

## Assignment Exercise

### # مشكلة التخصيص (Assignment problem)

تمرين 1: مكتب لدية 5 موظفين لتنفيذ 5 مهام، حيث ان الموظفين يختلفون في الكفاءة ، والمهام تختلف في الصعوبة. الجدول التالي يمثل الوقت (بالساعة) الذي يستغرقه كل موظف لاداء كل مهمة .

	1	2	3	4	5
A	9	11	14	11	7
B	6	15	13	13	10
C	12	13	6	8	8
D	11	9	10	12	9
E	7	12	14	10	14

أوجدي التخصيص الأمثل لهذه المهام وذلك ليكون مجموع زمن تنفيذ هذه المهام أقل ما يمكن . (باستخدام الطريقة الهنغارية)

الحل: نلاحظ ان عدد الاعمده = عدد الصفوف، لذا لدينا مسألة متزنة.

الخطوة 1: نحدد أصغر عنصر من كل صف ونطرحة من جميع عناصر الصف نفسه.

workers \ tasks	1	2	3	4	5
A	9	11	14	11	7
B	6	15	13	13	10
C	12	13	6	8	8
D	11	9	10	12	9
E	7	12	14	10	14

$P_i = \min$

7  
6  
6  
9  
7

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1$$

$$x_{ij} = 0 \text{ or } 1$$

الخطوه 2: نحدد اصغر عنصر من كل عمود ونطرحة من جميع عناصر العمود نفسه.

	1	2	3	4	5
A	2	4	7	4	0
B	0	9	7	7	4
C	6	7	0	2	2
D	2	0	1	3	0
E	0	5	7	3	7

$q_j = \min$

0 0 0 2 0

الخطوة 3: نرسم اقل عدد ممكن من الخطوط العامودية والافقيه التي تغطي جميع الاصفار في المصفوفة.

	1	2	3	4	5
A	2	4	7	2	0
B	0	9	7	5	4
C	6	7	0	0	2
D	2	0	1	1	0
E	0	5	7	1	7

عدد الخطوط اقل من عدد الصفوف (او عدد الاعمده)، لذا لم نصل للحل الامثل.

الخطوة 4: نختار اصغر عنصر غيرمغطى بخط وليكن  $h$ ، ونطرح هذا العنصر من جميع العناصر الغير مغطاه، ونضيف هذا العنصر الى كل عنصر عند تقاطع خط افقي مع خط عمودي  $h=1$ .

الخطوة 5: نكرر الخطوه 3.

	1	2	3	4	5
A	2	4	6	1	0 step 1
B	0 step 2	9	6	4	4
C	7	8	0 step 4	0	3
D	2	0 step 5	0	0	0
E	0	5	6	0 step 3	7

عدد الخطوط = عدد الصفوف (او عدد الاعمده)، لذا وصلنا للحل الامثل .

الخطوة 6: نبدأ بالتخصيص من الصفوف او الاعمده التي تملك اقل خلايا صفريه . ثم نحذف الصف والعمود المرتبطة بالخلية المخصصة.

$$x_{15} = x_{21} = x_{54} = x_{33} = x_{42} = 1$$

Optimum solution

Man	1	2	3	4	5
Job	B	D	C	E	A
Man hours	6	9	6	10	7

$$Total\ time = Z^* = 38\ hours$$

تمرين 2: لدينا اربع آلات A,B,C,D وخمس مهمات 1,2,3,4,5 . والجدول التالي يبين الوقت الزمني لتنفيذ الآلات للأمر المعين.

Machines \ Jobs	A	B	C	D
1	1	6	4	3
2	0	7	2	1
3	3	7	2	4
4	4	6	5	7
5	3	2	4	6

والمطلوب إيجاد التخصيص الأمثل الذي يحقق تنفيذ المهمات الثلاثة من قبل الآلات بأقل وقت ممكن.

الحل: نلاحظ ان عدد الاعمده لا يساوي عدد الصفوف، لذا نحتاج اضافة عمود (آلة وهميه) لجعل المسألة متزنة، مع تكاليف تخصيص مساوية للصفر.

	A	B	C	D	Dummy
1	1	6	4	3	0
2	0	7	2	1	0
3	3	7	2	4	0
4	4	6	5	7	0
5	3	2	4	6	0
$q_k$	0	2	2	1	0

	A	B	C	D	Dummy
1	1	4	2	2	0
2	0	5	0	0	0
3	3	5	0	3	0
4	4	4	3	6	0
5	3	0	2	5	0

$$h = 1$$

	A	B	C	D	Dummy
1	0 step 5	4	2	1	0
2	0	6	1	0 step 4	1
3	2	5	0 step 3	2	0
4	3	4	3	5	0 step 1
5	2	0 step 2	2	4	0

$$x_{45} = x_{52} = x_{33} = x_{24} = x_{11} = 1$$

الحل الامثل هو ان يخصص

Job	1	2	3	4	5
Machines	A	D	C	dummy	B
hours	1	1	2	-	2

نلاحظ ان المهمة 4 لم يتم تخصيصه لها .  
الزمن الكلي =  $Z^* = 6$  ساعات

### H.W

**تمرين 3:** لدينا خمس آلات A,B,C,D,E و اربع مهمات 1,2,3,4 . والجدول التالي يبين الوقت الزمني لتنفيذ الآلات للأمر المعين.

Jobs	Machines				
	A	B	C	D	E
1	4	3	6	2	7
2	10	12	11	14	16
3	4	3	2	1	5
4	8	7	6	9	6

والمطلوب إيجاد التخصيص الأمثل الذي يحقق تنفيذ المهمات الثلاثة من قبل الآلات بأقل وقت ممكن.

**الحل:**

الحل الامثل هو ان يخصص

Job	Machine
1	B
2	A
3	D
4	C

نلاحظ ان الاله E لم يتم تخصيص مهمة لها .

الزمن الكلي =  $Z^* = 20$  ساعة

**تمرين 4:** الجدول التالي يمثل التكلفة لثلاث مشغلين سينفذون ثلاث مهمات. والمطلوب إيجاد التخصيص الامثل بحيث يقلل التكلفة الإجمالية لتنفيذ هذه المهام.

tasks	operators		
	A	B	C
1	20	15	31
2	17	16	33
3	18	19	27

سؤال من الاختبارات السابقة :

لدينا الجدول التالي لتكاليف تخصيص أربعة موظفين إلى أربع مهام :

	المهمة 1	المهمة 2	المهمة 3	المهمة 4
الموظف 1	14	12	14	16
الموظف 2	15	18	20	25
الموظف 3	18	16	17	19
الموظف 4	15	22	20	19

أحد القيود الخطية للبرنامج الخطي لمسألة التخصيص هذه هو :

<b>D</b> $x_{11}+x_{22}+x_{33}+x_{44} = 1$	<b>C</b> $x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24} = 4$	<b>B</b> $x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14} \leq 1$	<b>A</b> $x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43} = 1$
---	---	--	---

بعد حل المسألة وإيجاد الحل الأمثل، سيتم تخصيص الموظف الثالث لاداء :

<b>D</b> المهمة الرابعة	<b>C</b> المهمة الثالثة	<b>B</b> المهمة الثانية	<b>A</b> المهمة الأولى
----------------------------	----------------------------	----------------------------	---------------------------

بعد حل المسألة وإيجاد الحل الأمثل، سيتم تخصيص الموظف الرابع لاداء :

<b>D</b> المهمة الرابعة	<b>C</b> المهمة الثالثة	<b>B</b> المهمة الثانية	<b>A</b> المهمة الأولى
----------------------------	----------------------------	----------------------------	---------------------------

تكلفة التخصيص الأمثل تساوي :

<b>D</b> 64	<b>C</b> 61	<b>B</b> 63	<b>A</b> 62
----------------	----------------	----------------	----------------