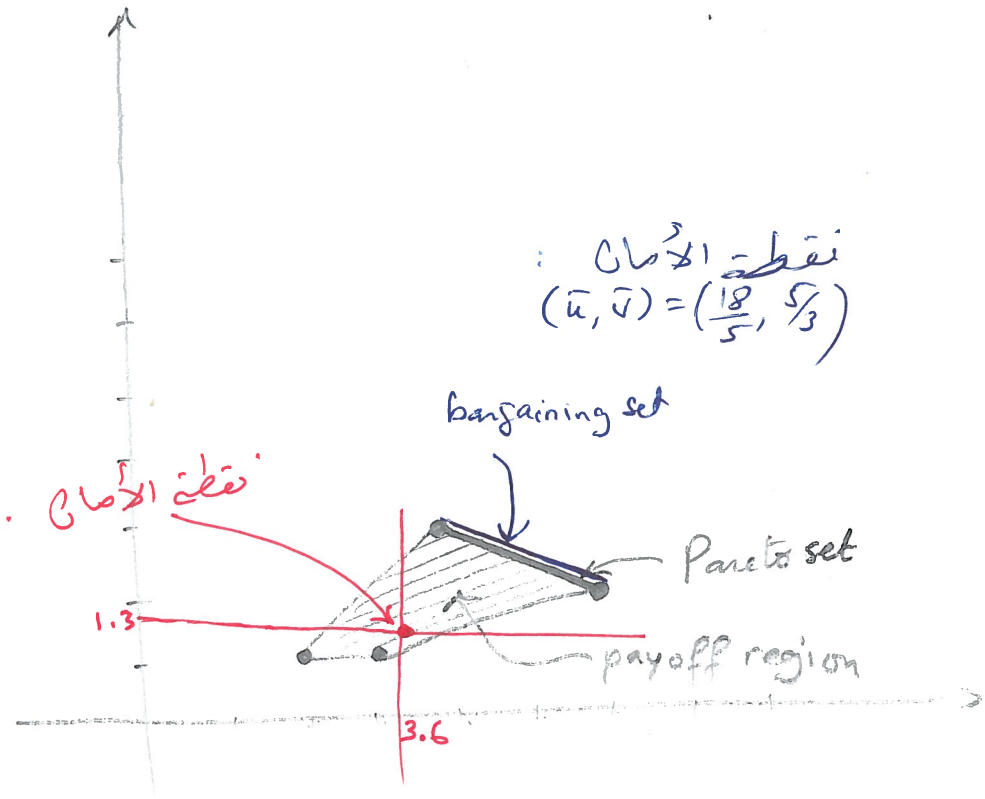
$x = 0.5 = 1/2 \Rightarrow 1-x = 1/2$

$x^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$y = 7/8 \Rightarrow 1-y = 1/8$

$y^* = (7/8, 1/8)$.

مسألة 6 :



نقطة الاتفاق :

$(\bar{u}, \bar{v}) = (\frac{18}{5}, \frac{5}{3})$

نقطة الاتفاق .

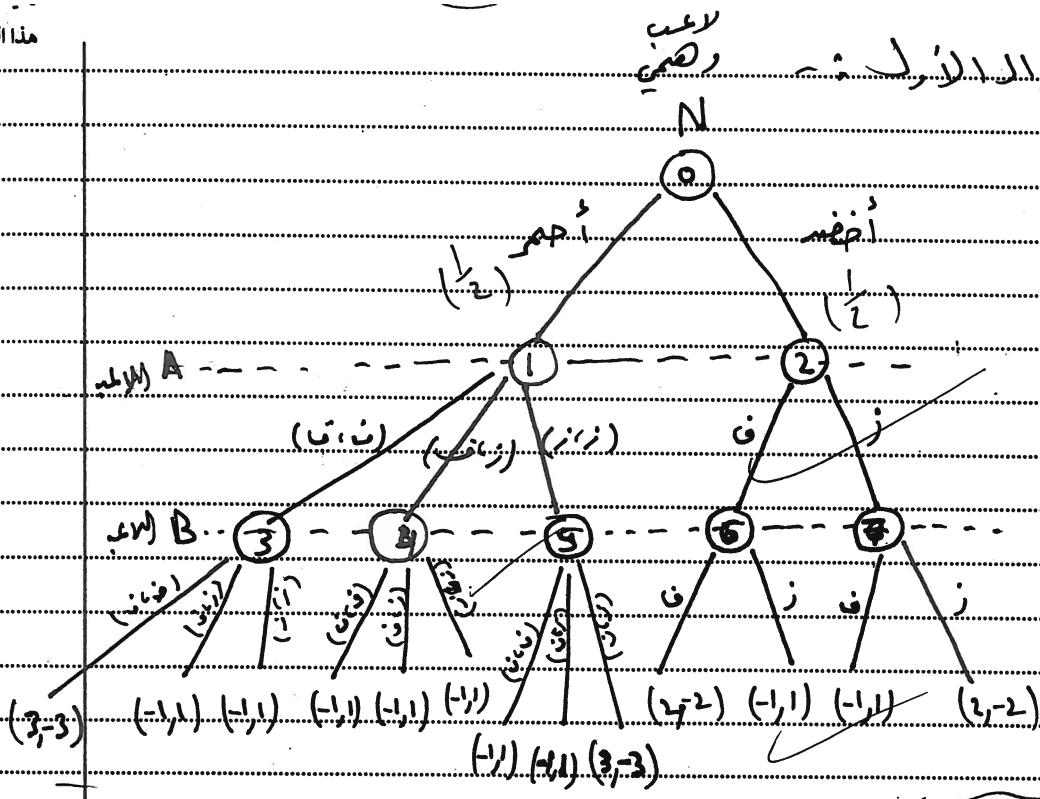
هذا الهامش

إجابة السؤال الأول :-

ز = زهر

ف = فرز

1-



2- لاعب A استراتيجيات البديلة و B كذلك :-

	إزاحات لبطاقة أحمر	إزاحات لبطاقة أخضر	
B_1	(ز، ز)	ز	A_1
B_2	(ز، ف)	ز	A_2
B_3	(ف، ف)	ز	A_3
B_4	(ز، ز)	ف	A_4
B_5	(ز، ف)	ف	A_5
B_6	(ف، ف)	ف	A_6

$$G_2 = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & B_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 5/2 & 1/2 & 1/2 & 1 & -1 & -1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1 & -1 & -1 \\ 1/2 & 1/2 & 5/2 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 5/2 & 1/2 & 1/2 \\ -1 & -1 & -1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ -1 & -1 & 1 & 1/2 & 1/2 & 5/2 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{array}$$

$\bar{V}^P = -1$

$5/2 \quad 1/2 \quad 5/2 \quad 5/2 \quad 1/2 \quad 5/2$

$\bar{V}^P = 1/2$

3- لا يوجد حل للمباراة في المجموعة لاستراتيجيات الصافية لعدم وجود سرج .

