بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر أسس الرياضيات (131 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1442هـ
الاختبار الفصلي الأول

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [13 درجة]

(أ) إذا كانت $S=\{1,\{2\}\}$، فأثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(1) $2 \in S$ **(2)** $1 \in S$ **(3)** $\{2\} \subset S$ **(4)** $\emptyset \notin S$

(5) $1 \in S \rightarrow \{2\} \in S$ **(6)** $\{1\} \in S \wedge \{2\} \in S$ **(7)** $\{1\} \subset S \vee \{2\} \notin S$

(ب) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:

(1) علاقة ترتيب جزئي على $\mathbb{Z}^*$. **(2) علاقة ترتيب كلي على $\mathbb{Q}$.**

(3) علاقة تكافؤ على $\mathbb{R}^3$.

(ج) إذا كانت A و B و C ثلاث مجموعات بحيث $|A| = |C| = 3$ و $|P(A \times B \times C)| = 2^{36}$
فاملأ الفراغ الآتي: $|B| = \ldots$

(د) إذا كانت $E \subseteq A$ و $F \subseteq B$ فأثبت باستخدام طريقة التناقض أن:

$$E \times F \subseteq A \times B$$

السؤال الثاني: [12 درجة]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(1) $\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+$ **(2)** $\exists\, a, b \in \mathbb{R} \ni \frac{a^2+b^2}{\frac{2}{3}a-\frac{3}{2}b} \notin \mathbb{R}$

(3) لأي تقريرين A و B فإن:

$$\sim (A \wedge B) \not\equiv (\sim A) \vee (\sim B)$$

(ب) إذا كانت $S_1, S_2, \ldots, S_n$ مجموعات غير خالية، فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $\bigcup_{i=1}^{n} S_i = \{\ldots\ldots\}$ **(2)** $\bigcap_{i=1}^{n} S_i = \{\ldots\ldots\}$ **(3)** $\prod_{i=1}^{n} S_i = \{\ldots\ldots\}$

(ج) إذا كانت $A \subseteq \mathbb{Z}^+$ وكانت A تحقق ما يلي:

(1) $1 \in A$
(2) $d \in A \Rightarrow d+1 \in A$

فأثبت أن $A = \mathbb{Z}^+$

(د) أثبت باستخدام الاستقراء الرياضي صحة التقرير الآتي:

$$P(n) \equiv 1+3+5+7+9+\ldots+(2n-1) = n^2 \,,\ \forall\ n \in \mathbb{Z}^+$$

نسأل الله لكم التوفيق والسداد