linear programming
OPR213

صياغة مسائل البرمجة الخطية
(1)

2024

مثال:

إحدى الشركات لديها كميات من نوعين من المنتجات ترغب في نقلها من الدمام للرياض كما يلي:

	الوزن (كيلو/وحدة)	الحجم ($م^3$/وحدة)	الكمية (وحدة)
المنتج الأول	100	1	45
المنتج الثاني	200	2	35

الشركة لديها شاحنتين لنقل البضائع من الدمام للرياض بالمواصفات التالية:

	الوزن الأقصى للحمولة (طن)	المساحة المتاحة للحمولة ($م^3$)
الشاحنة الأولى	5	50
الشاحنة الثانية	7	60

تكلفة النقل (ريال/وحدة) من الدمام للرياض مبينة كما يلي:

	الشاحنة الأولى	الشاحنة الثانية
المنتج الأول	10	15
المنتج الثاني	20	25

ما هي طريقة نقل المنتجات من الدمام للرياض الأقل تكلفة مع الشروط التالية:

1. يجب على الأقل نقل 40% من كلا المنتجين في الشاحنة الأولى.
2. في الشاحنة الثانية: يجب نقل وحدتين من المنتج الأول على الأكثر لكل ثلاث وحدات يتم نقلها من المنتج الثاني.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ عدد وحدات المنتج الأول المنقولة في الشاحنة الأولى
$x_2 =$ عدد وحدات المنتج الأول المنقولة في الشاحنة الثانية
$x_3 =$ عدد وحدات المنتج الثاني المنقولة في الشاحنة الأولى
$x_4 =$ عدد وحدات المنتج الثاني المنقولة في الشاحنة الثانية
(كان يمكن استخدام: $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}$)

البرنامج الرياضي الخطي هو:

$$\min \quad z = 10x_1 + 15x_2 + 20x_3 + 25x_4$$

s.t.

$$x_1 + x_2 = 45$$
$$x_3 + x_4 = 35$$

$$100x_1 + 200x_3 \leq 5(1000)$$
$$100x_2 + 200x_4 \leq 7(1000)$$

$$x_1 + 2x_3 \leq 50$$
$$x_2 + 2x_4 \leq 60$$
$$x_1 + x_3 \geq 0.40(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$\frac{x_2}{x_4} \leq \frac{2}{3} \quad \text{or} \quad 3x_2 \leq 2x_4$$

$$x_1 \ , \ x_2 \ , \ x_3 \ , \ x_4 \geq 0$$

مثال :

أحد الأثرياء لديه ثلاثة أبناء، يختلفون في مقدار الراتب الشهري الذي يحصل عليه كلا منهم من وظيفته وكذلك يختلفون في مقدار المصروفات الشهرية، كما هو موضح في الجدول لتالي:

	الراتب الشهري	المصروفات الشهرية
محمد	9,000	15,000
أحمد	8,000	13,000
خالد	4,000	10,000

الأب قرر أن يدعم أبناءه مالياً كل شهر بأقل ما يمكن ، بشرط أن:

1. لا يزيد إجمالي المبالغ التي سيدعم بها أبناءه عن 20,000 ريال.
2. يغطي المبلغ المعطى لكل ابن على الأقل 25% من مصروفاته الشهرية.
3. نسبة المبلغ المعطى لمحمد إلى راتبه الشهري تكون مساوية لنسبة المبلغ المعطى لأحمد إلى راتبه الشهري.
4. لكل ريال يعطيه لأحمد سيعطي على الأقل ريالان لخالد.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ المبلغ الشهري الذي سيمنحه الأب لابنه محمد
$x_2 =$ المبلغ الشهري الذي سيمنحه الأب لابنه أحمد
$x_3 =$ المبلغ الشهري الذي سيمنحه الأب لابنه خالد

البرنامج الخطي هو:

$$\min \quad z = x_1 + x_2 + x_3$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 20{,}000$$

$$x_1 \geq 0.25(15{,}000)$$
$$x_2 \geq 0.25(13{,}000)$$
$$x_3 \geq 0.25(10{,}000)$$

$$\frac{x_1}{9000} = \frac{x_2}{8000}$$

$$\frac{x_3}{x_2} \geq \frac{2}{1}$$

$$x_1 \, , \; x_2 \, , \; x_3 \geq 0$$

مثال :