(1)

1. استراتيجيات اللاعب A :-

	إذا كان T	إذا كان H	
A_1	يختار Land	يختار Land	
A_2	يختار Land	يختار Sea	

2. استراتيجيات اللاعب B :-

	إذا كان Land	إذا كان Sea	
B_1	يختار Bl	يختار Bl	
B_2	يختار Bl	يختار Be	
B_3	يختار Be	يختار Bl	
B_4	يختار Be	يختار Be	

$$A \to A_1,\ B \to B_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$$

$$A \to A_2,\ B \to B_2 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$$

$$A \to A_1,\ B \to B_3 \Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(-3) = \frac{-3}{2}$$

$$A \to A_1,\ B \to B_4 \Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(-3) = \frac{-3}{2}$$

$$A \to A_2,\ B \to B_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(-2) + \frac{1}{2}(-2) = -2$$

$A \to A_1$, $B \to B_1$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(-1) + \frac{1}{2}(1) = -\frac{1}{2}$

$A \to A_1$, $B \to B_3$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(-1) = -1$

$A \to A_1$, $B \to B_4$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(1) = \frac{1}{2}$

$$G = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{V}^P = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -1 \quad -\frac{1}{2}$$

$\overline{V}^P = -1 \neq \underline{V}^P$

(2)

لا يوجد حل في مجموعة الاستراتيجيات الصافية

382 بحث	الإمتحان النهائي	1437-38-ف2

اسم الطالب:	الرقم الجامعي:

المسألة 1:

أ) تأكد أن كل مصـــفوفة من مصـــفوفات المبارات التالية ليس لديها نقطة ســـرجية ثم أوجد الحل الأمثل في مجموعة الإستراتيجيات المختلطة لكل واحدة منها باستعمال **الطريقة المباشرة**.

$$\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

لا يوجد سرج ← الاعب A يختار A_2 والاعب B يختار B_1

عائد اللاعب A = -1 ، عائد اللاعب B = 1

$$x^{*T} = \left(\frac{1}{14} \quad \frac{13}{14}\right)$$

$$y^{*T} = \left(\frac{9}{14} \quad \frac{5}{14}\right)$$

عائد A $= \frac{462}{196} \simeq 2.36$

عائد B $= -2.36$

ب) أوجد الحل للمبارات التالية : **(استخدم الهيمنة أو نقطة سرجية إن وجدت)**

$$G_1 = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ A_2 \\ \\ A_4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} B_1 \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6/8 = 3/4 \\ 2/8 = 1/4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 4/8 & 4/8 \\ = 1/2 & = 1/2 \end{matrix}$$

$$x^{*T} = \left(\frac{3}{4} \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad 0\right)$$

$$y^{*T} = \left(0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\right)$$

عائد اللاعب A = 3

عائد اللاعب B = -3

$$G_2 = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

لا يوجد سرج

اللاعب A يختار A_2

اللاعب B يختار B_3

عائد اللاعب A = 0

عائد اللاعب B = 0

المسألة 2: لتكن مصفوفة المباراة التالية :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

المحور البدائي

1- اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

البرنامج الخطي لـ A :

$$\text{Min } z = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$

$$\text{s.t. : } \begin{aligned} 3\bar{x}_1 + 5\bar{x}_2 + \bar{x}_3 &\geq 1 \\ \bar{x}_1 + 2\bar{x}_2 + 7\bar{x}_3 &\geq 1 \\ 5\bar{x}_1 + 3\bar{x}_3 &\geq 1 \\ \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

البرنامج الخطي لـ B :

$$\text{Max } w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$$

$$\text{s.t. } \begin{aligned} 3\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + 5\bar{y}_3 &\leq 1 \\ 5\bar{y}_1 + 2\bar{y}_2 &\leq 1 \\ \bar{y}_1 + 7\bar{y}_2 + 3\bar{y}_3 &\leq 1 \\ \bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

2- بعد تكوين جدول السمبلكس البدائي ، قم **بتحديث الجدول لمرحلة واحدة.**

الجدول البدائي

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_4$	3	1	5	1	0	0	1
$\bar{y}_5$	(5)	2	0	0	1	0	1
$\bar{y}_6$	1	7	3	0	0	1	1
W	1	1	1	0	0	0	0

الجدول المحدث

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_4$	0	$-\frac{1}{5}$	5	1	$-\frac{3}{5}$	0	$\frac{2}{5}$
$\bar{y}_1$	1	$\frac{2}{5}$	0	0	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$
$\bar{y}_6$	0	$\frac{33}{5}$	3	0	$-\frac{1}{5}$	1	$\frac{4}{5}$
W	0	$\frac{3}{5}$	1	0	$-\frac{1}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$

المسألة 3: من الجدول **السمبلكس الأمثل** التالي، أ وجد **الحل الأمثل** للمباراة (X^* ، Y^* ، و v^*)

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	0	45/43	7/43	0	1/43	8/43
$\bar{y}_5$	0	0	40/43	-32/43	1	20/43	31/43
$\bar{y}_2$	0	1	55/43	-1/43	0	6/43	5/43
W	0	0	57/43	-6/43	0	-7/43	-13/43

$$V^* = U^* = \frac{1}{W^*} = \frac{43}{13}$$

$$X^{*T} = \left(\frac{6}{13} \quad 0 \quad \frac{7}{13}\right)$$

$$Y^{*T} = \left(\frac{8}{13} \quad 0 \quad \frac{5}{13}\right)$$

$\frac{43}{13} = A$ العائد الأدنى

$-\frac{43}{13} = B$ ، "

المسألة 4 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B}=\begin{bmatrix} (2,-2) & (-2,1) \\ (1,3) & (2,5) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

نعم . $(2,5)$

2) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا .

$P_A(x,y) = (5y-4)x - y + 2$ ، $P_B(x,y) = y(-x-2) - 4x + 5$

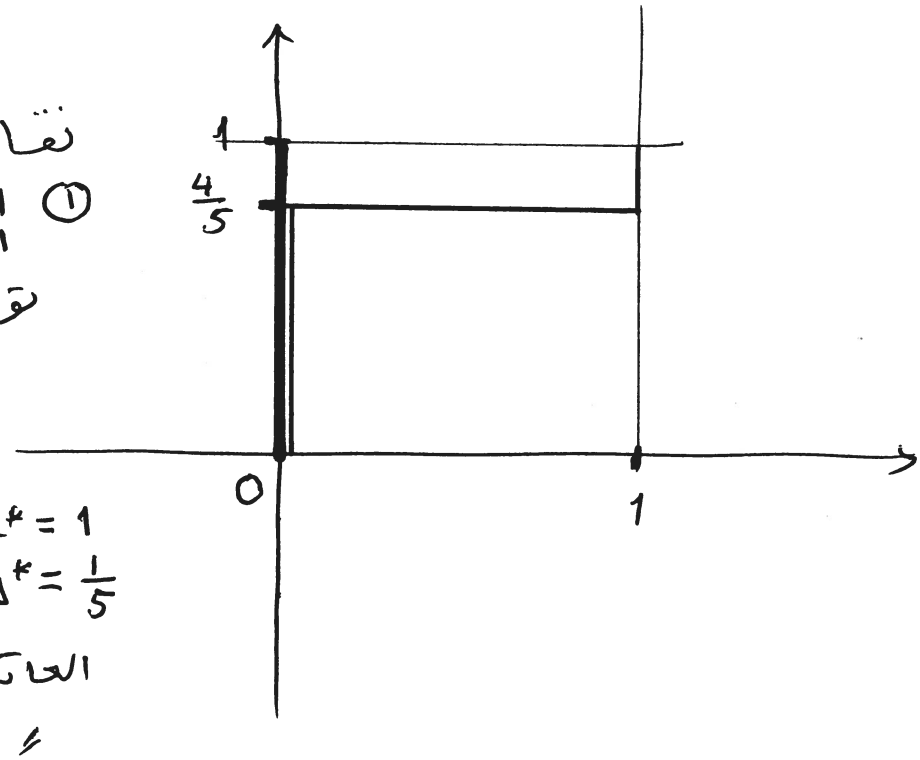
$y > \frac{4}{5}$: $x^* = 1$

$y = \frac{4}{5}$: $0 \leq x^* \leq 1$

$y < \frac{4}{5}$: $x^* = 0$

$-x-2 < 0 \quad \forall\, 0 \leq x \leq 1$

$\Rightarrow y^* = 0$.



