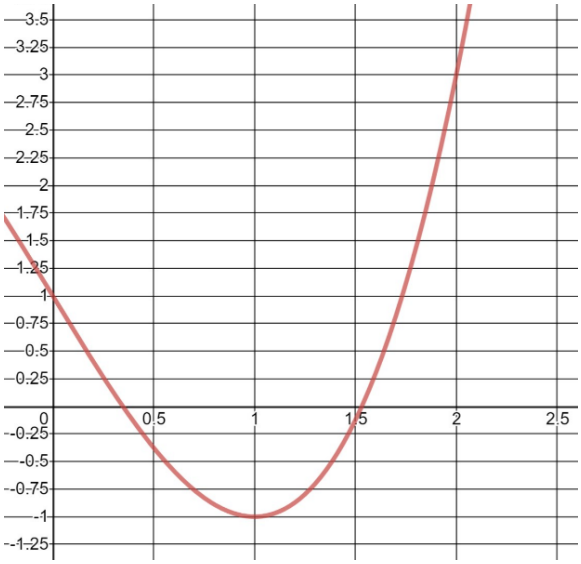


تمرين 1: أوجدي حل المسألة التالية بطريقة التنصيف

$$\min f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$s.t \quad 0 \le x \le 3$$

$\varepsilon = 0.02$ مستخدما

الحل: نحتاج إيجاد جذر المشتقة

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$$

$$x_{mid} = \frac{a+b}{2}$$

إذا كانت

$$f'(x_{mid})f(a) > 0 \Rightarrow a = x_{mid}$$

$$f'(x_{mid})f(b) > 0 \Rightarrow b = x_{mid}$$

تكرار	a	b	x_{mid}	$f'(a)$	$f'(b)$	$f'(x_{mid})$	تحديث الفترة
1	0	3	1.5	-3	24	3.75	*b=1.5*
2	0	1.5	0.75	-3	3.75	-1.3125	*a=0.75*
3	0.75	1.5	1.125	-1.3125	3.75	0.7969	*b=1.125*
4	0.75	1.125	0.9375	-1.3125	0.7969	-0.3633	*a=0.9375*
5	0.9375	1.125	1.0313	-0.3633	0.7969	0.1907	*b=1.0313*
6	0.9375	1.0313	0.9844	-0.3633	0.1907	-0.0929	*a=0.9844*
7	0.9844	1.0313	1.0079	-0.0929	0.1907	0.0476	*b=1.0079*
8	0.9844	1.0079	0.9962	-0.0929	0.0476	-0.0228	*a=0.9962*
9	0.9962	1.0079	1.0021	-0.0228	0.0476	0.0126	

$$As \ |f'(x_{mid})| \le \varepsilon \ \ Then \ \ x^* = x_{mid} = 1.0021$$

تمرين 2: أوجدي حل المسألة التالية بطريقة نيوتن-رافسون :

$$\min f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$s.t \quad 0 \le x \le 3$$

مستخدما $x_\circ = 1.5 \, , \varepsilon = 0.01$

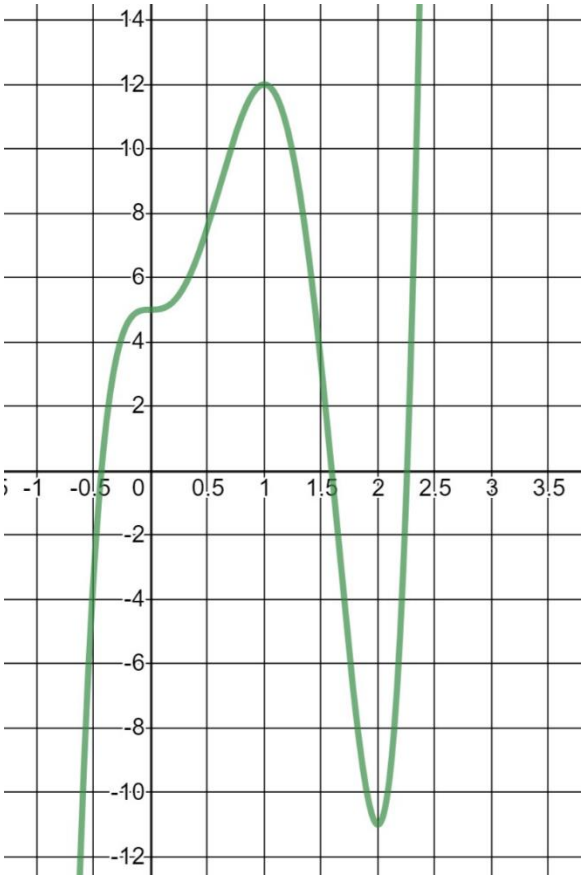
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{f''(x_n)}$$

