مقرر 322 بحث

تمارين #9

(الفصل الرابع 4.6.2)

سؤال #1: تلقى أحد بائعي الجملة لدراجات السباق عرضًا خاصًا لموسم الصيف القادم، حيث يمكنه شراء الدراجة الواحدة بتكلفة قدرها 20 دولارًا، وقد قدّر بائع الجملة أن تكلفة الاحتفاظ بكل دراجة غير مباعة بعد نهاية الموسم تبلغ 45 دولارًا. كذلك، إذا حدث عجز في تلبية الطلب (أي طلب زبون لا يتم تلبيته)، فإن تكلفة العجز تُقدّر بـ 30 دولارًا لكل دراجة مفقودة. لوحظ كذلك أن الطلب على الدراجات يتبع التوزيع الأسي الذي د.ك.ا معطاة بـ

$$f(D) = \frac{1}{10000} e^{-D/10000} \qquad D \geq 0$$

المطلوب تحديد الكمية المثلى الواجب طلبها من الدراجات والتكلفة المقابلة لذلك في الحالات:

أ) في حال توافر 1000 دراجة في مخازن بائع الجملة من المواسم السابقة.

ب) في حالة توافر 12000 دراجة في مخازن بائع الجملة من المواسم السابقة.

الحل:

$$\int_0^y f(D)dD = \frac{g-c}{g+h}$$

$$\Longrightarrow \int_0^y \frac{1}{10000} e^{-D/10000}\, dD = \frac{30-20}{30+45}$$

$$\Longrightarrow \left[-e^{-D/10000}\right]_0^y = \frac{10}{75}$$

$$\Longrightarrow 1 - e^{-y/10000} = \frac{10}{75} = 0.133$$

$$\Longrightarrow e^{-y/10000} = 1 - 0.133 = 0.867$$

$$\Longrightarrow y^* = -10000\, ln(0.8667) = 1430.62 \cong 1431$$

في حالة توافر x=1000 في المخزن ، فيجب طلب 1431-1000=431 دراجة. أما في حالة توافر x=12000 في المخزن ، فلا يجب طلب أي طلبية جديدة.

التكلفة المتوقعة المقابلة هي:

$$EC(y) = c(y-x) + h\int_0^y (y-D)f(D)dD + g\int_y^\infty (D-y)f(D)dD$$

$$ECC(y^* = 1431)$$
$$= 20(1431 - 1000) + 45\int_0^{1431}(1431 - D)\frac{1}{10000}e^{-D/10000}\,dD + 30\int_{1431}^{\infty}(D - 1431)\frac{1}{10000}e^{-D/10000}dD$$

التكامل بالتعويض للدالة:

$$\frac{1}{10000}\int D\,e^{-D/10000}\,dD$$

$u = D \qquad du = dD$

$dv = e^{-D/10000} \qquad v = -10000e^{-D/10000}$

لذلك، ستكون نتيجة التكامل:

$$uv - \int v\,du = \frac{1}{10000}\left(D(-10000e^{-D/10000}) - \int -10000e^{-D/10000}\,dD\right)$$
$$= -De^{-D/10000} - 10000e^{-D/10000} = (-D - 10000)e^{-D/10000}$$

$$= 8620 + 45\left(1431\left[-e^{-D/10000}\right]_0^{1431} - \left[(-D - 10000)e^{-D/10000}\right]_0^{1431}\right) + 30\left(\left[(-D - 10000)e^{-D/10000}\right]_{1431}^{\infty} - 1431\left[-e^{-D/10000}\right]_{1431}^{\infty}\right)$$

$$= 8620 + 45(1431(1 - e^{-1431/10000}) - ((-1431 - 10000)e^{-1431/10000} + 10000)) + 30(-(-1431 - 10000)e^{-1431/10000} - 1431e^{-1431/10000}) = 273019.8$$

$0.8667\ 0.1333$

سؤال #2: أعد السؤال في التمرين الأول من أجل سلعة موسمية تتوافر فيها البيانات التالية h=1 دولار للوحدة، c=2 دولار للوحدة، g=4 دولار للوحدة والتوزيع الاحتمالي للطلب على هذه السلعة كما في الجدول التالي:

عدد الوحدات	0	10	20	30	40	50
الاحتمال	0.1	0.2	0.25	0.2	0.15	0.1

وذلك في الحالتين: أ- x=10 وحدات. ب- x=12 وحدة.

الحل:

أولًا نوجد الدالة التراكمية للطلب:

عدد الوحدات	0	10	20	30	40	50

1	0.9	0.75	0.55	0.3	0.1	الاحتمال التراكمي

$$\frac{g-c}{g+h}=\frac{4-2}{4+1}=\frac{2}{5}=0.4$$

موجودة في الفترة بين $F(y^*-1)=F(19)\le 0.4\le F(20)=F(y^*)$

فكمية الطلب المثلى هي $y^*=20$

فمن أجل *x=10* يجب طلب *20-10=10* وحدات ، ومن أجل *x=12* يجب طلب *20-12=8* وحدات.

وتكون التكلفة المتوقعة المقابلة :

$$EC(y)=c(y-x)+h\sum_{D=0}^{y}(y-D)f(D)+g\sum_{D=y+1}^{\infty}(D-y)f(D)$$

- *x=10*

$$EC(y^*=20)=2(20-10)+1\sum_{D=0}^{20}(20-D)f(D)+4\sum_{D=21}^{50}(D-y)f(D)$$

$$=20+(20\times 0.1+10\times 0.2+0\times 0.25)$$

$$+4(10\times 0.2+20\times 0.15+30\times 0.1)=56$$

- *x=12*

$$EC(y^*=20)=2(20-12)+1\sum_{D=0}^{20}(20-D)f(D)+4\sum_{D=21}^{50}(D-y)f(D)$$

$$=16+(20\times 0.1+10\times 0.2+0\times 0.25)$$

$$+4(10\times 0.2+20\times 0.15+30\times 0.1)=52$$