نقاط التوازن :

① 1- $x^* = 0$, $1-x^* = 1$

2- $y^* = 0$, $1-y^* = 1$

توافق $(2,5)$ في الإستراتيجية

② $x^* = 0$, $1-x^* = 1$

$y^* = \frac{4}{5}$, $1-y^* = \frac{1}{5}$

العائد للاعب A $= \frac{6}{5}$

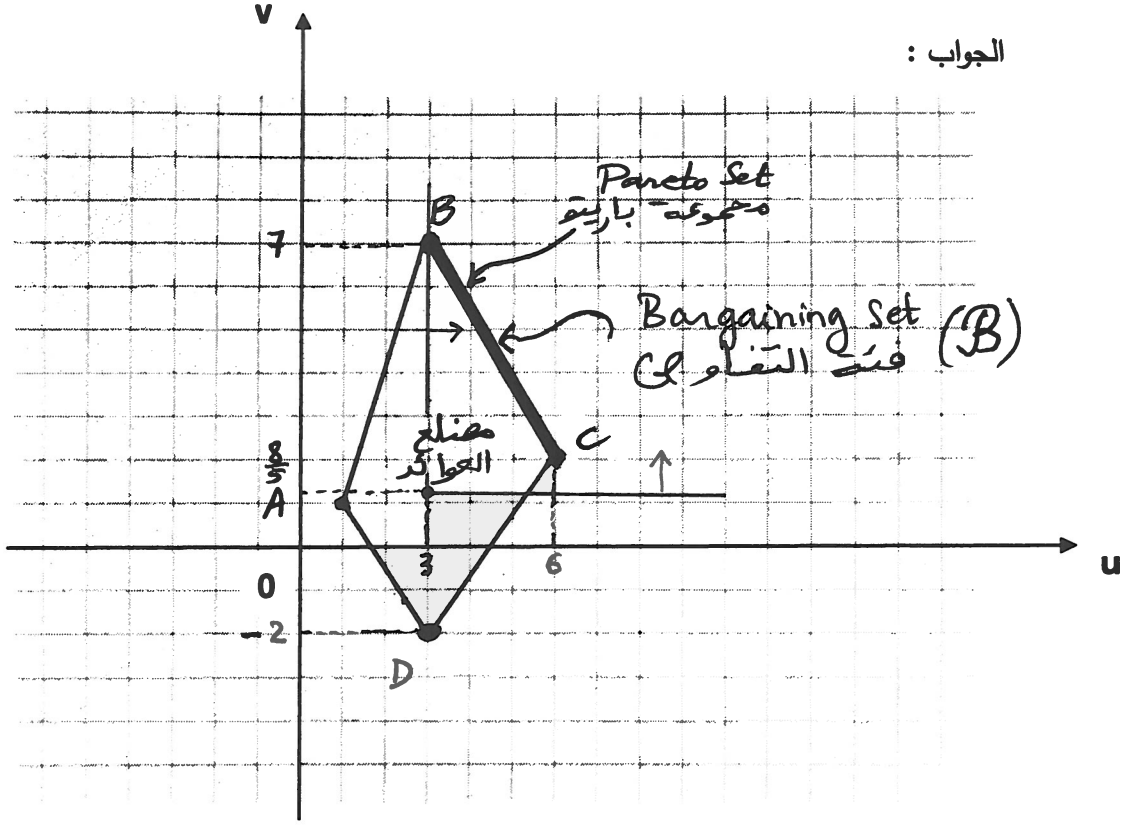
" B $= \frac{17}{5}$

المسألة 5 : لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (1,1) & (3,7) \\ (6,2) & (3,-2) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

الجواب :



2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B) ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)

$G_A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ يوجد سرج $u_A = 3$

$G_B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ $x^{*T} = \left(\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}\right)$ $y^{*T} = \left(\frac{9}{10} \quad \frac{1}{10}\right)$

$v_B = \frac{8}{5}$

3) أوجد العوائد المثلى (u^*, v^*) باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان**.

الجواب :

$$\underset{(u,v)\in B}{Max}\ F(u,v) = (u-u_A)(v-v_B)$$

$$F(u,v) = (u-3)\left(v-\frac{8}{5}\right)$$

معادلة المستقيم الذي يمر عبر B و C .

$$v = -\frac{5}{3}u + 12$$

$$(u-3)\left(-\frac{5}{3}u+12-\frac{8}{5}\right) = -\frac{5}{3}u^2 + \frac{77}{5}u - \frac{156}{5}$$

$$= f(u)$$

$$f'(u) = -\frac{10}{3}u + \frac{77}{5} = 0$$

$$\Rightarrow u^* = \frac{231}{50} \simeq 4.62\ ,\quad v^* = 4.29$$

$$3 \leqq 4.62 \leqq 6.$$

الاختبار الفصلي الثاني 382 بحث

الفصل الدراسي الثاني للعام 1437-1438هـ

اسم الطالب :	الرقم الجامعي :

صع الحل

المسألة 1 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-2\,,\,2) & (1\,,\,-2) \\ (3\,,\,1) & (0\,,\,5) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

الجواب : لا يوجد .

2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.

الجواب :

$$P_A(x,y) = (x \quad 1-x)\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix}$$

$$= x(-6y+1) + 3y$$

$$P_B(x,y) = (x \quad 1-x)\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix} = y(8x-7) + 5-7x$$

3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم $0 \le y \le 1,\ y$

الجواب : حسب إشارة $(-6y+1)$

$$\begin{cases} >0 & y < \frac{1}{6} \Rightarrow x^* = 1 \\ =0 & y = \frac{1}{6} \Rightarrow x^* \in [0,1] \\ <0 & y > \frac{1}{6} \Rightarrow x^* = 0 \end{cases}$$

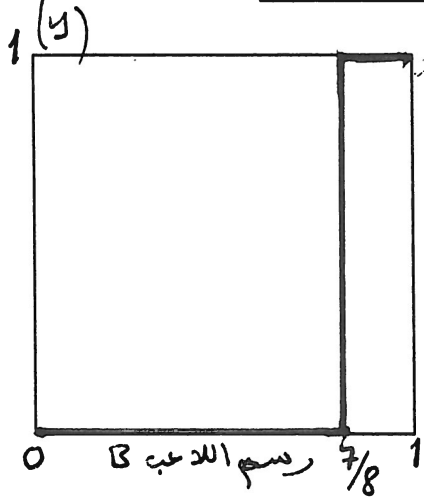
ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم $0 \le x \le 1,\ x$

