جامعة الملك سعود / كلية العلوم / قسم الرياضيات — الزمن: ساعة ونصف

الاختبار الشهري الثالث

السنة: 1446 هـ — الفصل الثاني — المقرر: 431 ريض

ملحوظة: كل رسمٌ مُقدّم أو مطلوب يُعدٌ غير موجّه وبسيطاً.

السؤال الأول: (10 درجات)

(١). لتكن المتتالية $S = (6, 6, 6, 6, 3, 3, 3, 3, 2, 2)$.

ا. أثبت أن المتتالية S رسميّة وجد تجسيدا لها.

ب. أثبت أنه لا يوجد تجسيد ثنائي التجزئة للمتتالية S.

(٢). لتكن T شجرة عدد رؤوسها n حيث $n \geq 3$.

ا. أثبت أن T تحتوي على الاقل على ورقتين.

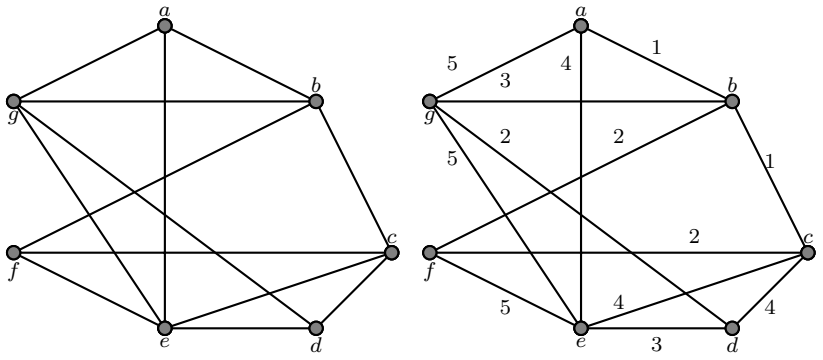
ب. أثبت أن عدد أضلاع T يساوي $n - 1$.

ج. إذا كانت T شجرة عدد رؤوسها $n \in \mathbf{N}$ بحيث $T \cong \overline{T}$ فأثبت أن $n = 1$ أو $n = 4$.
جد كل اللأشجار الممكنة و غير متماثلة التي تحقق $T \cong \overline{T}$.

(٣). ليكن الرسمان K و L الموضحان في الشكل أدناه.

ا. جد شجرة تقص عمقي، جذرها d، للرسم K.

ب. جد شجرة مولدة صغرى للرسم الموزون L.



K L

السؤال الثاني: (8 درجات)

(١). ا. جد معامل x^5w^3 في المفكوك $(x + y + z + w)^8$.

ب. جد عدد الحدود في المفكوك $(x + y + z)^{50}$.

(٢). ا. أوجد عدد الحلول الصحيحة غير السالبة للمعادلة $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 11$.

ب. أوجد عدد الحلول الصحيحة غير السالبة للمعادلة $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 11$ إذا كان $X_1 > 1$، $X_2 \geq 4$.

(٣). ا. لتكن $X = \{a, b, c, d, e\}$، أوجد التجزئات التي عدد أجزائها 2 للمجموعة X.

ب. استنتج $S(5, 2)$ عدد التجزئات التي عدد أجزائها 2 لمجموعة عدد عناصرها 5.

(٤). ا. أوجد عدد تجزئات العدد 5 إلى أجزاء كل منها أصغر من أو يساوي من 3.

ب. أوجد عدد تجزئات العدد 5 إلى 3 جزءا على الأكثر.

السؤال الثالث: (7 درجات)

(١). **ليكن** $G=(V,E)$ **رسماً، أثبت أن:** $\chi(G)=2$ **إذا وفقط إذا كان** G **رسماً ثنائي التجزئة.**

(٢). **ليكن** $C_p=(V,E)$ **دورة، أثبت أن:** p **عدد صحيح فردي إذا وفقط إذا كان** $\chi(C_p)=3$

(٣). **ليكن** $G=(V=X\cup Y,E)$ **رسما مترابطا و ثنائي التجزئة ، حيث** $X=\{x_1,...,x_n\}$ **و** $Y=\{y_1,...,y_m\}$ **و** $p=n+m$. **وليكن** $a\neq b\in V$ **و** $ab\notin E$، **نعتبر الرسم** $H=(V,E\cup\{ab\})=G+ab$.

ا. **أثبت أن:** $\chi(H)\in\{2,3\}$.

ب. **أثبت أن:** $\chi(H)=3$ **إذا وفقط إذا كان** $(a\neq b\in X$ **أو** $a\neq b\in Y)$

ج. **هل أن العبارة في السؤال السابق (٣). ب. صحيحة إذا كان** $G=(V=X\cup Y,E)$ **رسما ثنائي التجزئة و غير مترابطا؟ أثبت إجابتك.**