

## Exercise

اوجد الحل الامثل للبرامج الخطيه التاليه باستخدام طريقة السمبلكس:

**1- Max  $Z = 3X_1 + 4X_2$**

Subject to

$$15X_1 + 10X_2 \leq 300$$

$$2.5X_1 + 5X_2 \leq 110$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

**Solution: (we have canonical form)**

نحول البرنامج الخطي للصوره القياسيه

$$\text{Max } Z - 3X_1 - 4X_2 = 0$$

Subject to

$$15X_1 + 10X_2 + S_1 = 300$$

$$2.5X_1 + 5X_2 + S_2 = 110$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0$$

لدينا  $n = 4$  متغيرات و معادلتين  $m = 2$  ، نحتاج تثبيت متغيرين فقط  $n - m = 2$  (المتغيرات غير الاساسية تاخذ القيمه صفر)

المتغير  
الداخل  
(pivot Column)

Iteration 1

Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	Solution	Ratio
Z	-3	-4	0	0	0	
$S_1$	15	10	1	0	300	300/10=30
$S_2$	2.5	5	0	1	110	110/5=22

المتغير الخارج

Row 3  
pivot element

Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	Solution	Ratio
Z	-3	-4	0	0	0	
$S_1$	15	10	1	0	300	300/10=30
$x_2$	0.5	1	0	0.2	22	110/5=22

Row 2 - (10) Row 3 =  
new Row2

Row 1 - (-4) Row 3 =  
new Row1

Iteration 2

Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	Solution	Ratio
Z	-1	0	0	4/5	88	
$S_1$	10	0	1	-2	80	80/10=8
$x_2$	0.5	1	0	0.2	22	22/0.5=44

-(-1) (Row2 /10) +  
Row 1 = new Row1

-(0.5) (Row2/10) +  
Row 3 = new Row3

Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	Solution
Z	0	0	0.1	0.6	96
$x_1$	1	0	0.1	-0.2	8
$x_2$	0	1	-0.05	0.3	18

The optimal solution:  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 18$ ,  $Z = 96$

**2- Max  $Z = 200X_1 + 140X_2$**

Subject to

$3X_1 \leq 6000$

$2.9X_2 \leq 8000$

$2.5X_1 + 2X_2 \leq 7500$

$1.3X_1 + 1.5X_2 \leq 5000$

$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$

**Solution: (we have canonical form)**

نحول البرنامج الخطي للصورة القياسية

$Max Z - 200X_1 - 140X_2 = 0$

Subject to

$3X_1 + S_1 = 6000$

$2.9X_2 + S_2 = 8000$

$2.5X_1 + 2X_2 + S_3 = 7500$

$1.3X_1 + 1.5X_2 + S_4 = 5000$

$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, S_3 \geq 0, S_4 \geq 0$

We have  $m = 4$  and  $n = 6$ , thus  $n - m = 2$  ( Non-basic variable which equal zero)

Iteration 1								
Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	Solution	Ratio
Z	-200	-140	0	0	0	0	0	
$S_1$	3	0	1	0	0	0	6000	6000/3=2000
$S_2$	0	2.9	0	1	0	0	8000	-----
$S_3$	2.5	2	0	0	1	0	7500	7500/2.5=3000
$S_4$	1.3	1.5	0	0	0	1	5000	5000/1.3=3846

صف دالة الهدف الجديد	الصف الثاني الجديد	الصف الثالث الجديد	الصف الرابع الجديد
$[-200 \ -140 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$	$[0 \ 2.9 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 8000]$	$[2.5 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 7500]$	$[1.3 \ 1.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 5000]$
$- (-200)^*$	$-(0)^*$	$- (2.5)^*$	$- (1.3)^*$
$[1 \ 0 \ 1/3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2000]$	$[1 \ 0 \ 1/3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2000]$	$[1 \ 0 \ 1/3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2000]$	$[1 \ 0 \ 1/3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2000]$
$= [0 \ -140 \ 200/3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 400000]$	$= [0 \ 2.9 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 8000]$	$= [0 \ 2 \ -2.5/3 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2500]$	$= [0 \ 1.5 \ -1.3/3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2400]$

Iteration 2								
Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	Solution	Ratio
Z	0	-140	200/3	0	0	0	400000	
$x_1$	1	0	1/3	0	0	0	2000	----
$S_2$	0	2.9	0	1	0	0	8000	8000/2.9=2758.62
$S_3$	0	2	-2.5/3	0	1	0	2500	2500/2=1250
$S_4$	0	1.5	-1.3/3	0	0	1	2400	2400/1.5=1600

صف دالة الهدف الجديد	الصف الاول الجديد	الصف الثاني الجديد	الصف الرابع الجديد
[ 0 -140 200/3 0 0 0 400000 ]	[ 1 0 1/3 0 0 0 2000 ]	[ 0 2.9 0 1 0 0 8000 ]	[ 0 1.5 -1.3/3 0 0 1 2400 ]
$-(-140)^*$	$-(0)^*$	$-(2.9)^*$	$-(1.5)^*$
[ 0 1 -2.5/6 0 0.5 0 ]	[ 0 1 -2.5/6 0 0.5 0 ]	[ 0 1 -2.5/6 0 0.5 0 ] =	[ 0 1 -2.5/6 0 0.5 0 ]
= [ 0 0 25/3 0 70 0 575000 ]	= [ 1 0 1/3 0 0 0 2000 ]	[ 0 0 7.25/6 0 -2.9/2 0 4375 ]	= [ 0 0 1.15/6 0 -1.5/2 1 ]

Iteration 3							
Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	Solution
Z	0	0	25/3	0	70	0	575000
$x_1$	1	0	1/3	0	0	0	2000
$S_2$	0	0	7.25/6	1	-2.9/2	0	4375
$x_2$	0	1	-2.5/6	0	1/2	0	1250
$S_4$	0	0	1.15/6	0	-1.5/2	1	525

The optimal solution:

$$x_1 = 2000, S_2 = 4375, x_2 = 1250, S_4 = 525, Z=575000$$

**H.W 3-** Max  $Z = 30X_1 + 20X_2 + 5 X_3$

Subject to

$$2X_1 + X_2 + X_3 \leq 8$$

$$X_1 + 3X_2 - 4X_3 \leq 8$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0$$

**H.W 4- Max  $Z = 2X_1 - X_2 + X_3$**

Subject to

$$2X_1 + X_2 \leq 10$$

$$X_1 + 2X_2 - 2X_3 \leq 20$$

$$X_2 + 2X_3 \leq 5$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0$$

**Solution: (we have canonical form)**

The standard form of LPP

Max z

$$Z - 2X_1 + X_2 - X_3 = 0$$

$$2X_1 + X_2 + s_1 = 10$$

$$X_1 + 2X_2 - 2X_3 + s_2 = 20$$

$$X_2 + 2X_3 + s_3 = 5$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

We have  $m=3$  and  $n=6$ , thus  $n-m=3$  ( Non-basic variable which equal zero)

Iteration 1								
Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Solution	Ratio
Z	-2	1	-1	0	0	0	0	
$S_1$	2	1	0	1	0	0	10	10/2= 5
$S_2$	1	2	-2	0	1	0	20	20/1= 20
$S_3$	0	1	2	0	0	1	5	---

Iteration 2								
Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Solution	Ratio
Z	0	2	-1	1	0	0	10	
$x_1$	1	1/2	0	1/2	0	0	5	---
$S_2$	0	3/2	-2	-1/2	1	0	15	---
$S_3$	0	1	2	0	0	1	5	5/2 =2.5

Iteration 3							
Basic Variables	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Solution
Z	0	5/2	0	1	0	1/2	25/2
$x_1$	1	1/2	0	1/2	0	0	5
$S_2$	0	5/2	0	-1/2	1	1	20
$x_3$	0	1/2	1	0	0	1/2	5/2

The optimal solution:  $Z = \frac{25}{2}, x_1 = 5, x_2 = 0, x_3 = \frac{5}{2}, s_2 = 20, s_1 = 0, s_3 = 0$

سؤال من الاختبارات السابقة :

إذا كان لدينا جدول السمبلكس التالي لمسألة ما (دالة الهدف هي دالة تعظيم:  $\max z$ ):

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	RHS
$z$	2	0	-3	0	0	0
$s_1$	2	-1	2	1	0	2
$s_2$	1	-1	2	0	1	4

بعد معرفة المتغير الغير أساسي الداخل والمتغير الأساسي الخارج وإكمال عملية تحديث الجدول، سنحصل على جدول السمبلكس التالي:

BV	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	RHS
$z$	E	F		G		
		H				
		K				L

1. القيمة التي في موقع الحرف (E) هي :

D	لا يوجد	C	5	B	3.5	A	8
---	---------	---	---	---	-----	---	---

2. القيمة التي في موقع الحرف (F) هي :

D	لا يوجد	C	0	B	1.5	A	-1.5
---	---------	---	---	---	-----	---	------

3. القيمة التي في موقع الحرف (G) هي :

D	لا يوجد	C	0	B	1.5	A	-1.5
---	---------	---	---	---	-----	---	------

4. القيمة التي في موقع الحرف (H) هي :

D	لا يوجد	C	-0.5	B	0	A	0.5
---	---------	---	------	---	---	---	-----

5. القيمة التي في موقع الحرف (K) هي :

D	لا يوجد	C	1	B	-0.5	A	0
---	---------	---	---	---	------	---	---

٦. القيمة التي في موقع الحرف (L) هي :

D	لا يوجد	C	2	B	6	A	0
---	---------	---	---	---	---	---	---

٧. جدول السمبلكس بعد التحديث أعلاه يبين لنا أنه :

D	الحل الأمثل غير محدود	C	لا يوجد حل ممكن	B	يوجد حلول مثلى متعددة	A	يوجد حل أمثل وحيد
---	-----------------------	---	-----------------	---	-----------------------	---	-------------------