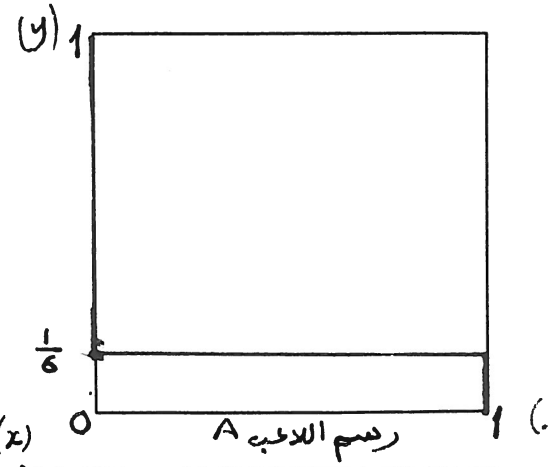
الجواب : حسب إشارة $(8x-7)$

$$8x-7 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{8} \Rightarrow y^* = 1$$
$$8x-7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{8} \Rightarrow 0 \le y^* \le 1$$
$$8x-7 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{7}{8} \Rightarrow y^* = 0$$

4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا .

اذكر نقاط التوازن هنا ↓

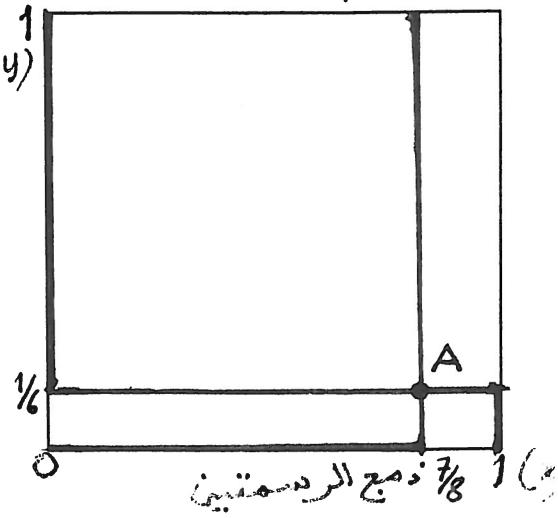




يوجد بقطة توازن واحدة وهي النقطة A :

$$x^{*T} = \left(\frac{7}{8}, \frac{1}{8}\right),\quad y^{*T} = \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$$

$$P_A(x^{*T}, y^{*T}) = \frac{1}{2},\quad P_B(x^*, y^*) = -\frac{8}{9}$$

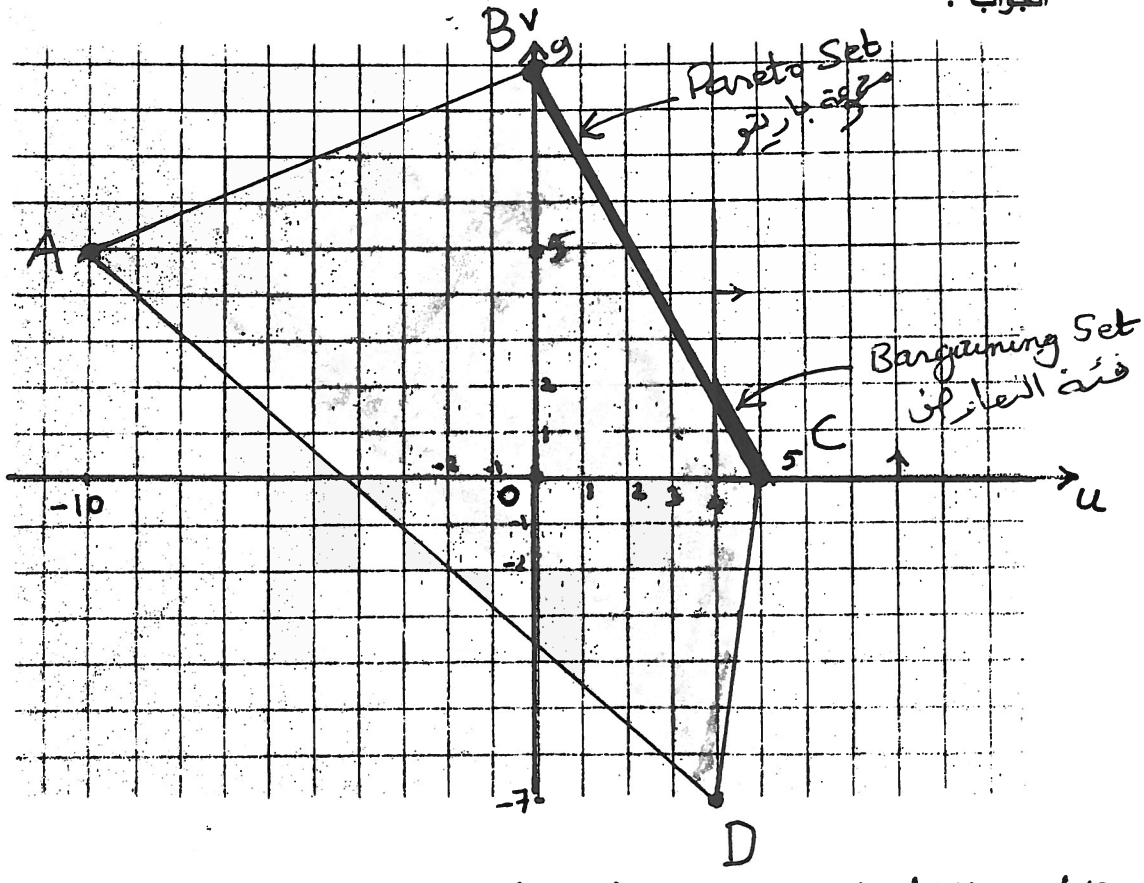


المسألة 2: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (0\ ,\ 9) \\ (5,\ 0) & (4\ ,\ -7) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

الجواب :



2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B).ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)

$G_A = \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ نوجد أصغر عنصر $u_A = 4$ $G_B = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$ $G_B^T = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$

$v_B = 0$ نوجد أصغر عنصر

3) أوجد العوائد المثلى (u^*, v^*) باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي نقطة الأمان.

الجواب : المستقيم الذي يمر بالنقاط B و C هو :

$$v = -\frac{9}{5}u + 9$$

فئة التفاوض : $\{v = -\frac{9}{5}u + 9,\ 4 \leq u \leq 5\}$

$$\text{Max } F(u,v) = (u-u_A)(v-v_B) = (u-4)(-\frac{9}{5}u+9)$$

$$= -\frac{9}{5}u^2 + \frac{81}{5}u - 36 = f(u)$$

$$f'(u) = -\frac{18}{5}u + \frac{81}{5} = 0 \Rightarrow u = \frac{81}{18} = 4.5$$

بما أن $u=4.5$ ينتمي إلى الفترة $4 \leq u \leq 5$ فإنه يمثل الحل الأمثل : $u^*=4.5$ وبالتالي فإن :

$$v^* = -\frac{9}{5}u^* + 9 = -\frac{9}{5}\times 4.5 + 9$$

$$= 0.9.$$

العوائد المثلى $(u^*, v^*) = (4.5, 0.9)$.

