جامعة الملك سعود

كلية العلوم | **قسم الرياضيات** | **الإختبار الفصلي الثاني**

الفصل الثاني 1445 هـ | **481 ريض** | **الزمن ساعة ونصف**

السؤال 1 :

لتكن متتالية الدوال $(f_n)_n$، حيث $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+nx^2},\ x \in \mathbb{R}$

1. جد نهاية المتتالية $(f_n)_n$
2. اثبت أن المتتالية متقاربة بانتظام على $[a, +\infty)$، لكل $a > 0$.

السؤال 2 :

1. اعط مبرهنة آبل للتقارب المنتظم لمتسلسلات الدوال
2. اثبت التقارب المنتظم على $\mathbb{R}$ لمتسلسلة الدوال التالية $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{n} \tan^{-1}(\frac{x}{n})$
3. اثبت التقارب المعياري على $[-a, a]$، حيث $a \in \mathbb{R}$.
4. اوجد النهاية التالي: $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} \tan^{-1}(\frac{x}{n})$

السؤال 3 :

1. أوجد D، مجال تعريف الدالة $\displaystyle f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n e^{-nx}}{n}$
2. أثبت أنّ الدالة f متصلة على D.
3. أثبت أنّ $\forall x \in D\ , f(x) = -\ln(1 + e^{-x})$.