جامعة الملك سعود / كلية العلوم / قسم الرياضيات الزمن: ساعة ونصف

الاختبار الشهري الثاني

السنة: 1445 هـ الفصل الثاني المقرر: 431 ريض

ملحوظة: كل الرسوم المقدمة والمطلوبة، هي رسوم بسيطة

السؤال الأول: (9 درجات)

(١). إذا كان G رسماً عدد رؤوسه $n \leq 6$، فأثبت أن إما G أو $\overline{G}$ رسم مستوي.

(٢). ليكن $G = (V, E)$ رسماً، :أثبت أن $\chi(G) = 2$ إذا وفقط إذا كان G رسماً ثنائي التجزئة.

(٣). ليكن $C_p = (V = X \cup Y, E)$ دورة زوجية، حيث $X = \{x_1, ..., x_n\}$ و $Y = \{y_1, ..., y_m\}$ و $p = n + m$. وليكن $a \neq b \in V$، نعتبر الرسم $H = (V, E \cup \{ab\}) = C_p + ab$.

ا. أثبت أن: $n, m \geq 2$

ب. أثبت أن: $\chi(H) \in \{2, 3\}$.

ج. أثبت أنه إذا كان $a \neq b \in X$، فإن $\chi(H) = 3$.

د. أثبت أن: $a \neq b \in X$ أو $a \neq b \in Y$ إذا وفقط إذا كان $\chi(H) = 3$

(٤). ليكن $C_p = (V, E)$ دورة فردية، وليكن $a \neq b \in V$، نعتبر الرسم $H = (V, E \cup \{ab\}) = C_p + ab$.
أثبت أن: $\chi(H) = 3$.

السؤال الثاني: (8 درجات)

(١). أثبت أن: $\overline{C_n}$ رسم هاملتوني إذا وفقط إذا كان $n \geq 5$.

(٢). ا. جد قيم n و m بحيث يكون الرسم $K_{n,m}$ أويلري.

ب. جد قيم n بحيث يكون الرسم $K_{3n+8,5n}$ أويلري.

(٣). ا. جد قيم n و m بحيث يكون الرسم $K_{n,m}$ هاملتوني.

ب. جد قيم n بحيث يكون الرسم $K_{3n+8,5n}$ هاملتوني.

(٤). أثبت أن الرسم الاويلري لا يحتوي على جسر. (إرشاد: استخدم مبرهنة أن عدد الروؤس الفرديه في رسم هو عدد زوجي)

السؤال الثالث: (8 درجات)

(١). جد معامل $x^5y^3z^5w^3$ في المفكوك $(x + y + z + w)^{16}$.

(٢). أوجد عدد الحلول الصحيحة غير السالبة للمعادلة $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 10$.

(٣). أوجد عدد الحلول الصحيحة غير السالبة للمعادلة $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 10$ إذا كان $X_1 > 1$، $X_2 \geq 4$.

(٤). إذا كان $n \geq 2$ عددا صحيح، فأثبت أن $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$.

(٥). أثبت أن $S(n + 1, k) = S(n, k - 1) + kS(n, k)$، حيث $n \geq k$ عددان صحيحان موجبان.