جامعة الملك سعود / كلية العلوم / قسم الرياضيات الزمن: ساعة ونصف

الاختبار الشهري الأول

السنة: 1445 هـ الفصل الثاني المقرر: 431 ريض

السؤال الأول

ليكن $G = (V, E)$ رسما و $\overline{G}$ متممه.

(١). إذا كان G رسما غير مترابط فأثبت أن

ا. لكل رأسين $u,\ v \in V$، $d_{\overline{G}}(u, v) \leq 2$.

ب. $\overline{G}$ رسم مترابط.

(٢). إذا كان يوجد رأسين $u,\ v \in V$ بحيث $d_G(u, v) \geq 3$ فأثبت أن الرسم $\overline{G}$ مترابط.

(٣). إذا كان G رسما مترابطا عدد رؤوسه $n \geq 3$ بحيث $\Delta(G) \leq 2$ أثبت أن G يماثل الممر P_n أو الدورة C_n.

(٤). إذا كان G رسما مترابطا يحتوي على جسر وحيد e،

هل أن: أي ممر بين رأسين مختلفين في الرسم G يحتوي على الضلع e؟
أثبت إجابتك.

السؤال الثاني

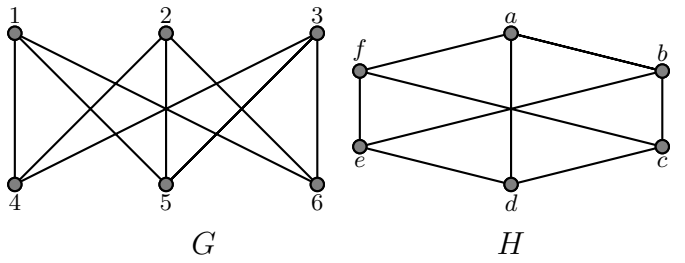
(١). لتكن المتتالية $S = (6, 6, 6, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$.

ا. أثبت أن المتتالية S رسمية وجد تجسيدا لها.

ب. أثبت أنه لا يوجد تجسيد ثنائي التجزئة للمتتالية S.

(٢). بين بطريقتين أن المتتالية $T = (7, 6, 6, 2, 2, 2, 1, 1)$ ليست رسميّة.

(٣). بين فيما إذا كان الرسمان G و H الموضحان في الشكل أدناه متماثلين أم غير متماثلين.



G H

(٤). ا. جد مصفوفة التجاور للرسم G الموضح في الشكل أدناه.

ب. جد عدد المسارات في الرسم G من 1 إلى 2 والتي طولها 4 واذكرها.

ج. جد عدد الممرات في الرسم G من 1 إلى 2 والتي طولها 4 واذكرها

السؤال الثالث

(١). لتكن T شجرة عدد رؤوسها n حيث $n \geq 3$

ا. أثبت أن T تحتوي على الاقل على ورقتين.

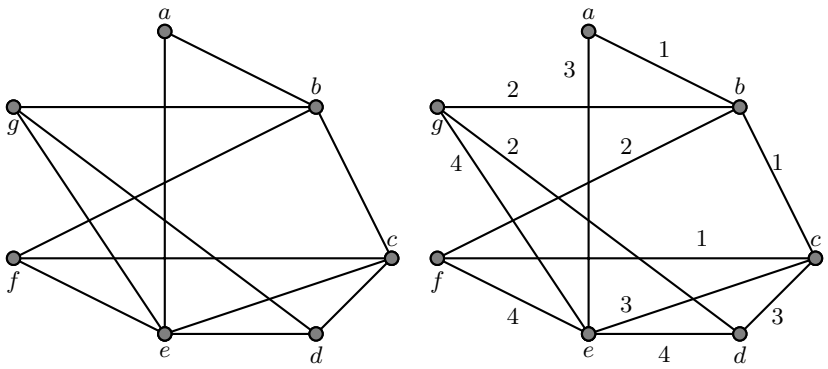
ب. أثبت أن عدد أضلاع T يساوي $n-1$.

ج. إذا كانت T شجرة عدد رؤوسها $n \in \mathbf{N}$ بحيث $T \cong \overline{T}$ فأثبت أن $n = 1$ أو $n = 4$.
جد كل اللأشجار الممكنة و غير متماثلة التي تحقق $T \cong \overline{T}$.

(٢). ليكن الرسمان K و L الموضحان في الشكل أدناه.

ا. جد شجرة تقص عرضي، جذرها a، للرسم K.

ب. جد شجرة مولدة صغرى للرسم الموزون L.



K L