جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات	الاختبار الأول مقرر ١٣١ ريض المدة: ٩٠ دقيقة	الفصل الدراسي الثاني الأربعاء ١٣-٨-١٤٤٦هـ يمنع استخدام الآلة الحاسبة

اسم الطالب: الرقم الجامعي:

السؤال الأول: أكمل الفراغ بما يناسبه (حيث A وB مجموعتان وE وF تقريران) (٥ درجات):

١- $\sim(\forall x \in \mathbb{R}: x + 1 = 5) \equiv \cdots$

٢- $\sim(\exists x \in \Omega \ni x \in A \vee x \notin B) \equiv \cdots$

٣- $A - B = \{\ldots \mid \ldots\}$ (المطلوب تعريف $A - B$ رياضيا)

٤- $\sim(E \to \sim F) \equiv \cdots$ (باستخدام القانون فقط)

٥- $\{\{1\}\}\ldots\{1\}$ ولدينا أن $\{\{1\}\}\ldots\{\{1\}\}$. (استخدم الرمز الرياضي الأنسب من بين الرموز $\in$، $\subseteq$، $\forall$، $\subset$)

السؤال الثاني: اكتب تبرير الخطوات الثلاث: (٣ درجات)

$$(\sim B \vee \sim C) \wedge \sim A \equiv \sim A \wedge (\sim B \vee \sim C)$$

لأن أداة الربط "$\wedge$" إبدالية

$$\sim A \wedge (\sim B \vee \sim C) \equiv (\sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge \sim C)$$

لأن أداة الربط .....

$$(\sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge \sim C) \equiv \sim(A \vee B) \vee \sim(A \vee C)$$

باسخدام قانون .....

$$\sim(A \vee B) \vee \sim(A \vee C) \equiv \sim((A \vee B) \wedge (A \vee C))$$

باسخدام قانون .....

السؤال الثالث: إذا كانت A وB مجموعتين منفصلتين وغير خاليتين بحيث $|A \cup B| = 3$، فاستخدم الحسابات لإكمال ما يلي (٣ درجات):

١- $|A \cap B| = \cdots$

٢- $|A \Delta B| = \cdots$

٣- $|p(A \cup B)| = \cdots$

السؤال الرابع:

(أ) باستخدام جداول الصواب، أثبت أنه لأي ثلاثة تقارير A وB وC فإن: (٣ درجات)

$$A \to (B \vee C) \equiv (A \to B) \vee (A \to C)$$

(ب) أثبت بطريقتين مختلفتين (إحداهما بجداول الانتماء والثانية باستخدام التعاريف) أنه لكل مجموعتين A وB فإن: (٤ درجات)

$$A \cap B = B \cap A$$

(ج) أثبت أن عملية الفرق بين مجموعتين ليست إبدالية. (درجتان)

(د) أثبت صحة العبارة باستخدام الاستقراء الرياضي: $\forall n \geq 1: 2n \leq 2^n$. (٥ درجات)

الحل

السؤال الأول:

١- $\exists x \in \mathbb{R} \ni x + 1 \neq 5$

٢- $\forall x \in \Omega: \sim(x \in A \vee x \notin B) \equiv \forall x \in \Omega: x \notin A \wedge x \in B$

وممكن كتابة $\forall x \in \Omega: x \in A' \wedge x \in B$

٣- $\mathrm{A} - \mathrm{B} = \{x | x \in \mathrm{A} \wedge x \notin B\}$

٤- $\sim(E \rightarrow \sim F) \equiv E \wedge \sim(\sim \mathrm{F}) \equiv E \wedge \mathrm{F}$

٥- $\in$، $\subseteq$.

السؤال الثاني:

لأن أداة الربط "$\wedge$" تتوزع على أداة الربط "$\vee$".

باستخدام قانون دومورجان.

باستخدام قانون دومورجان.

السؤال الثالث:

١- $|\mathrm{A} \cap \mathrm{B}| = 0$

٢- $|\mathrm{A} \Delta \mathrm{B}| = 3$

٣- $|p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})| = 2^3 = 8$

السؤال الرابع: (أ)

A	B	C	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$B \vee C$	$A \rightarrow (B \vee C)$	$(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T

نلاحظ التكافؤ من خلال تطابق قيم الصواب في العمودين السابع والثامن.

(ب) أولا - باستخدام جداول الانتماء

A	B	$A \cap B$	$B \cap A$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

نلاحظ التساوي من خلال تطابق (أو تساوي) العمودين الثالث والرابع

ثانيا – باستخدام التعاريف

$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$ (تعريف التقاطع)

$= \{x | x \in B \wedge x \in A\}$ (الرابط " و " إبدالي)

$= \mathrm{B} \cap \mathrm{A}$ (تعريف التقاطع)

(ج) نفرض أنه توجد لدينا مجموعتان A وB حيث A={1} وB={1,2}. لاحظ أنه حسب تعريف الفرق بين مجموعتين:

$$\mathrm{A} - \mathrm{B} = \{\} = \emptyset \neq \{2\} = \mathrm{B} - \mathrm{A}$$

وبالتالي فعملية الفرق بين مجموعتين ليست إبدالية.

(د) الخطوة الأساسية: $n=1$

$$2(1) = 2 \leq 2 = 2^1$$

إذن العبارة صحيحة في حالة $n=1$.

خطوة الاستقراء: نفترض صحة العبارة في حالة $n=k$ أي أن:

$$(١) \qquad 2k \leq 2^k$$

ثم نحاول إثباتها في حالة $n=k+1$ أي أن:

$$(٢) \quad 2(k+1) \leq 2^{k+1}$$

بإضافة العدد 2 لطرفي المتراجحة (١) وباستخدام صحة العبارة في حالة $n=k$، فإن الطرف الأيسر من المتراجحة (١) يمكن كتابته كما يلي:

$$2(k+1) = 2k + 2 \leq 2^k + 2 \leq 2^k + 2^k = (2)2^k = 2^{k+1}$$

لأن $k \geq 1$. إذن المتراجحة (٢) صحيحة وبالتالي فالعبارة صائبة لكل عدد صحيح موجب n.