المسألة 1 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 5) & (0\ ,\ 9) \\ (5\ ,\ 0) & (4\ ,\ -7) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x\ \ 1-x)$ و $Y^T=(y\ \ 1-y)$.

3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم $0 \le y \le 1,\ y$

ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم $0 \le x \le 1,\ x$

4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا .

المسألة 2: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10\ ,\ 10) & (0\ ,\ 0) \\ (5,\ 1) & (-6\ ,\ 2) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،

2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B).ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)

3) أوجد العوائد المثلى $(u^*\ ,\ v^*)$ باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان**.

المسألة 1

1. توجد نقطة توازن وهي : $(5,0)$

2 - $P_A(x,y) = x(-11y-4)+(y+4)$ ، $P_B(x,y) = y(-11x+7)+(16x-7)$

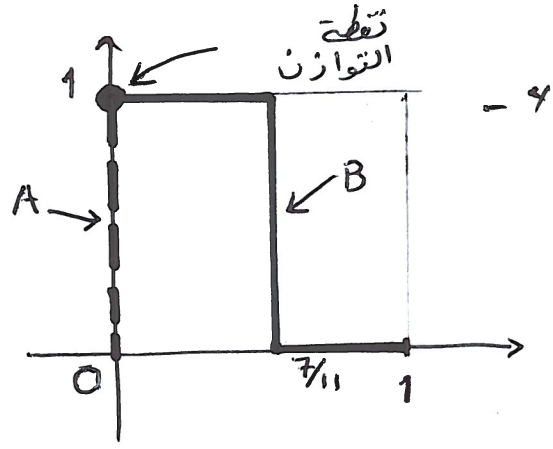
3 - اللاعب A : $-11y-4<0 \Leftarrow x^*=0$
$0 \le y \le 1$

اللاعب B : $-11x+7=0$
$x = 7/11$

$\Leftarrow$ $\begin{cases} x>\frac{7}{11} & \text{إذا } y^*=0 \\ x=7/11 & \text{إذا } 0<y^*<1 \\ x<7/11 & \text{إذا } y^*=1 \end{cases}$

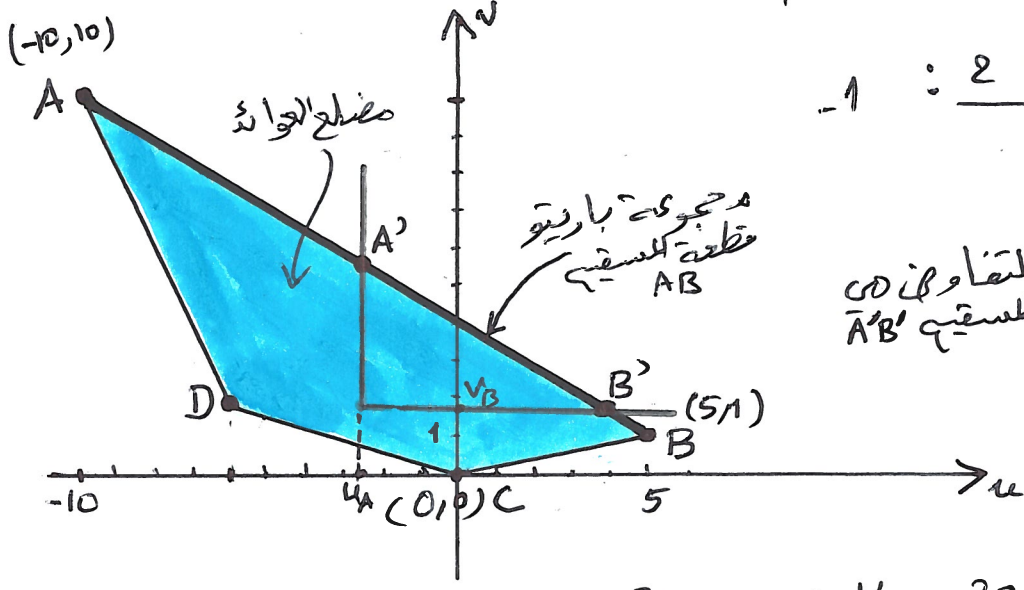
نقطة التوازن هي : $x^{*T}=(0\ \ 1)$
$y^{*T}=(1\ \ 0)$
التي تواجه النقطة $(5,0)$ في المصفوفة $G_{A,B}$.

4 -



المسألة 2

1 -



2 - $U_A = -\frac{20}{7} = -2.85$ ، $V_B = \frac{20}{11} = 1.81$.

3 . معادلة المستقيم التي تمر عبر النقاط A و B هي : $V = -\frac{3}{5}u + 4$

$$\underset{\substack{u \ge U_A \\ v \ge V_B}}{\text{Max}}\ F(u,v) = (u-U_A)(v-V_B) = \left(u+\frac{20}{7}\right)\left(-\frac{3}{5}u+\frac{24}{11}\right)$$
$$= -\frac{3}{5}u^2 + \frac{36}{77}u + \frac{480}{77} =: f(u)$$

$$f'(u) = -\frac{6}{5}u + \frac{36}{77} = 0 \Rightarrow u^* = \frac{30}{77} = 0.39 > U_A = -2.85$$
$$\Rightarrow V^* = \frac{290}{77} = 3.76 > V_B = 1.81$$

الاختبار الفصلي الثاني 382 بحث

الفصل الدراسي الأول للعام 1438-1439هـ

اسم الطالب :	الرقم الجامعي :

المسألة 1 : لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-9, 6) & (3 , -1) \\ (2 , 0) & (0 , 2) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

لا يوجد .

2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث $X^T=(x \;\; 1-x)$ و $Y^T=(y \;\; 1-y)$.

$$P_A(X,Y) = X^T G_A Y = (x \;\; 1-x)\begin{pmatrix} -9 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix} =$$

$$= -14xy + 3x + 2y = x(-14y+3) + 2y$$

$$P_B(X,Y) = X^T G_B Y = (x \;\; 1-x)\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ 1-y \end{pmatrix} = 9xy - 3x - 2y + 2$$

$$= y(9x-2) + (-3x+2$$

$$P_A(X,Y) = x(-14y+3) + (\;2y\;)$$

$$P_B(X,Y) = y(9x-2) + (-3x+2)$$

3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم y, $0 \le y \le 1$ (x^*)

ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم x, $0 \le x \le 1$ (y^*)

$$P_A(x,y) = x(-14y+3) + (2y)$$

Case 1 : $-14y+3 < 0 \Leftrightarrow y > \frac{3}{14}$: $x^* = 0$

Case 2 : $-14y+3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{14}$: $0 \le x^* \le 1$

Case 3 : $-14y+3 > 0 \Leftrightarrow y < \frac{3}{14}$: $x^* = 1$

$$P_B(x,y) = y(9x-2) + (-3x+2)$$

Case 1 : $9x-2 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{9}$: $y^* = 0$

Case 2 : $9x-2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{9}$: $0 \le y^* \le 1$

Case 3 : $9x-2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{9}$: $y^* = 1$

4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا باستخدام الرسم.