شركة تصنيع سيارات تريد تحديد كمية الإنتاج الشهري لثلاثة موديلات مختلفة الأحجام من سيارات النقل: صغيرة ، متوسطة ، كبيرة. الجدول التالي يبين متطلبات إنتاج سيارة واحدة من الحديد ومن ساعات الإنتاج ، ويبين أيضا الربح من بيع كل سيارة:

	كمية أطنان الحديد اللازمة لإنتاج سيارة واحدة	عدد الساعات اللازمة لإنتاج سيارة واحدة	الربح بالريال لكل سيارة مباعة
سيارة نقل صغيرة الحجم	1	110	20000
سيارة نقل متوسطة الحجم	2	120	30000
سيارة نقل كبيرة الحجم	3	150	40000

يتوفر لدى الشركة شهرياً (1000) طن حديد و (50000) ساعة إنتاج، وترغب في إنتاج على الأقل (200) سيارة من الموديلات الثلاثة المختلفة.

ترغب الشركة أن تكون نسبة إنتاج سيارات النقل كبيرة الحجم لا تتجاوز 20% من إجمالي السيارات المنتجة من كافة الموديلات. وأن يكون عدد السيارات المنتجة متوسطة الحجم على الأقل مثل عدد السيارات المنتجة كبيرة الحجم. كذلك ترغب الشركة في انه لكل ثلاث سيارات منتجة متوسطة الحجم يجب إنتاج على الأقل سيارة واحدة صغيرة الحجم.

صغ برنامج رياضي خطي يساعد الشركة لتحقيق أعلى ربح شهري ممكن من إنتاج هذه الموديلات الثلاثة المختلفة الأحجام.

– الحل –

x_1 = عدد السيارات صغيرة الحجم المنتجة شهرياً

x_2 = عدد السيارات متوسطة الحجم المنتجة شهرياً

x_3 = عدد السيارات كبيرة الحجم المنتجة شهرياً

maximize $Z = 20000\,x_1 + 30000x_2 + 40000x_3$

subject to:

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 200$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 1000$$
$$110x_1 + 120x_2 + 150x_3 \leq 50000$$
$$x_3 / (x_1+x_2+x_3) \leq 0.20 \quad \text{or} \quad x_3 \leq 0.20\,(x_1+x_2+x_3)$$
$$x_2 \geq x_3$$
$$x_1 / x_2 \geq 1/3$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مثال :

ستقوم شركة سابك بتعيين 1000 خريج على الوظائف المتاحة لديها. الجدول التالي يبين توزيع الوظائف حسب مكان الوظيفة ونوع التخصص وعدد الوظائف المتاحة والتكلفة الشهرية للموظف:

المدن	نوع التخصص	عدد الوظائف المتاحة	التكلفة الشهرية للموظف
الرياض	التخصصات الإنسانية	200	10000
	التخصصات العلمية	200	12000
الدمام	التخصصات الإنسانية	400	15000
	التخصصات العلمية	400	20000

توفر الشركة سكن مجاني في الرياض للمتعينين في الرياض بعدد 95 شقة وكذلك سكن مجاني في الدمام للمتعينين في الدمام بعدد 155 شقة. يمكن تسكين بحد أقصى 4 موظفين في كل شقة.

إدارة الشركة تريد تقليل التكاليف الشهرية للموظفين المعينين وفقاً للشروط التالية:

1. عدد المتعينين من التخصصات الإنسانية لا يقل عن 20% من إجمالي الخريجين المتعينين في الشركة.
2. عدد المتعينين في الدمام لا يتجاوز 60% من إجمالي الخريجين المتعينين في الشركة.
3. لكل خريج يعين من التخصصات الإنسانية يجب تعيين على الأقل خريجين من التخصصات العلمية.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ عدد المتعينين في الرياض من التخصصات الإنسانية
$x_2 =$ عدد المتعينين في الرياض من التخصصات العلمية
$x_3 =$ عدد المتعينين في الدمام من التخصصات الإنسانية
$x_4 =$ عدد المتعينين في الدمام من التخصصات العلمية

البرنامج الرياضي الخطي هو:

$$\min \quad z = 10000x_1 + 12000x_2 + 15000x_3 + 20000x_4$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$$

$$x_1 \leq 200 \quad , \quad x_2 \leq 200 \quad , \quad x_3 \leq 400 \quad , \quad x_4 \leq 400$$

$$x_1 + x_2 \leq 4(95)$$

$$x_3 + x_4 \leq 4(155)$$

$$x_1 + x_3 \geq 0.20\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_3 + x_4 \leq 0.60\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$\frac{x_2 + x_4}{x_1 + x_3} \geq \frac{2}{1} \quad \text{or} \quad x_2 + x_4 \geq 2(x_1 + x_3)$$

$$x_1 \, , \, x_2 \, , \, x_3 \, , \, x_4 \geq 0$$

مثال :

