243 ريض نظرية الأعداد	الاختبار النهائي (14452)	الزمن: 3 ساعات
الاسم:	الرقم الجامعي:	

(ملاحظة: أقفل جميع جوالاتك وسلمها إلى المر اقب.)

سؤال1 (5درجات): أوجد جميع ثلاثيات فيثاغورس البدائية وغير البدائية (x, y, z) بحيث x أو y يساوي 12.

سؤال2 (5درجات): أوجد أربعة حلول للمعادلة $\varphi(x) = 20$.

سؤال3 (5درجات): عرف دالة موبياس μ ، ثم أثبت أنها دالة ضربية.

سؤال4 (5درجات): إذا كان $p>2$ عددا أوليا وكان $p=a^2+b^2$ ، حيث $a,b\in\mathbb{Z}$ فأثبت أن $p\equiv 1 \pmod 4$.

سؤال5 (5درجات): عرّف العدد شبه الأولي للأساس $b \in \mathbb{Z}^+$. أعط مثالا لعدد شبه أولي للأساس 2 مع التوضيح.

سؤال6 (5درجات): إذا كان $n^3 - 1$ عددا أوليا لعدد صحيح n ، فأثبت أن $n = 2$.

سؤال7 (5درجات): استخدم خوارزمية التربيع والضرب لإثبات أن $9 \mid (7^{53} - 4)$.

سؤال8 (5درجات): إذا كان p عددا أوليا وكان $k \geq 1$ ، فأثبت استحالة أن p^k عدد تام.