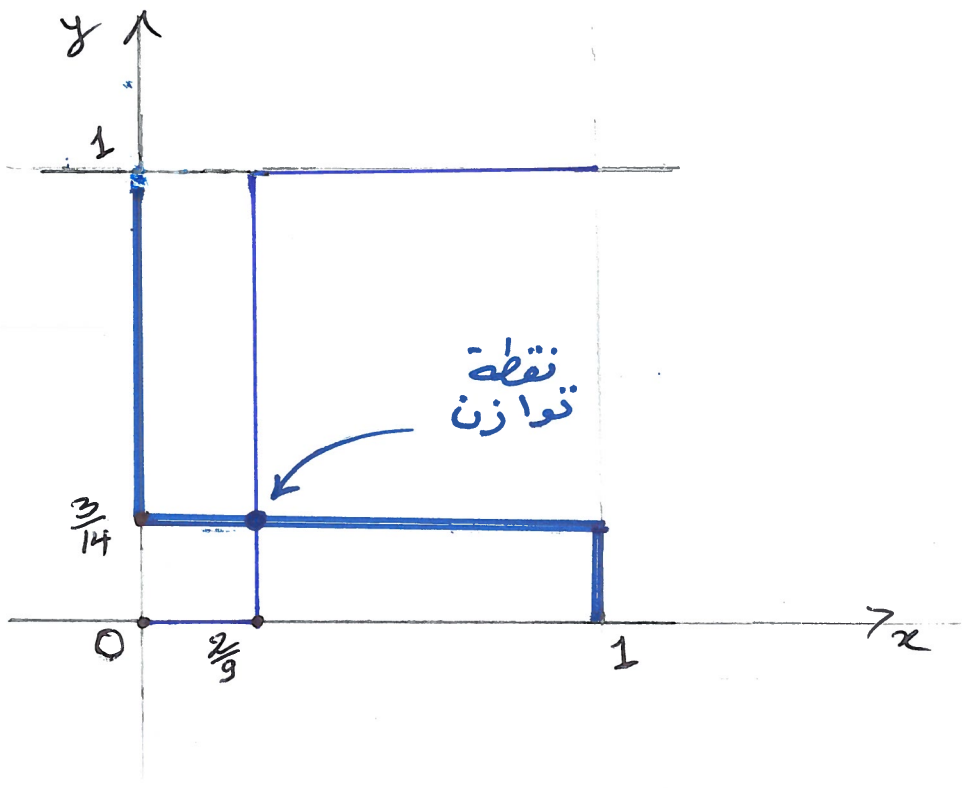
نقطة توازن وحيدة

$x^* = \frac{2}{9} \Rightarrow x^{*T} = (\frac{2}{9}, \frac{7}{9})$

$y^* = \frac{3}{14} \Rightarrow y^{*T} = (\frac{3}{14}, \frac{11}{14})$

$P_A(x^*, y^*) = \frac{3}{7}$

$P_B(x^*, y^*) = \frac{4}{3}$



المسألة 2: لديك المباراة الثنائية التالية:

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (\alpha\ ,\ 1) & (3\ ,\ -5) \\ (6,\ 2) & (3\ ,\ \beta) \end{bmatrix}$$

السؤال : حدد قيمة لـ α و قيم لـ β بحيث تكون $(\alpha, 1)$ و $(3, \beta)$ نقاط توازن .

$\beta > 2$ و $\alpha > 6$

المسألة 3: لتكن مصفوفة المباراة التالية :

المحور البدائي

$$\begin{bmatrix} \mathbf{3} & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

1- اكتب البرامج الخطية للشركتين A و B.

$$\min z = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$
$$\text{s.t. : } 3\bar{x}_1 - \bar{x}_2 + 2\bar{x}_3 \geqq 1$$
$$-2\bar{x}_1 + 4\bar{x}_2 + 2\bar{x}_3 \geqq 1$$
$$4\bar{x}_1 + 2\bar{x}_2 + 6\bar{x}_3 \geqq 1$$
$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \geqq 0$$

$$\max w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$$
$$\text{s.t. : } 3\bar{y}_1 - 2\bar{y}_2 + 4\bar{y}_3 \leqq 1$$
$$-\bar{y}_1 + 4\bar{y}_2 + 2\bar{y}_3 \leqq 1$$
$$2\bar{y}_1 + 2\bar{y}_2 + 6\bar{y}_3 \leqq 1$$
$$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3 \geqq 0$$

2- بعد تكوين جدول السمبلكس البدائي ، قم **بتطبيق طريقة السمبلكس لإيجاد الحل الأمثل للمباراة.**

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_4$	3	-2	4	1	0	0	1
$\bar{y}_5$	-1	4	2	0	1	0	1
$\bar{y}_6$	2	2	6	0	0	1	1
W	1	1	1	0	0	0	0

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	$-2/3$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$
$\bar{y}_5$	0	$\frac{10}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	0	$\frac{4}{3}$
$\bar{y}_6$	0	$\frac{10}{3}$	$\frac{10}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	1	$\frac{1}{3}$
W	0	$5/3$	$-1/3$	$-1/3$	0	0	$-\frac{1}{3}$

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	0	2	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
$\bar{y}_5$	0	0	0	1	1	-1	1
$\bar{y}_2$	0	1	1	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$
W	0	0	-2	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

$\leftarrow -W^*$

$\Rightarrow W^* = \frac{1}{2}$

$\bar{y}_1^* = \frac{2}{5}$, $\bar{y}_2^* = \frac{1}{10}$, $\bar{y}_3^* = 0$

$y_1^* = \frac{\bar{y}_1^*}{W^*} = \frac{2/5}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{5}$, $y_2^* = \frac{\bar{y}_2^*}{W^*} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$

$y_3^* = \frac{\bar{y}_3^*}{W^*} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$. $\Rightarrow Y^{*T} = (\frac{4}{5}, \frac{1}{5}, 0)$

$Z^* = W^* = \frac{1}{2}$

$\bar{x}_1^* = 0$, $\bar{x}_2^* = 0$, $\bar{x}_3^* = \frac{1}{2}$

$x_1^* = \frac{\bar{x}_1^*}{Z^*} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$, $x_2^* = \frac{\bar{x}_2^*}{Z^*} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = 0$, $x_3^* = \frac{\bar{x}_3^*}{Z^*} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$

$\Rightarrow X^{*T} = (0, 0, 1)$.