تقوم شركة بإنتاج ثلاثة أصناف A و B و C من زيوت السيارات. إنتاج علبة واحدة من كل صنف يتم بمزج المادتين الخام RM-1 و RM-2 وذلك بمقادير وأرباح محددة حسب الجدول التالي:

المواد الخام	متطلبات إنتاج علبة واحدة من الزيت (علبة خام/علبة زيت)			المتوفر من المواد الخام (علبة/يوم)
	A	B	C	
RM-1	2	4	3	11000
RM-2	3	1	2	12000
الربح من بيع كل صنف (ريال/علبة)	25	35	45	

بالإضافة إلى ذلك تتم عملية الإنتاج بمرور المنتجات الثلاثة على مصاف ثلاثة هي: المصفاة -1 ، المصفاة-2 والمصفاة-3 ، ويستغرق إنتاج كل علبة زيت ساعات محددة في كل مصفاة حسب الجدول التالي:

صنف الزيت	عدد الساعات لإنتاج علبة زيت واحدة في		
	المصفاة-1	المصفاة-2	المصفاة-3
A	1	0	1
B	2	2	0
C	0	3	3

علماً بأن ساعات العمل المتوفرة يومياً هي 5000 ساعة إنتاجية لكل مصفاة.

الشركة تريد أن يكون الحد الأقصى لإنتاجها اليومي من الزيوت من النوع A هو نصف إنتاجها من كلا النوعين B و C. الشركة أيضا قررت أن تنتج يومياً على الأقل وحدتين من النوع C مقابل كل ثلاثة وحدات تنتجها من النوع B.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

x_1 = A عدد العلب المنتجة يومياً من الزيت
x_2 = B عدد العلب المنتجة يومياً من الزيت
x_3 = C عدد العلب المنتجة يومياً من الزيت

البرنامج الخطي هو:

$$\max\ z = 25x_1 + 35x_2 + 45x_3$$

s.t.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &\le 11000 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 &\le 12000 \\ x_1 + 2x_2 &\le 5000 \\ 2x_2 + 3x_3 &\le 5000 \\ x_1 + 3x_3 &\le 5000 \end{aligned}$$

$$x_1 \le 0.5\,(x_2 + x_3)$$

$$x_3 / x_2 \ge 2/3 \quad \text{or} \quad 3x_3 \ge 2x_2$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3 \ge 0$$

مثال :

إحدى شركات تصنيع السيارات قررت إنتاج ثلاثة أنواع من السيارات للسنة القادمة، سيارة A (صغيرة الحجم) وسيارة B (متوسطة الحجم) وسيارة C (كبيرة الحجم). إنتاج كل نوع من هذه السيارات الثلاث يتطلب كميات مختلفة من الحديد وساعات الإنتاج وتعطي ربح مختلف، كما يبين الجدول التالي:

نوع السيارة	كمية الحديد (طن/سيارة)	ساعات الإنتاج (ساعة/سيارة)	الربح من بيع السيارة (ريال/سيارة)
سيارة A	1	100	10000
سيارة B	2	125	15000
سيارة C	3	150	20000

يتوفر لدى الشركة للسنة الإنتاجية القادمة 900000 طن حديد و 10000000 ساعة إنتاج.
الشركة تريد أن يكون مجمل إنتاجها من كل أنواع السيارات الثلاث على الأقل 500000 سيارة، بحيث أن يكون إنتاجها من السيارات من النوع A على الأقل ضعف إنتاجها من كلا النوعين B و C، وأن لا يزيد إنتاجها من السيارات من النوع B عن إنتاجها من النوع C بأكثر من 75000 سيارة.
الشركة أيضا قررت أن تنتج على الأقل سيارتين من النوع B مقابل كل سيارة تنتجها من النوع C.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

x_1 = عدد السيارات المنتجة سنوياً من النوع A
x_2 = عدد السيارات المنتجة سنوياً من النوع B
x_3 = عدد السيارات المنتجة سنوياً من النوع C

