

السؤال 1 :

ادرس التقارب البسيط، والمعيارى و المنتظم لتسلسلات الدوال التالية:

$$1. \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{x}{n}\right), \text{ حيث } x \in \mathbb{R}$$

$$2. \sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{1 + x^{2n}}, \text{ حيث } x \in \mathbb{R}$$

السؤال 2 :

$$\text{احسب } \int_0^1 \tan^{-1} x dx \text{ واستنتج قيمة المتسلسلة التالية } \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)}$$

السؤال 3 :

$$1. \text{ أوجد } D, \text{ مجال تعريف الدالة } g(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n e^{nx}}{n^2}$$

2. أثبت أن الدالة g قابلة للتفاضل باتصال (من فصل \mathcal{C}^1) على D .

السؤال 4 :

$$\text{لتكن } f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n^2}, \text{ لكل } x \in [-1, 1]$$

1. أثبت أن الدالتين f و f' قابلتين للإشتقاق على الفترة $]-1, 1[$.

2. اوجد عبارة $f(x)$ ، لكل $x \in]-1, 1[$.