العائد للتوقع للاعب A $= \frac{1}{Z^*} = 2$ والعائد للتوقع للاعب B $= -2$

المسألة 4: لديك جدول السمبلكس الأمثل التالي لأحد المباراة :

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_3$	0	0	1	3/16	-2/16	0	1/16
$\bar{y}_1$	1	0	0	1/56	5/28	-1/14	1/8
$\bar{y}_2$	0	1	0	1/10	1/56	1/7	1/16
W	0	0	0	-3/28	-1/14	-1/14	-1/4

$W^* = \frac{1}{4}$

المطلوب : إيجاد الحل الأمثل للمبراة (تحديد X^{*T} و Y^{*T} و العائد المتوقع لكل لاعب)

$W^* = \frac{1}{4} \Rightarrow Z^* = \frac{1}{4}$

$\bar{y}_1^* = \frac{1}{8} \Rightarrow y_1^* = \frac{\bar{y}_1^*}{W^*} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

$\bar{y}_2^* = \frac{1}{16} \Rightarrow y_2^* = \frac{\bar{y}_2^*}{W^*} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$

$y_3^* = \frac{1}{16} \Rightarrow y_3^* = \frac{\bar{y}_3^*}{W^*} = \frac{1/16}{1/4} = 1/4$

$\Rightarrow Y^{*T} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

$\bar{X}^{*T} = (\frac{3}{28} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{1}{14})$ بالسالب

$\bar{x}_1^* \quad \bar{x}_2^* \quad \bar{x}_3^*$

$\Rightarrow X^{*T} = \frac{\bar{X}^{*T}}{\frac{1}{4}} = (\frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{2}{7})$

$4 = \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{Z^*}$ = العائد المتوقع للاعب A

-4 = العائد المتوقع للاعب B

382 بحث | الإمتحان النهائي | 1439-1438 - ف1

قسم الإحصاء و بحوث العمليات

جامعة الملك سعود-3

المسألة 1: لديك المباراة الثنائية التالية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-2, 5) & (1 , 9) \\ (3 , 0) & (0 , -7) \end{bmatrix}$$

1) هل للمباراة نقاط توازن في مجموعة الإستراتيجيات الصافية ؟. إذا كان الجواب بنعم فحددها.

2) احسب العائد المتوقع لكل لاعب $P_A(x,y)$ و $P_B(x,y)$ كدالة في x و y حيث X^T=(x 1-x) و Y^T=(y 1-y).

3) حدد الحل لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le x\le 1} P_A(x,y)$ حسب قيم $0 \le y \le 1,\ y$

ثم لمسألة الأمثلية : $\max_{0\le y\le 1} P_B(x,y)$ حسب قيم $0 \le x \le 1,\ x$

4) أوجد جميع نقاط التوازن لهذه المباراة بطريقة سواستكا باستخدام الرسم.

المسألة 2 : لتكن مصفوفة المباراة التالية :

المحور البدائي ←

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 7 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

1- اكتب البرامج الخطية للاعبين A و B.

2- أوجد الحل الأمثل للمباراة باستعمال طريقة السمبلكس.

المسألة 3: A) ديك جدول السمبلكس الأمثل لمصفوفة مباراة G (3x3) .

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_1$	1	0	45/43	7/43	0	1/43	8/43
$\bar{y}_5$	0	0	40/43	-32/43	1	20/43	3/43
$\bar{y}_3$	0	1	55/43	-1/43	0	6/43	5/43
W	**0**	**0**	**-57/43**	**-6/43**	**0**	**-7/43**	**-13/43**

المطلوب : إيجادد الحل الأمثل للمبراة (تحديد X^{*T} و Y^{*T} و **العائد المتوقع لكل لاعب**)

B) لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (2,7) & (2,0) & (5,3) \\ (6,2) & (0,3) & (3,3) \end{bmatrix}$$

السؤال : ارسم مضلع العوائد(payoff region) و مجموعة باريتو(Pareto set).

المسألة 4: لديك المباراة الثنائية التالية والتي سنعتبرها مباراة تعاونية :

$$G_{A,B} = \begin{bmatrix} (-10,10) & (0,0) \\ (5,1) & (-6,2) \end{bmatrix}$$

1) ارسم مضلع العوائد(payoff region)، مجموعة باريتو(Pareto set)،
2) أوجد نقطة الأمان(security point) (u_A, v_B)، ثم حدد في الرسم فئة التفاوض(bargaining set)
3) أوجد العوائد المثلى (u^*, v^*) و الاستراتجية المشتركة باستخدام طريقة شابلي معتبرا نقطة الوضع الراهن هي **نقطة الأمان** (u_A, v_B) .

حل الامتحان النظامي (3)

المسألة 1 :

مسألة اللاعب A

$$\max_{0 \le x \le 1} f_A(x,y) = P_A(x,y)$$

$$f_A(x,y) = x(-6y+1) + 3y$$

$$x^* = \begin{cases} 0 & , \ y > \frac{1}{6} \\ 1 & , \ y < \frac{1}{6} \\ [0,1] & , \ y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

مسألة اللاعب B

$$\max_{0 \le y \le 1} f_B(x,y) = P_B(x,y)$$

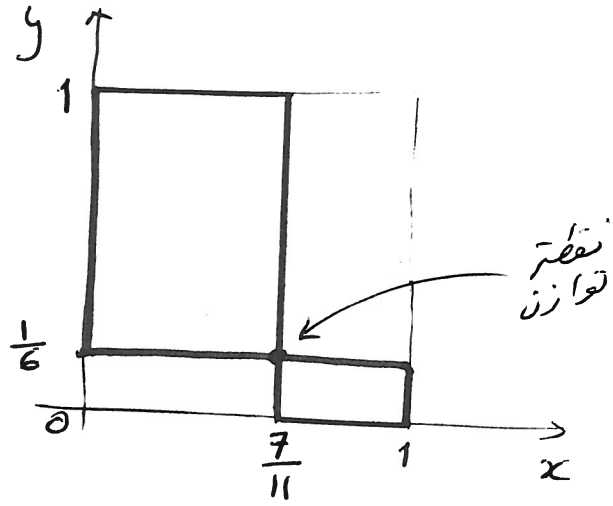
$$f_B(x,y) = y(-11x+7) + (16x-7)$$

$$y^* = \begin{cases} 0 & , \ x > \frac{7}{11} \\ 1 & , \ x < \frac{7}{11} \\ [0,1] & , \ x = \frac{7}{11} \end{cases}$$

$$x^* = \frac{7}{11} \Rightarrow X^{*T} = \left(\frac{7}{11}, \frac{4}{11}\right)$$

$$y^* = \frac{1}{6} \Rightarrow Y^{*T} = \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$$

$$P_A(x^*, y^*) = \frac{1}{2}, \quad P_B(x^*, y^*) = \frac{35}{11}$$



المسألة 2 :

$$\max z = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{aligned} 5\bar{x}_1 + 7\bar{x}_2 + 3\bar{x}_3 &\ge 1 \\ 3\bar{x}_1 + 4\bar{x}_2 + 9\bar{x}_3 &\ge 1 \\ 7\bar{x}_1 + 2\bar{x}_2 + 5\bar{x}_3 &\ge 1 \\ \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

$$\max w = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3$$

$$\text{s.t.} : \begin{aligned} 5\bar{y}_1 + 3\bar{y}_2 + 7\bar{y}_3 \\ 7\bar{y}_1 + 4\bar{y}_2 + 2\bar{y}_3 \\ 3\bar{y}_1 + 9\bar{y}_2 + 5\bar{y}_3 \\ \bar{y}_1 \ge 0, \ \bar{y}_2 \ge 0, \ \bar{y}_3 \ge 0 \end{aligned}$$

② نوضح كل الأشكال السابقة باستخدام طريقة السمبلكس :

