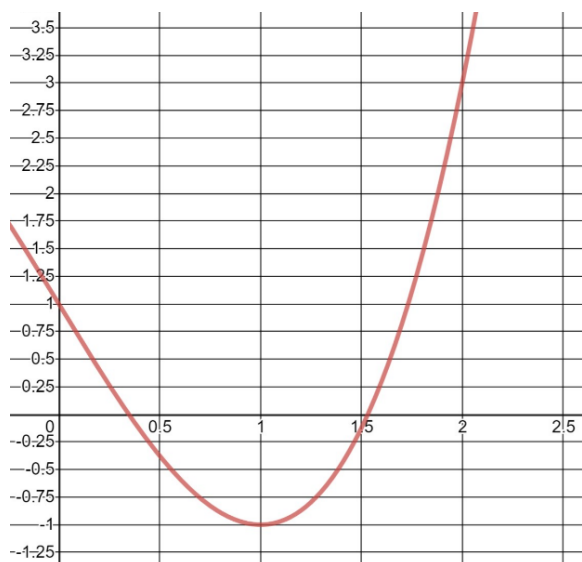


## Exercise 9



تمرين 1: أوجد حل المسألة التالية بطريقة التنصيف

$$\min f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$s. t \ 0 \leq x \leq 3$$

$$\varepsilon = 0.02 \quad \text{مستخدما}$$

الحل: نحتاج إيجاد جذر المشتقة

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$

$$x_{mid} = \frac{a + b}{2}$$

إذا كانت

$$f'(x_{mid})f(a) > 0 \Rightarrow a = x_{mid}$$

$$f'(x_{mid})f(b) > 0 \Rightarrow b = x_{mid}$$

تكرار	$a$	$b$	$x_{mid}$	$f'(a)$	$f'(b)$	$f'(x_{mid})$	تحديث الفترة
1	0	3	1.5	-3	24	3.75	$b=1.5$
2	0	1.5	0.75	-3	3.75	-1.3125	$a=0.75$
3	0.75	1.5	1.125	-1.3125	3.75	0.7969	$b=1.125$
4	0.75	1.125	0.9375	-1.3125	0.7969	-0.3633	$a=0.9375$
5	0.9375	1.125	1.0313	-0.3633	0.7969	0.1907	$b=1.0313$
6	0.9375	1.0313	0.9844	-0.3633	0.1907	-0.0929	$a=0.9844$
7	0.9844	1.0313	1.0079	-0.0929	0.1907	0.0476	$b=1.0079$
8	0.9844	1.0079	0.9962	-0.0929	0.0476	-0.0228	$a=0.9962$
9	0.9962	1.0079	1.0021	-0.0228	0.0476	0.0126	

As  $|f'(x_{mid})| \leq \varepsilon$  Then  $x^* = x_{mid} = 1.0021$

تمرين 2: أوجد حل المسألة التالية بطريقة نيوتن-رافسون :

$$\min f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$s. t \quad 0 \leq x \leq 3$$

مستخدما  $x_0 = 1.5, \varepsilon = 0.01$

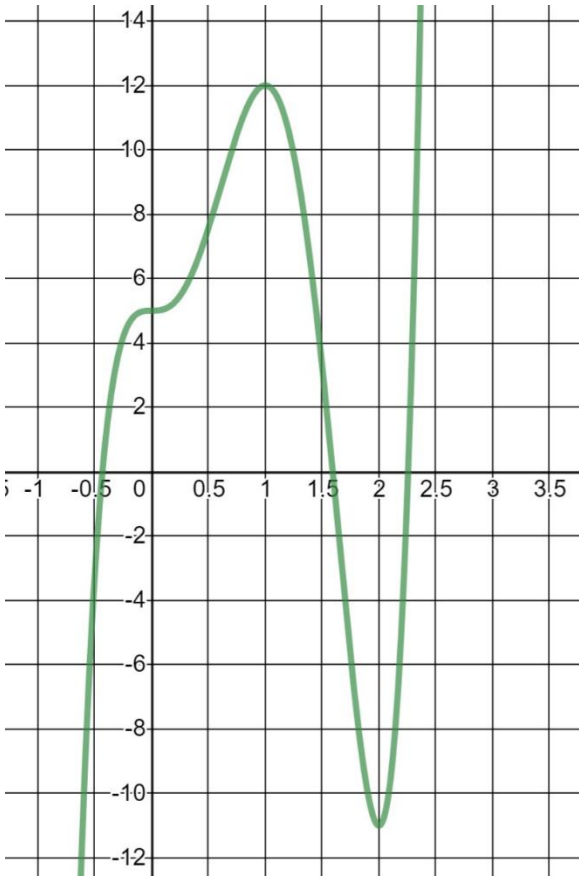
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{f''(x_n)}$$

$$f'(x_n) = 3x_n^2 - 3 ; \quad f''(x_n) = 6x_n \quad \text{الحل :}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{3x_n^2 - 3}{6x_n}$$

n	$x_n$	$f'(x_n)$	$f''(x_n)$	$x_{n+1}$	$ f'(x_{n+1}) $
0	1.5	3.75	9	1.0833	0.5206
1	1.0833	0.5206	6.4998	1.0032	0.0192
2	1.0032	0.0192	6.0192	1.000010207	0

$$|f'(x_{n+1})| \leq \varepsilon, \quad \text{then } x^* = x_3 = 1.0000$$



تمرين 3: أوجد حل المسألة التالية بطريقة الحل المباشر :

$$\max f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 5$$

$$s. t \quad -0.44 \leq x \leq 2$$

الحل: نوجد المشتقة

$$f'(x) = 60x^2(x^2 - 3x + 2)$$

يمكننا كتابه الدالة بالصورة

$$f'(x) = 60x^2(x - 2)(x - 1)$$

لايجاد النقاط الساكنة نضع

$$60x^2(x - 2)(x - 1) = 0$$

وبالتالي نجد أن النقاط الساكنة للدالة هي  $x = 0, 1, 2$

$$f(0) = 5 ; \quad f(1) = 12$$

$$f(2) = -11 ; \quad f(-0.44) = -0.2919$$

بالتالي الحل الامثل هو :  $x^* = 1$

ملاحظه: اذا كانت المسألة

$$\min f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 5$$

فإن الحل الامثل هو  $x^* = 2$

## H.W

تمرين 4: للمسألة غير الخطية التالية:

$$\max f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 5x^2 + 4x$$

$$s. t. \quad 0 \leq x \leq 1.5$$

- (a) أوجد الحل الأمثل للمسألة بالطريقة المباشرة.  
(b) أوجد حل المسألة بطريقة التصنيف مستخدمة  $\varepsilon = 0.01$ .  
(c) أوجد حل المسألة بطريقة نيوتن-رافسون مستخدمة  $x_0 = 0$  ,  $\varepsilon = 0.01$ .