البرنامج الخطي هو:

$$\max z = 10000x_1 + 15000x_2 + 20000x_3$$

s.t.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\le 900000 \\ 100x_1 + 125x_2 + 150x_3 &\le 10000000 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\ge 500000 \end{aligned}$$

$$x_1 \ge 2(x_2 + x_3)$$
$$x_2 \le x_3 + 75000$$
$$x_2 / x_3 \ge 2 / 1 \quad \text{or} \quad x_2 \ge 2x_3$$

$$x_1 , x_2 , x_3 \ge 0$$

مثال :

أحد التجار لديه 100 مليون ريال ويريد استثمارها في بناء عقارات في أرض مساحتها 10,000 متر مربع.
لديه ثلاثة خيارات عقارية ليبنيها ثم يؤجرها: بناء عمارات وبناء فيلات وبناء محلات تجارية.
الجدول التالي يوضح تكلفة بناء كل نوع من هذه العقارات وقيمة إيجارها السنوي وما تحتاجه من مساحة البناء:

	تكلفة البناء (بالريال)	قيمة الإيجار السنوي (بالريال)	مساحة البناء ($م^2$)
عمارة	2,000,000	90,000	30
فيلا	1,500,000	50,000	20
محل تجاري	1,000,000	40,000	10

مدير الشركة يريد أن يحصل على أكبر قدر من الإيجارات السنوية وفقاً للشروط التالية:

1. مجموع العمارات والفيلات يكون على الأقل ضعف عدد المحلات التجارية.
2. عدد المحلات التجارية لا يقل عن 25% من جميع العقارات المبنية.
3. يجب أن يتم بناء فيلتان على الأكثر لكل ثلاثة عمارات تبنى.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ عدد العمارات التي سيتم بناءها
$x_2 =$ عدد الفيلات التي سيتم بناءها
$x_3 =$ عدد المحلات التجارية التي سيتم بناءها

البرنامج الخطي هو:

$$\max \quad z = 90{,}000x_1 + 50{,}000x_2 + 40{,}000x_3$$

s.t.

$$2x_1 + 1.5\,x_2 + x_3 \leq 100$$

$$30x_1 + 20x_2 + 10x_3 \leq 10{,}000$$

$$x_1 + x_2 \geq 2x_3$$

$$x_3 \geq 0.25\,(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$\frac{x_2}{x_1} \leq \frac{2}{3} \quad \text{or} \quad 3x_2 \leq 2x_1$$

$$x_1\,,\ x_2\,,\ x_3 \geq 0$$

مثال :

إحدى شركات التغذية تصنع وتسوق منتجات غذائية متنوعة. الشركة قررت تصنيع وبيع علبة غذائية تحتوي على أربعة أنواع من المكسرات، على أن يكون وزن المكسرات داخل العلبة نصف كيلوجرام. كل نوع من أنواع المكسرات الأربعة له سعر شراء مختلف وكذلك يحتوي على وحدات مختلفة من الفيتامينات كما يبين الجدول التالي:

نوع المكسرات	فيتامين أ وحدة/كيلو	فيتامين ب وحدة/كيلو	فيتامين جـ وحدة/كيلو	تكلفة الشراء ريال/كيلو
لوز	٩	١٥	٤	٣
فستق	٨	٥	٣	٢
كاجو	١١	٧	٧	٤
بندق	١٠	٩	٥	٥

الشركة تريد أن تصنع هذه العلبة الغذائية بأقل تكلفة، بحيث أن تحتوي العلبة على الأقل على ١٠ وحدات من فيتامين أ، و ١٥ وحدة من فيتامين ب، و ٨ وحدات من فيتامين جـ ؛ وبحيث أن لا تزيد كمية اللوز والفستق في العلبة عن ثلاثة أرباع محتويات العلبة ؛ وكذلك أن تكون نسبة الكاجو في العلبة على الأقل مساوية لضعف نسبة البندق في العلبة.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

إجابة السؤال الأول:

x_1 = كمية اللوز بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة
x_2 = كمية الفستق بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة
x_3 = كمية الكاجو بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة
x_4 = كمية البندق بالكيلوجرام التي ستحتويها العلبة

البرنامج الخطي هو:

$$\min\ z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = ½$$

$$9x_1 + 8x_2 + 11x_3 + 10x_4 \geq 10$$
$$15x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 \geq 15$$
$$4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 5x_4 \geq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq ¾\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 3/8$$

$$x_3 / x_4 \geq 2 / 1 \quad \text{or} \quad x_3 \geq 2x_4$$

$$x_i \geq 0,\quad i = 1, 2, 3, 4$$

مثال :