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_4$	5	3	7	1	0	0	1
→ $\bar{y}_5$	(7)	4	2	0	1	0	1
$\bar{y}_6$	3	9	5	0	0	1	1
w	1	1	1	0	0	0	0

↓

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
→ $\bar{y}_4$	0	$\frac{1}{7}$	(39/7)	1	$-\frac{5}{7}$	0	$\frac{3}{7}$
$\bar{y}_1$	1	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{1}{7}$
$\bar{y}_6$	0	$\frac{5}{7}$	$\frac{29}{7}$	0	$-\frac{3}{7}$	1	$\frac{4}{7}$
w	0	$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$

↓

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_3$	0	$\frac{1}{39}$	1	$\frac{7}{39}$	$-\frac{5}{39}$	0	$\frac{2}{39}$
$\bar{y}_1$	1	$\frac{25}{39}$	0	$-\frac{2}{39}$	$\frac{7}{39}$	0	$\frac{5}{39}$
→ $\bar{y}_6$	0	(196/39)	0	$-\frac{29}{39}$	$\frac{4}{39}$	1	$\frac{14}{39}$
w	0	$\frac{16}{39}$	0	$-\frac{5}{39}$	$-\frac{2}{39}$	0	$-\frac{7}{39}$

↓

BV	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_6$	RHS
$\bar{y}_3$	0	0	1	$\frac{5}{280}$	$-\frac{9}{40}$	$-\frac{1}{280}$	$\frac{1}{20}$
$\bar{y}_1$	1	0	0	$\frac{1}{40}$	$\frac{6}{35}$	$-\frac{11}{140}$	$\frac{1}{10}$
$\bar{y}_2$	0	1	0	$-\frac{29}{280}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{39}{280}$	$\frac{1}{20}$
w	0	0	0	$-\frac{3}{35}$	$-\frac{2}{35}$	$-\frac{2}{35}$	$-\frac{1}{5}$

$X^{*T} = \left(\frac{3}{7}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{7}\right)$, $Y^{*T} = \left(\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\right)$

العائد المتوقع للعبة A = 5

" " " للعبة B = -5

السؤال 3 :

(A السؤال 3 :

$w^* = \frac{13}{43} = z^*$

$\bar{y}_1^* = \frac{8}{43} \Rightarrow y_1^* = \frac{8}{13}$, $\bar{y}_3^* = \frac{5}{43} \Rightarrow y_3^* = \frac{5}{13}$, $\bar{y}_2^* = 0 \Rightarrow y_2^* = 0$

$y^{*T} = \left(\frac{8}{13} \circ \frac{5}{13}\right)$.

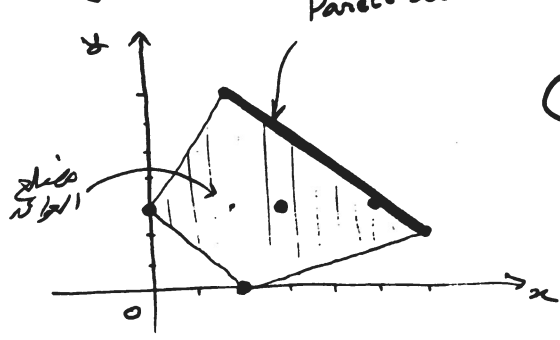
$\bar{x}_1^* = \frac{6}{43} \Rightarrow x_1^* = \frac{6}{13}$, $\bar{x}_2^* = 0 \Rightarrow x_2^* = 0$, $\bar{x}_3^* = \frac{7}{43} \Rightarrow x_3^* = \frac{7}{13}$

$\Rightarrow x^{*T} = \left(\frac{6}{13} \circ \frac{7}{13}\right)$.

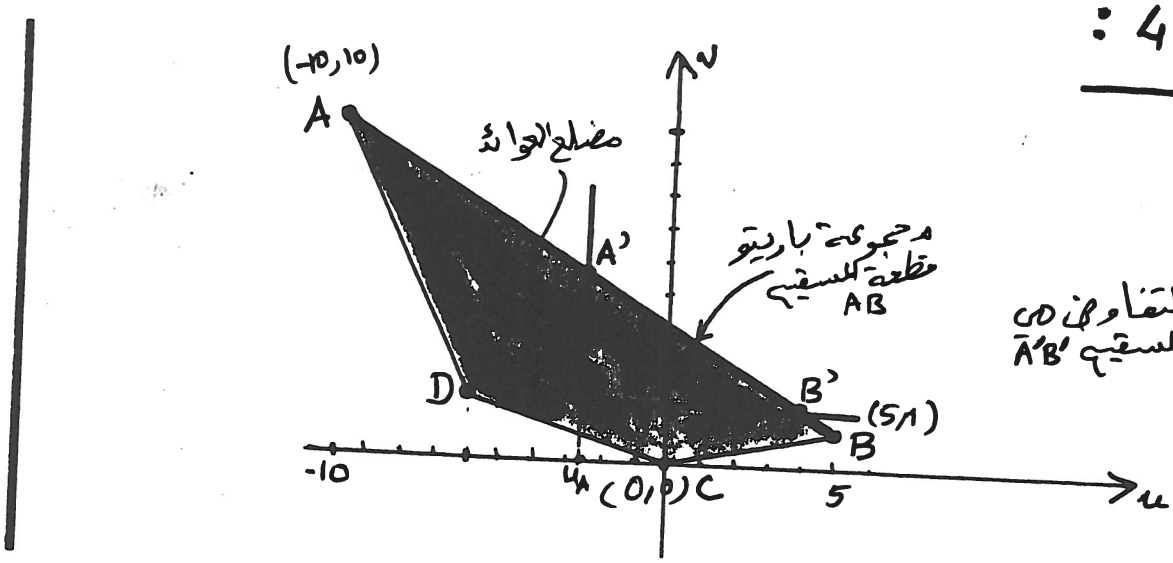
العائد الموضح للاعب A $= \frac{1}{z^*} = \frac{43}{13}$

العائد للاعب B $= -\frac{43}{13}$

(B



السؤال 4 :



نقطة الأمان : $u_A = -\frac{20}{7}$ ، $v_B = \frac{20}{11}$

معادلة المستقيم الذي يمر بالنقاط B و A هي : $v = -\frac{3}{5}u + 4$

$$\max F(u,v) = (u-u_A)(v-v_B) = \left(u+\frac{20}{7}\right)\left(-\frac{3}{5}u + 4 - \frac{20}{11}\right)$$

$$= -\frac{3}{5}u^2 + \frac{36}{77}u + \frac{480}{77} =: f(u$$

$$f'(u) = -\frac{6}{5}u + \frac{36}{77} = 0 \Rightarrow u = \frac{30}{77} = 0.39 \in \left[-\frac{20}{7}, \frac{40}{11}\right] \Rightarrow u^* = \frac{30}{77}$$

$$v = -\frac{3}{5} \times \frac{30}{77} + 4 = \frac{290}{77} = 3.76 \in \left[\frac{20}{11}, \frac{40}{7}\right] \Rightarrow v^* = \frac{290}{77}$$

العوائد المثلى $= (u^*, v^*)$

$$\left(\frac{30}{77}, \frac{290}{77}\right)$$