جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات	الاختبار الأول مقرر ١٣١ ريض المدة: ٩٠ دقيقة	الفصل الدراسي الثاني الأربعاء ١١-٨-١٤٤٥هـ يمنع استخدام الآلة الحاسبة

اسم الطالب: ____ الرقم الجامعي: ____

السؤال الأول: مستخدما التعاريف والنظريات التي درستها، أكمل الفراغ (حيث A وB مجموعتان وE وF تقريران) (٨ درجات):

١- $\sim(\forall x \in \mathbb{R}: x+1=5) \equiv \cdots$

٢- $\sim(\exists x \in \Omega \ni x \in A \vee x \notin B) \equiv \cdots$

٣- $\mathrm{A}-\mathrm{B}=\{\ldots \mid \ldots\}$ (المطلوب تعريف $\mathrm{A}-\mathrm{B}$ رياضيا)

٤- $\sim(E \wedge \sim F) \equiv \cdots$

السؤال الثاني: إذا كانت A وB مجموعتين بحيث $|\mathrm{A} \cup \mathrm{B}|=3$ و $|\mathrm{A} \cap \mathrm{B}|=2$ ، فاستخدم الحسابات لإكمال ما يلي (خمس درجات):

١- $|\emptyset|=\cdots$

٢- $|\mathrm{A}| \in \cdots$

٣- $|\mathrm{A} \times \mathrm{B}|=\cdots$

٤- $|\mathrm{A} \Delta \mathrm{B}|=\cdots$

٥- $|p(\mathrm{A} \times \mathrm{B})|=\cdots$

السؤال الثالث: (١٢ درجة):

(أ) باستخدام جداول الصواب، أثبت أنه لأي ثلاثة تقارير A وB وC فإن:

$$A \rightarrow (B \wedge C) \equiv (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$$

(ب) أثبت بطرقتين مختلفتين (إحداهما بجداول الانتماء والثانية باستخدام التعاريف) أنه لكل مجموعتين A وB فإن:

$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B}=\mathrm{B} \cap \mathrm{A}$$

(ج) أثبت أن ضرب المجموعات ليس إبداليا.

(د) أثبت باستخدام الاستقراء الرياضي أنه لكل عدد صحيح موجب n فإن:

$$2n<3^{n}$$

الحل

السؤال الأول:

١- $\exists x \in \mathbb{R} \ni x + 1 \neq 5$

٢- $\forall x \in \Omega: \sim(x \in A \vee x \notin B) \equiv \forall x \in \Omega: x \notin A \wedge x \in B$

وممكن كتابة $\forall x \in \Omega: x \in A' \wedge x \in B$

٣- $\mathrm{A} - \mathrm{B} = \{x | x \in \mathrm{A} \wedge x \notin B\}$

٤- $\sim(E \wedge \sim F) \equiv \sim E \vee \sim(\sim \mathrm{F}) \equiv \sim E \vee \mathrm{F}$

السؤال الثاني:

١- $|\emptyset| = 0$

٢- $|\mathrm{A}| \in \{2,3\}$

٣- $|\mathrm{A} \times \mathrm{B}| = 6$

٤- $|\mathrm{A} \Delta \mathrm{B}| = 1$

٥- $|p(\mathrm{A} \times \mathrm{B})| = 2^6 = 64$

السؤال الثالث: (أ)

A	B	C	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$B \wedge C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$	$(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	F	F	F
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T

نلاحظ التكافؤ من خلال تطابق قيم الصواب في العمودين السابع والثامن.

(ب) أولا - باستخدام جداول الانتماء

A	B	$A\cap B$	$B\cap A$
$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

نلاحظ التساوي من خلال تطابق (أو تساوي) العمودين الثالث والرابع

ثانيا – باستخدام التعاريف

$\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\{x|x\in A\wedge x\in B\}$ (تعريف التقاطع)

$=\{x|x\in B\wedge x\in A\}$ (الرابط " و " إبدالي)

$=\mathrm{B}\cap\mathrm{A}$ (تعريف التقاطع)

(ج) نفرض أنه توجد لدينا مجموعتان A وB حيث A={1} وB={2}. لاحظ أن:

$$\mathrm{A}\times\mathrm{B}=\{(1,2)\}\neq\{(2,1)\}=\mathrm{B}\times\mathrm{A}$$

وبالتالي فضرب المجموعات ليس إبداليا.

(د) الخطوة الأساسية: $n=1$

$$2(1)=2<3=3^1$$

إذن العبارة صحيحة في حالة $n=1$.

خطوة الاستقراء: نفترض صحة العبارة في حالة $n=k$ أي أن:

$$(١)\qquad 2k<3^k$$

ثم نحاول إثباتها في حالة $n=k+1$ أي أن:

$$(٢)\quad 2(k+1)<3^{k+1}$$

بإضافة العدد 2 لطرفي المتراجحة (١) وباستخدام صحة العبارة في حالة $n=k$، فإن الطرف الأيسر من المتراجحة (١) يمكن كتابته كما يلي:

$$2(k+1)=2k+2<3^k+2<3^k+3^k+3^k=(3)3^k=3^{k+1}$$

إذن المتراجحة (٢) صحيحة وبالتالي فالعبارة صائبة لكل عدد صحيح موجب n.