جامعة الملك سعود / كلية العلوم / قسم الرياضيات　　الزمن: ساعة ونصف

الاختبار الشهري الأول

السنة: 1446 هـ　　الفصل الثاني　　المقرر: 431 ريض

ملحوظة: كل رسمٌ مُقدّم أو مطلوب يُعدٌ غير موجّه وبسيطاً.

السؤال الأول: (8 درجات)
ليكن $G = (V, E)$ رسما و $\overline{G}$ متممه.

(١). يسمى الرسم G متمما لنفسه إذا كان G و $\overline{G}$متماثلان، أعط مثالا لرسم متمم لنفسه عدد رؤوسه أربعة وآخر عدد رؤوسه خمسة.

(٢). أثبت أن: إذا كان G عدد رؤوسه ستة، فإنه إما G وإما $\overline{G}$ يحوي مثلثا. ثم أعط مثالا يوضح أن هذه النتيجة ليست صحيحة عندما يكون عدد رؤوس الرسم خمسة.

(٣). إذا كان G رسما مترابطا عدد رؤوسه $n \geq 3$ بحيث $\Delta(G) \leq 2$ أثبت أن G يماثل الممر P_n أو الدورة C_n.

(٤). إذا كان G رسما مترابطا يحتوي على جسر وحيد e،
هل أن: أي ممر بين رأسين مختلفين في الرسم G يحتوي على الضلع e؟
أثبت إجابتك.

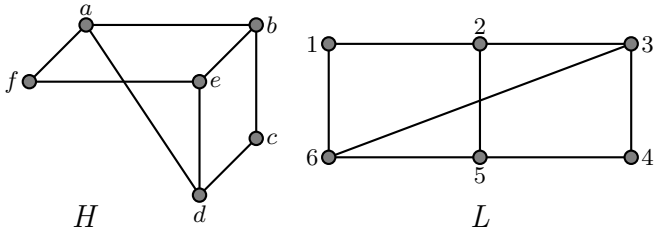
السؤال الثاني: (10 درجات)

(١). لتكن المتتالية $S_1 = (7, 7, 6, 5, 4, 4, 3, 2)$.

ا. أثبت أن المتتالية S_1 رسميّة وجد تجسيدا لها.
ب. أثبت أنه لا يوجد تجسيد ثنائي التجزئة للمتتالية S_1.

(٢). بين بطريقتين أن المتتالية $S_2 = (7, 6, 5, 4, 3, 3, 2)$ ليست رسميّة.

(٣). بين فيما إذا كان الرسمان L و H الموضحان في الشكل أدناه متماثلين أم غير متماثلين.



(٤). ا. جد مصفوفة التجاور للرسم L الموضح في الشكل أعلاه.
ب. جد عدد المسارات في الرسم L من 1 إلى 2 والتي طولها 3 واذكرها.
ج. جد عدد الممرات في الرسم L من 1 إلى 2 والتي طولها 3 واذكرها.

السؤال الثالث: (7 درجات)

(١). لتكن T شجرة عدد رؤوسها n حيث $n \geq 3$.

ا. أثبت أن T تحتوي على الاقل على ورقتين.

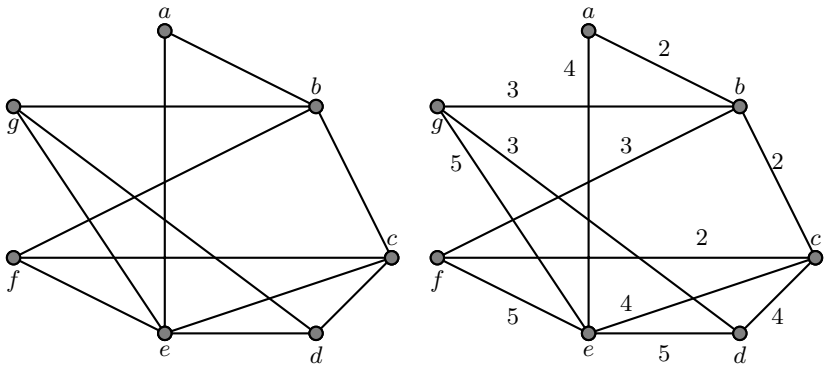
ب. أثبت أن عدد أضلاع T يساوي $n-1$.

(٢). إذا كانت T شجرة عدد رؤوسها $n \in \mathbf{N}$ بحيث $T \cong \overline{T}$ فأثبت أن $n = 1$ أو $n = 4$.
جد كل اللأشجار الممكنة و غير متماثلة التي تحقق $T \cong \overline{T}$.

(٣). ليكن الرسمان K و L الموضحان في الشكل أدناه.

ا. جد شجرة تقص عمقي، جذرها c، للرسم K.

ب. جد شجرة مولدة صغرى للرسم الموزون L.



K L