الحل : $f'(x_n) = 3x_n^2 - 3 \; ; \quad f''(x_n) = 6x_n$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{3x_n^2 - 3}{6x_n}$$

n	x_n	$f'(x_n)$	$f''(x_n)$	x_{n+1}	$\lvert f'(x_{n+1})\rvert$
0	1.5	3.75	9	1.0833	0.5206
1	1.0833	0.5206	6.4998	1.0032	0.0192
2	1.0032	0.0192	6.0192	1.000010207	0

$$|f'(x_{n+1})| \le \varepsilon \, , \qquad then \; x^* = x_3 = 1.0000$$



تمرين 3: أوجدي حل المسألة التالية بطريقة الحل المباشر:

$$max \, f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 5$$

$$s.t \quad -0.44 \le x \le 2$$

الحل: نوجد المشتقه

$$f'(x) = 60x^2(x^2 - 3x + 2)$$

يمكننا كتابه الدالة بالصوره

$$f'(x) = 60x^2(x-2)(x-1)$$

لايجاد النقاط الساكنة نضع $f'(x) = 0$

$$60x^2(x-2)(x-1) = 0$$

وبالتالي نجد أن النقاط الساكنه للدالة هي $x = 0,1,2$

$$f(0) = 5 \; ; \; f(1) = 12$$

$$f(2) = -11 \; ; \; f(-0.44) = -0.2919$$

بالتالي الحل الامثل هو : $x^* = 1$

ملاحظه: اذا كانت المسألة

$$min \, f(x) = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 5$$

فإن الحل الامثل هو $x^* = 2$

H.W

تمرين 4: للمسألة غير الخطية التالية:

$$max\ f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 5x^2 + 4x$$

$$s.t. \quad 0 \leq x \leq 1.5$$

a) أوجدي الحل الامثل للمسألة بالطريقة المباشرة.
b) أوجدي حل المسألة بطريقة التنصيف مستخدمة $\varepsilon = 0.01$.
c) أوجدي حل المسألة بطريقة نيوتن-رافسون مستخدمة $x_0 = 0$, $\varepsilon = 0.01$.

سؤال من الاختبارات السابقة :

١- إذا كانت الدالة $f(x)=-4x^3+5x^2$ ، فإن النقطة $x=1$ هي نقطة :

A	B	C	D
عظمى	جذر	صغرى	ثابته

٢- إذا كانت الدالة $f(x)=-4x^3+5x^2$ ، فإن النقطة $x=\%5$ هي نقطة :

A	B	C	D
انقلاب	عظمى	سرج	صغرى

٣- إذا كانت الدالة $f(x)=-4x^3+5x^2$ ، فإن النقطة $x=0$ هي نقطة :

A	B	C	D
صغرى	جذر	ثابته	جميع ما سبق

٤- لدينا البرنامج $\max f(x)= 4x^3- 3x^2+2$ بحيث أن $-1\leq x\leq 1$ ، الحل الأمثل هي النقطة :

A	B	C	D
$x=2$	x=1	x=0	x=0.5

٤- عند تطبيق خوارزمية التنصيف لإيجاد الحل الأمثل للبرنامج $\min f(x)= 2x^3- 4x^2$ في الفترة [1,2] فإنه بعد تطبيق الخوارزمية لتكرارين ستكون الفترة المتبقية هي :

A	B	C	D
[1.75,2]	[1.5,1.75]	[1.25,1.5]	[1,1.25]

٤-عند تطبيق خوارزمية نيوتن -رافسون لإيجاد الحل الأمثل للبرنامج $\min f(x)= 2x^3- 4x^2$ مع $x_0=4$ ، فإنه بعد تطبيق الخوارزمية لتكرارين ستكون قيمة x_2 تساوي (باستخدام التقريب إلى ثلاث خانات عشرية) :

A	B	C	D
8.022	1.122	1.662	2.1