أحد التجار لديه 100 موظف جديد أنهوا برنامجا تدريبيا ويريد توزيعهم على شركاته الثلاث. الراتب الشهري الذي سيعطى لكل موظف جديد وتكلفة التأمين الطبي الشهري له وعدد المكاتب الشاغرة لاستيعاب الموظفين الجدد تختلف من شركة إلى أخرى كما هو موضح في الجدول التالي:

	الراتب الشهري لكل موظف (بالريال)	التأمين الطبي الشهري لكل موظف (بالريال)	عدد المكاتب الشاغرة
الشركة الأولى	10,000	200	19
الشركة الثانية	12,000	250	16
الشركة الثالثة	15,000	300	17

مدير الشركة يريد أن يوزع الـ 100 موظف بما يقلل مجموع رواتبهم الشهرية وفقاً للشروط التالية:

1. مجموع تكلفة التأمين الطبي الشهري لهم جميعا لا يزيد عن 25,000 ريال.
2. يجب أن يوضع كل موظف في مكتب، علما بإن كل مكتب يمكن أن يستوعب موظفين فقط على الأكثر.
3. لكل ثلاثة موظفين يتم تعيينهم في الشركة الأولى يجب تعيين على الأقل موظفين في الشركة الثالثة.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ عدد الموظفين الجدد الذين سيتم تعيينهم في الشركة الأولى
$x_2 =$ عدد الموظفين الجدد الذين سيتم تعيينهم في الشركة الثانية
$x_3 =$ عدد الموظفين الجدد الذين سيتم تعيينهم في الشركة الثالثة

البرنامج الخطي هو:

$$\min \quad z = 10{,}000x_1 + 12{,}000x_2 + 15{,}000x_3$$

s.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 100$$

$$200x_1 + 250x_2 + 300x_3 \leq 25{,}000$$

$$x_1 \leq 2 \times 19$$
$$x_2 \leq 2 \times 16$$
$$x_3 \leq 2 \times 17$$

$$\frac{x_3}{x_1} \geq \frac{2}{3} \quad \text{or} \quad 3x_3 \geq 2x_1$$

$$x_1 \, , \; x_2 \, , \; x_3 \geq 0$$

مثال :

إحدى الشركات خصصت مبلغ 1000000 ريال للقيام بحملة إعلانية للترويج لمنتجاتها في التلفزيون والإذاعة للوصول إلى أكبر عدد ممكن من المشاهدات. تختلف تكلفة الإعلان في كل نوع من هذه الوسائط وعدد المشاهدات لها، كما يبين الجدول التالي:

	القنوات المحتمل الإعلان فيها	تكلفة الإعلان (ريال/إعلان)	عدد المشاهدات (مشاهدة/إعلان)
التلفزيون	TV1	55000	450000
	TV2	50000	400000
الإذاعة	FM1	35000	250000
	FM2	30000	200000

الشركة تريد أن يكون:

- عدد الإعلانات في TV1 على الأقل ضعف عدد الإعلانات في TV2
- عدد الإعلانات في الإذاعة لا يقل عن ربع إجمالي عدد الإعلانات في الحملة الإعلانية
- عدد المشاهدات لإعلانات الإذاعة على الأقل 6000000 مشاهدة
- لكل إعلانين في الإذاعة يكون هناك على الأقل ثلاثة إعلانات في التلفزيون

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ عدد الإعلانات في TV1
$x_2 =$ عدد الإعلانات في TV2
$x_3 =$ عدد الإعلانات في FM1
$x_4 =$ عدد الإعلانات في FM2

البرنامج الخطي هو:

$$\max \quad z = 450000x_1 + 400000x_2 + 250000x_3 + 200000x_4$$

s.t.

$$55000x_1 + 50000x_2 + 35000x_3 + 30000x_4 \leq 1000000$$

$$x_1 \geq 2x_2$$

$$\frac{x_3 + x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} \geq 0.25$$

$$250000x_3 + 200000x_4 \geq 6000000$$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_3 + x_4} \geq \frac{3}{2} \quad \text{or} \quad 2(x_1 + x_2) \geq 3(x_3 + x_4)$$

$$x_1 \ , \ x_2 \ , \ x_3 \ , \ x_4 \geq 0$$

مثال :

أحد التجار يقوم بشراء السيارات المستعملة من الكويت وقطر والإمارات ومن ثم يقوم ببيعها في السعودية. هذا التاجر قرر القيام برحلة تجارية لمدة (100) يوم، ولديه المعلومات التالية حول توفر السيارات المستعملة والربح المتحصل من بيعها وكذلك تكلفة المعيشة في تلك الدول:

	عدد السيارات المستعملة التني يستطيع شراؤها في يوم واحد	صافي الربح من بيع كل سيارة مستعملة بعد تصديرها للسعودية	تكلفة قضاء يوم واحد
الكويت	20	2000	700
قطر	10	3000	800
الإمارات	15	4000	900

يرغب التاجر في أن يشتري على الأقل (1000) سيارة مستعملة خلال هذه الرحلة التجارية، ومن ثم تصديرها وبيعها في السعودية.

ويرغب التاجر في أن تكون نسبة السيارات التي سوف يشتريها من الكويت لا تزيد عن 20% من إجمالي السيارات التي سيشتريها خلال هذه الرحلة، وكذلك قرر أنه لكل سيارة سيشتريها من قطر سوف يشتري على الأقل سيارتان من الإمارات. وكذلك يرغب في أن يقضي على الأقل 50% من إجمالي أيام الرحلة في الإمارات.

صغ برنامج رياضي خطي يساعد التاجر للتخطيط للرحلة بما يحقق جميع رغباته ويزيد أرباحة.

– الحل –

x_1 = عدد الأيام التي سيقضيها في الكويت

x_2 = عدد الأيام التي سيقضيها في قطر

x_3 = عدد الأيام التي سيقضيها في الإمارات

maximize $z = [(20)(2000)-700]\, x_1 + [(10)(3000)-800]\, x_2 + [(15)(4000)-900]\, x_3$
subject to:

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 &= 100 \\
20x_1 + 10x_2 + 15x_3 &\geq 1000 \\
20x_1 \,/\, (20x_1+10x_2+15x_3) &\leq 0.20 \\
15x_3 \,/\, 10x_2 &\geq 2/1 \\
x_3 &\geq 50 \\
x_1,\ x_2,\ x_3 &\geq 0
\end{aligned}
$$

مثال :

إحدى شركات إنتاج الجوالات تنتج نوعين ، جوال اقتصادي وجوال متطور. الشركة قررت تخصيص ميزانية إعلانية بمبلغ 50000 ريال للقيام بحملة ترويجية لهذين الجوالين.

قسم التسويق في الشركة يقدّر أن كل ريال يُصرف للدعاية على الجوال الاقتصادي سينتج عنه بيع 20 جوال اقتصادي ، وأن كل ريال يُصرف للدعاية على الجوال المتطور سينتج عنه بيع 10 جوالات متطورة. لدعم مبيعات الجوال المتطور ، الشركة قررت أن كل ريال تنفقه للدعاية على الجوال الاقتصادي ستنفق على الأقل ريالان للدعاية للجوال المتطور.

الشركة قررت أن تنتج على الأقل 100000 جوال من كل نوع ، وأن لا يقل انتاجها من الجوالات المتطورة عن ربع انتاجها الكلي من كلا نوعي الجوالين.

قسم المحاسبة في الشركة أخبر إدارة الشركة أن كل جوال اقتصادي سيباع بربح 400 ريال ، وأن كل جوال متطور سيباع بربح 900 ريال.

إدارة الشركة تريد أن تحدد ما تنفقه للدعاية لكل من الجوالات الاقتصادية والجوالات المتطورة لزيادة مبيعاتها وتعظيم أرباحها.

صغ المسألة بنموذج رياضي خطي.

– الحل –

$x_1 =$ المبلغ الذي سينفق على الدعاية للجوالات الاقتصادية
$x_2 =$ المبلغ الذي سينفق على الدعاية للجوالات المتطورة

البرنامج الخطي هو:

$$\max \quad z = 400(20)x_1 + 900(10)x_2$$

s.t.

$$x_1 + x_2 \leq 50000$$

$$\frac{x_2}{x_1} \geq \frac{2}{1} \quad \text{or} \quad x_2 \geq 2x_1$$

$$20x_1 \geq 100000$$
$$10x_2 \geq 100000$$

$$10x_2 \geq 0.25(20x_1 + 10x_2)$$

$$x_1 \, , \; x_2 \geq 0$$