جامعة الملك سعود

كلية العلوم	قسم الرياضيات	الإختبار الفصلي الأول
الفصل الثاني 1443 هـ	481 ريض	الزمن ساعة ونصف

السؤال 1 :

1. أثبت أنه إذا كانت دالة $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ قابلة لتكامل ريمان، فإن الدالة f^2 قابلة لتكامل ريمان و أن

$$\left(\int_a^b f(x)dx\right)^2 \leq (b-a)\int_a^b f^2(x)dx.$$

2. أوجد قيمة النهاية التالية: $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{n^3+k^3}$.

السؤال 2 :

1. أثبت أن التكامل المعتل $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ غير متقارب مطلقا.

2. ادرس تقارب التكامل المعتل التالي . $\int_0^1 \frac{\ln(1-x)}{x(1+x)} dx$

السؤال 3 :

ادرس التقارب البسيط و التقارب المنتظم للمتتاليات التالية:

1. $f_n(x) = x^n(1-x^n)$ على الفترة $[0,1]$.

2. $g_n(x) = \frac{nx^2}{1+nx}$ على الفترة $[0,1]$.

السؤال 4 :

لتكن $f_n(x) = nx^3(1-x^4)^n$ لكل $x \in [0,1]$.

1. ادرس التقارب البسيط للمتتالية $(f_n)_n$.

2. احسب $\int_0^1 f_n(x)dx$.

3. هل المتتالية (f_n) متقاربة بانتظام على الفترة $[0,1]$.