الاختبار الشهري الثاني للمقرر 111 ريض للفصل الاول 1445 هـ	كلية العلوم ـ قسم الرياضيات	جامعة الملك سعود King Saud University
الزمن: ساعة ونصف. الدرجة:	الإسم: .... الرقم الجامعي:................................... أستاذ المقرر:....................................	

ملاحظات : 1. عدد الورقات 4   2. ممنوع استخدام الالة الحاسبة

السؤال الأول (4 درجات): احسب $\frac{dy}{dx}$ فيما يلي :

(1) $y=\cosh(3x^2)+\operatorname{sech}^{-1}(2x)$.   (درجتان)

(2) $y=\coth^{-1}(3x)+\tanh^2\sqrt{2x}$.   (درجتان)

السؤال الثاني (21 درجة): احسب التكاملات التالية :

(1) $\int e^{-x}\cosh(x)dx$ (درجتان)

(2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}$ (درجتان)

(3) $\int_1^e x^3 \ln x\, dx$ (درجتان)

(4) $\int \sin^5 x \cos^3 x\, dx$ (درجتان)

(5) $\int \cosh^{-1} x\, dx$ (درجتان)

(6) $\int \frac{dx}{(4+x^2)^{3/2}}$ (3 درجات)

(7) $\int \frac{\sin x}{4-\cos^2 x}dx$ (3 درجات)

(8) $\int \frac{x+3}{x^3+9x}dx$ (3 درجات)

(9) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}$ (درجتان)

لا يكتب في هذا الهامش

١

نموذج إجابة الاختبار الشهري الثاني

S1/1445

• إجابة السؤال الأول

(أ)

$$\frac{dy}{dx} = 6x\sinh(3x^2) - \frac{2}{2x\sqrt{1-(2x)^2}} \quad \#$$

2

(ب)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{1-(3x)^2} + \frac{2}{\sqrt{2x}}\operatorname{sech}^2\sqrt{2x}\tanh\sqrt{2x} \quad \#$$

2

• إجابة السؤال الثاني

(1)

$$I = \int e^{-x}\cosh(x)\,dx$$

$$I = \int e^{-x}\left(\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right)dx = \frac{1}{2}\int(1+e^{-2x})\,dx$$

$$I = \frac{1}{2}\left[x - \frac{1}{2}e^{-2x}\right] + c \quad \#$$

2

(2)

$$I = \int \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1+x}}\,dx$$

$$I = 2\int \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx}{\sqrt{1+(\sqrt{x})^2}} = 2\sinh^{-1}\sqrt{x} + c \quad \#$$

2

(3)

$$I = \int_1^e x^3\ln x\,dx = \int_1^e \underbrace{\ln x}_{u}\ \underbrace{x^3\,dx}_{dv}$$

$$\therefore \int \ln x\, x^3\,dx = \frac{1}{4}x^4\ln x - \frac{1}{4}\int x^3\,dx$$

$$\therefore I = \left[\frac{x^4}{4}\ln x - \frac{x^4}{16}\right]_1^e$$

$$I = \left(\frac{e^4}{4}\underbrace{\ln e}_{1} - \frac{e^4}{16}\right) - \left(\frac{1}{4}\underbrace{\ln 1}_{0} - \frac{1}{16}\right)$$

$$\therefore I = \frac{e^4}{4} - \frac{e^4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}e^4 + \frac{1}{16} \quad \#$$

2

(4)

$$I = \int \sin^5 x\cos^3 x\,dx$$

$$I = \int \sin^5 x(1-\sin^2 x)\cos x\,dx$$

$$I = \int \sin^5 x\cos x\,dx - \int \sin^7 x\cos x\,dx$$

$$\therefore I = \frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c \quad \#$$

2

* حل آخر للفقرة (4) السؤال الثاني

$$I = \int \sin^5 x \cos^3 x \, dx$$

$$I = -\int \sin^4 x \cos^3 x (-\sin x) \, dx$$

$$I = -\int (1-\cos^2 x)^2 \cos^3 x (-\sin x) \, dx$$

$$I = -\int (1-u^2)^2 u^3 \, du \quad , \quad \boxed{u = \cos x}$$

$$I = -\int (1-2u^2+u^4) u^3 \, du$$

$$I = -\int (u^3 - 2u^5 + u^7) \, du$$

$$I = -\left[\frac{u^4}{4} - \frac{2u^6}{6} + \frac{u^8}{8}\right] + c$$

$$I = -\frac{1}{4}\cos^4 x + \frac{1}{3}\cos^6 x - \frac{1}{8}\cos^8 x + c$$

(5)

$$I = \int \cosh^{-1}x \, dx$$

$u = \cosh^{-1}x \qquad du = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$

$dv = dx \qquad v = x \qquad \boxed{I = uv - \int v\,du}$

$$\therefore I = x\cosh^{-1}x - \frac{1}{2}\int 2x\,(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\,dx$$

$$\therefore I = x\cosh^{-1}x - \sqrt{x^2-1} + C \quad \#$$

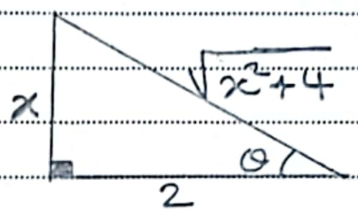
2

(6)

$$I = \int \frac{1}{(4+x^2)^{3/2}}\,dx$$

Let $x = 2\tan\theta$

$dx = 2\sec^2\theta \, d\theta$



$$I = \int \frac{2\sec^2\theta}{(4+4\tan^2\theta)^{3/2}}\,d\theta$$

$$I = \int \frac{2\sec^2\theta}{2^3\sec^3\theta}\,d\theta = \frac{1}{4}\int \cos\theta \, d\theta$$

$$I = \frac{1}{4}\sin\theta + C$$

$$\therefore I = \frac{1}{4}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} + C \quad \#$$

3

(7)

$$I = \int \frac{\sin x}{4-\cos^2 x}\,dx$$

$$I = -\int \frac{-\sin x}{2^2-(\cos x)^2}\,dx$$

$$I = -\frac{1}{2}\tanh^{-1}\left(\frac{\cos x}{2}\right) + C, \quad |\cos x| < 2 \quad \#$$

3

(8)

$$I = \int \frac{x+3}{x^3+9x}\,dx$$

$$I = \int \frac{x+3}{x(x^2+9)}\,dx$$

$$\frac{x+3}{x(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+9} = \frac{A(x^2+9)+Bx^2+Cx}{x(x^2+9)}$$

لا يكتب في هذا الهامش

4

$\therefore Ax^2 + 9A + Bx^2 + Cx = x + 3$

$A + B = 0 \Leftarrow$ بمساواة معاملات x^2

$C = 1 \Leftarrow x$ " "

$A = \frac{1}{3} \Leftarrow$ الثوابت "

$\therefore \frac{1}{3} + B = 0$

$B = \frac{-1}{3}$

$$\therefore I = \frac{1}{3}\int \frac{1}{x}\,dx + \int \frac{-\frac{1}{3}x + 1}{x^2+9}\,dx$$

$$I = \frac{1}{3}\ln|x| - \frac{1}{6}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{1}{x^2+9}\,dx$$

$$\therefore I = \frac{1}{3}\ln|x| - \frac{1}{6}\ln(x^2+9) + \frac{1}{3}\tan^{-1}\frac{x}{3} + c$$

#

3

(9)

$$I = \int \frac{1}{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}\,dx$$

Let $u = x^{1/4}$.

$\Rightarrow x = u^4 \quad , dx = 4u^3\,du$

$\Rightarrow \sqrt{x} = u^2 \quad , \sqrt[4]{x} = u$

$$I = \int \frac{4u^3}{u+u^2}\,du$$

$$I = 4\int \frac{u^3}{u(u+1)}\,du = 4\int \frac{u^2}{u+1}\,du$$

$$I = 4\int \left[u - 1 + \frac{1}{u+1}\right]du$$

$$I = 4\left[\frac{u^2}{2} - u + \ln|u+1| + c\right]$$

$$I = 2u^2 - 4u + 4\ln|u+1| + C$$

$$\therefore I = 2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4\ln|\sqrt[4]{x} + 1| + C$$

#

$$\begin{array}{r|l} & u - 1 \\ u+1 & u^2 \\ & \underline{-u^2 \mp u} \\ & -u \\ & \underline{\pm u \pm 1} \\ & 1 \end{array}$$

Long Division

2