

أرشادات: اجب عن 10 أسئلة فقط من 16 سؤال. كل سؤال له درجتين.

السؤال الأول:

أولاً: ان التطبيق $f: (Z, .) \rightarrow (2Z, .)$ المعرفة بالقاعدة $f(x) = 2x, \forall x \in Z$:

- (أ) تشاكل
- (ب) لايمثل تشاكل
- (ت) تماثل
- (ث) تشاكل أحادي

ثانياً: اذا كانت $f: G \rightarrow H$ تشاكل و $a \in G$ فان:

- (أ) $o(a) = n \Rightarrow o(f(a)) = n$
- (ب) $o(a) = n \Rightarrow o(f(a)) \mid n$
- (ت) $o(a) = n \Rightarrow n \mid o(f(a))$
- (ث) لا توجد علاقة بين $o(a)$ و $o(f(a))$

السؤال الثاني: اذا كانت $f: Z_{10} \rightarrow Z_5$ اذا كانت $f(x) = x, \forall x \in Z_{10}$ فاوجد $\text{Ker } f$.

السؤال الثالث: اذا كان $H \leq G, [G:H] = 3$ هل هذا الشرط كافي لتكون H ناظرية من G ؟ ناقش ذلك
اما بالاثبات أو مثال عكسي.

السؤال الرابع: ناقش امكانية ان تكون $Z_6 \times Z_2$ صورة تشاكلية للزمرة $Z_3 \times Z_4$.

السؤال الخامس: ناقش صحة العبارة التالية: الزمر المنتهية دائماً تكون زمر دورية والعكس صحيح ايضاً. اما
بالاثبات أو مثال عكسي.

السؤال السادس: عيني جميع التشاكلات الممكنة من الزمرة G الى الزمرة H حيث $|G| = n$ و $|H| = m$,
 $\text{gcd}(m, n) = 1$ مع التوضيح.

السؤال السابع: أوجد بالتفصيل جميع المجموعات المشاركة اليسرى للزمرة الجزئية

$$H = \{[0], [3]\} \leq Z_6$$

السؤال الثامن: أثبت أنه اذا كانت G زمرة منتهية و H الزمرة الجزئية الوحيدة ذات الرتبة n فإن H ستكون
ناظرية من G .

السؤال التاسع: اذا كان $f: G \rightarrow H$ تشاكل فائتي ان $\text{Im } f \leq H$.

السؤال العاشر: أحسبي رتبة العنصر $([7], [3], [11]) \in Z_{10} \times Z_6 \times Z_{12}$.

السؤال الحادي عشر: ناقشي صحة العبارة التالية مع ذكر السبب: $S_3 \cong Z_2 \times Z_3$.

السؤال الثاني عشر: أوجد جميع الزمر الابدالية الغير متماثلة ذات الرتبة 100.

السؤال الثالث عشر: اذا كان $f: G \rightarrow H$, $|\text{Im } f| = 4$, $[\ker f] = 3$ فوجد رتبة G .

السؤال الرابع عشر: اذا كانت H زمرة جزئية ناظمية من الزمرة G فائتي ان $H \rightarrow G \times H$ يعرف

بالقاعدة $g * h = ghg^{-1} \quad \forall g \in G \text{ و } h \in H$ يمثل تأثير للزمرة G على H .

السؤال الخامس عشر: أثبتني أن تأثير زمرة كلاين $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ بالضرب

من اليسار يكون متعددي على المجموعة $\{1, 2, 3, 4\}$.

السؤال السادس عشر: أثبتني بطريقتين مختلفتين أن $H = \langle (123) \rangle$ زمرة جزئية ناظمية من S_3 .

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح