

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [ 13 درجة ]

( أ ) متى نقول إن:

(1)  $f: M \rightarrow N$  تطبيق محايد؟

(2)  $S$  مجموعة غير منتهية؟

(3)  $A$  مجموعة قابلة للعد؟

( ب ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) إذا كان  $f: A \rightarrow B$  تطبيق تقابل وكانت  $B \neq A$  فإن:

$f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1}$

(2)  $\mathbb{Z}^+$  مجموعة غير منتهية.

(3)  $\mathbb{Q}^+$  قابلة للعد  $\Leftarrow \mathbb{Q}^-$  قابلة للعد.

( ج ) إذا كان  $f: A \rightarrow B$  تطبيقاً وكانت  $A_1, A_2 \subseteq A$  و  $B_1, B_2 \subseteq B$  فاملأ الفراغات الآتية:

(1)  $f(A_1) = \{ \dots \dots \dots \}$

(2)  $f^{-1}(B_1) = \{ \dots \dots \dots \}$

(3)  $f(A_1 \cup A_2) = \{ \dots \dots \dots \}$

(4)  $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = \{ \dots \dots \dots \}$

السؤال الثاني: [ 12 درجة ]

( أ ) متى نقول إن:

(1) « \* » عملية ثنائية على مجموعة  $S$  ؟

(2) العملية «  $\circ$  » تتوزع على العملية « \* » من اليمين في النظام  $(A, *, \circ)$  ؟

(3) التطبيق  $f: (A, *) \rightarrow (B, \circ)$  تشاكل ؟

( ب ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) إذا كان  $*: A \times A \rightarrow B$  تطبيقاً، فإن « \* » عملية ثنائية على  $A$ .

(2) إن العملية « - » تتوزع من اليمين على «  $\cap$  » في النظام المغلق  $(P(S), \cap, -)$ .

(3) إذا كان  $f: (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}_5, \oplus)$  تطبيقاً حيث  $f(x) = \bar{x}$  فإن  $f$  تشاكل.

( ج ) إذا أعطيت النظام  $(\mathbb{Z}_{11}^*, \odot)$  ، فاملأ الفراغات الآتية:

(1)  $|\mathbb{Z}_{11}^*| = \dots \dots \dots$

(2)  $(\bar{3})^3 = \dots \dots \dots$

(3)  $\bar{2} \odot \bar{x} = \bar{7} \Rightarrow \bar{x} = \dots \dots \dots$