Assignment Exercise

مشكلة التخصيص (Assignment problem)

تمرين 1: مكتب لدية 5 موظفين لتنفيذ 5 مهام، حيث ان الموظفين يختلفون في الكفاءة ، والمهام تختلف في الصعوبة. الجدول التالي يمثل الوقت (بالساعة) الذي يستغرقه كل موظف لاداء كل مهمة .

	1	2	3	4	5
A	9	11	14	11	7
B	6	15	13	13	10
C	12	13	6	8	8
D	11	9	10	12	9
E	7	12	14	10	14

أوجدي التخصيص الأمثل لهذه المهام وذلك ليكون مجموع زمن تنفيذ هذه المهام أقل ما يمكن . (باستخدام الطريقة الهنغارية)

$$\min z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$
$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1$$
$$x_{ij} = 0 \text{ or } 1$$

الحل: نلاحظ ان عدد الاعمده = عدد الصفوف، لذا لدينا مسألة متزنة.

الخطوة 1: نحدد أصغر عنصر من كل صف ونطرحة من جميع عناصر الصف نفسه.

workers / tasks	1	2	3	4	5	P_i=min
A	9	11	14	11	7	**7**
B	6	15	13	13	10	**6**
C	12	13	6	8	8	**6**
D	11	9	10	12	9	**9**
E	7	12	14	10	14	**7**

الخطوه 2 : نحدد اصغر عنصر من كل عمود ونطرحة من جميع عناصر العمود نفسه.

	1	2	3	4	5
A	**2**	**4**	**7**	**4**	**0**
B	**0**	**9**	**7**	**7**	**4**
C	**6**	**7**	**0**	**2**	**2**
D	**2**	**0**	**1**	**3**	**0**
E	**0**	**5**	**7**	**3**	**7**
q_j=min	**0**	**0**	**0**	**2**	**0**

الخطوة 3: نرسم اقل عدد ممكن من الخطوط العاموديه والافقيه التي تغطي جميع الاصفار في المصفوفة.

	1	2	3	4	5
A	**2**	**4**	**7**	**2**	**0**
B	**0**	**9**	**7**	**5**	**4**
C	**6**	**7**	**0**	**0**	**2**
D	**2**	**0**	**1**	**1**	**0**
E	**0**	**5**	**7**	**1**	**7**

عدد الخطوط **اقل** من عدد الصفوف (او عدد الاعمده)، لذا لم نصل للحل الامثل.

الخطوة 4: نختار اصغر عنصر غيرمغطى بخط وليكن h ، ونطرح هذا العنصر من جميع العناصر الغير مغطاه، ونضيف هذا العنصر الى كل عنصر عند تقاطع خط افقي مع خط عمودي . h=1

الخطوة 5: نكرر الخطوه 3.

	1	2	3	4	5
A	2	4	6	1	0 step 1
B	0 step 2	9	6	4	4
C	7	8	0 step 4	0	3
D	2	0 step 5	0	0	0
E	0	5	6	0 step 3	7

عدد الخطوط = عدد الصفوف (او عدد الاعمده)، لذا وصلنا للحل الامثل .

الخطوة 6: نبدأ بالتخصيص من الصفوف اوالاعمدة التي تملك اقل خلايا صفريه . ثم نحذف الصف والعمود المرتبطة بالخلية المخصصة. $x_{15} = x_{21} = x_{54} = x_{33} = x_{42} = 1$

Optimum solution

Man	1	2	3	4	5
Job	B	D	C	E	A
Man hours	6	9	6	10	7

$$Total\ time = Z^* = 38\ hours$$

تمرين 2: لدينا اربع آلات A,B,C,D وخمس مهمات 5,4,3,2,1, . والجدول التالي يبين الوقت الزمني لتنفيذ الآلات للأمر المعين.

Machines / Jobs	**A**	**B**	**C**	**D**
1	1	6	4	3
2	0	7	2	1
3	3	7	2	4
4	4	6	5	7
5	3	2	4	6

والمطلوب إيجاد التخصيص الأمثل الذي يحقق تنفيذ المهمات الثلاثة من قبل الآلات بأقل وقت ممكن.

الحل: نلاحظ ان عدد الاعمده لا يساوي عدد الصفوف، لذا نحتاج اضافة عمود (آلة وهميه) لجعل المسالة متزنة، مع تكاليف تخصيص مساوية للصفر.

	A	**B**	**C**	**D**	**Dummy**
1	1	6	4	3	0
2	0	7	2	1	0
3	3	7	2	4	0
4	4	6	5	7	0
5	3	2	4	6	0
q_k	**0**	**2**	**2**	**1**	**0**

	A	B	C	D	Dummy
1	1	4	2	2	0
2	0	5	0	0	0
3	3	5	0	3	0
4	4	4	3	6	0
5	3	0	2	5	0

$h = 1$

	A	B	C	D	Dummy
1	0 step 5	4	2	1	0
2	0	6	1	0 step 4	1
3	2	5	0 step 3	2	0
4	3	4	3	5	0 step 1
5	2	0 step 2	2	4	0

$$x_{45} = x_{52} = x_{33} = x_{24} = x_{11} = 1$$

الحل الامثل هو ان يخصص

Job	1	2	3	4	5
Machines	A	D	C	dummy	B
hours	1	1	2	-	2

نلاحظ ان المهمة 4 لم يتم تخصيص اله لها .

الزمن الكلي = Z^*= 6 ساعات

H.W

تمرين 3: لدينا خمس آلات A,B,C,D,E و اربع مهمات 4,3,2,1 . والجدول التالي يبين الوقت الزمني لتنفيذ الآلات للأمر المعين.

Jobs	Machines				
	A	B	C	D	E
1	4	3	6	2	7
2	10	12	11	14	16
3	4	3	2	1	5
4	8	7	6	9	6

والمطلوب إيجاد التخصيص الأمثل الذي يحقق تنفيذ المهمات الثلاثة من قبل الآلات بأقل وقت ممكن.

الحل:

الحل الامثل هو ان يخصص

Job	Machine
1	B
2	A
3	D
4	C

نلاحظ ان الاله E لم يتم تخصيص مهمة لها .

الزمن الكلي = Z^* = 20 ساعة

تمرين 4: الجدول التالي يمثل التكلفة لثلاث مشغلين سينفذون ثلاث مهمات. والمطلوب ايجاد التخصيص الامثل بحيث يقلل التكلفة الإجمالية لتنفيذ هذه المهام.

tasks	operators		
	A	B	C
1	20	15	31
2	17	16	33
3	18	19	27