نظرية القرار
Decision Theory

نظرية القرارات

- هي دراسة كيفية اتخاذ أفضل قرار من بين عدة قرارات ممكنة.
  - هل استثمر في الأسهم أو العقار أو افتتح محل تجاري؟
  - هل أدرس في الجامعة أو في كلية عسكرية أو التحق بوظيفة؟
  - هل اشتري سيارة نقل صغيرة أو سيارة نقل كبيرة؟
- يجب أن يعرف متخذ القرار كل القرارات الممكنة وأن يكون لديه إمكانية الاختيار.
- يجب أن يعرف متخذ القرار "حالات الطبيعة" أو الحوادث التي قد تحدث مستقبلا وتؤثر على الفائدة من اتخاذ القرار.
- يجب أن يعرف متخذ القرار بطريقة كمية الربح أو الخسارة عند اتخاذ كل قرار وحدوث إحدى حالات الطبيعة المؤثرة.

حالات الطبيعة والبدائل

- حالات الطبيعة (States of Nature): هي ظروف غير قابلة للتحكم فيها تحدث بعد اتخاذ القرار وتؤثر في عائد القرار.

مثال:

حالة الطلب على منتج : عالي – متوسط – منخفض

حالة الاقتصاد المحلي مستقبلاً : كساد – ركود – مزدهر – تضخم

- البدائل (Alternatives): هي خيارات القرار المتعددة المتاحة لمتخذ القرار ليختار إحداها قبل معرفة ما سيحدث من حالات الطبيعة.

مثال:

استثمر في الأسهم أو العقار أو افتح محل تجاري

مصفوفة العوائد

- عائد القرار (Reward): هي القيمة الناتجة بعد اتخاذ القرار ومعرفة حالة الطبيعة التي حدثت (تمثل أرباح أو تكاليف).

- مصفوفة العوائد أو جدول القرار:

وتشمل وصف لجميع الحلول الممكنة (البدائل) وأيضا جميع حالات الطبيعة المحتمل وقوعها بإحتمالاتها بالاضافة الى العوائد الناتجة عند اختيار هذه البدائل.

لتكن حالات الطبيعة لقرار ما هي : $S_1 , S_2 , S_3 , \ldots , S_n$

لتكن البدائل المتاحة لقرار ما هي : $A_1 , A_2 , A_3 , \ldots , A_m$

وليكن العائد من اختيار البديل i وحدوث حالة الطبيعة $r_{ij} = j$

مصفوفة العوائد

مصفوفة العوائد للقرار المتخذ هي كالتالي:

	S_1	S_2	$\cdots$	S_n
A_1	r_{11}	r_{12}	$\cdots$	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	$\cdots$	r_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
A_m	r_{m1}	r_{m2}	$\cdots$	r_{mn}

مثال: مصفوفة العوائد

ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام. ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية: إنشاء شركة بيع أثاث ، أو شراء أسهم ، أو إنشاء شركة تسويق سيارات. وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد قد يكون إما في حالة نمو بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20%. ومن خلال استقراء الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي:

حالة النمو : بيع أثاث = 12% ، أسهم = 25 % ، تسويق سيارات = 16.5%

حالة الركود : بيع أثاث = 8 % ، أسهم = 10% ، تسويق سيارات = 8.5 %

حالة التضخم : بيع أثاث = 7 % ، أسهم = -2 % ، تسويق سيارات = 6.5 %

كون مصفوفة العوائد لقرار اختيار الاستثمار الأفضل.

مثال: مصفوفة العوائد

مصفوفة العوائد:

$\sum P(S_i) = 1$

	S_1 : نمو	S_2 : ركود	S_3 : تضخم
	$P(S_1) = 0.5$	$P(S_2) = 0.3$	$P(S_3) = 0.2$
A_1 : أثاث	12	8	7
A_2 : أسهم	25	10	-2
A_3 : سيارات	16.5	8.5	6.5

أنواع القرارات

1. **قرار في حالة التأكد**

تتوفر معلومات المسألة بشكل كامل قبل اتخاذ القرار:

- البرامج الخطية
- مسائل الشبكات
- مسائل النقل والتخصيص

مثال:

القرار : x_1 و x_2 = الإنتاج اليومي من السيارات من النوع الأول والثاني.

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \le b_2 \\ & x_1 , x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

المعاملات $c_1 , c_2 , a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , b_1 , b_2$ معلومة تماماً.

(I) قرارات في حالة التأكد :- في هذه الحالة يتوفر لصاحب أو متخذ القرار الآتي :-

(i) معلومات كاملة عن البدائل وعوائدها.

(ii) لدينا حالة طبيعية واحدة فقط تقع بشكل أكيد.

(iii) ثم يتخذ القرار بمقارنة جميع العوائد واختيار أفضلها وفقاً لمقاييس فعالية معين.

مثال :- لدينا ثلاثة أجهزة A,B,C تحتاج للإصلاح وثلاثة فنيين J,G,M . الجدول التالي يبين الوقت الذي يستغرقه كل منهم لإصلاح الأجهزة

إذا فرضنا أننا سنعين شخصاً واحداً لإصلاح أحد الأجهزة فقط فما هو أفضل التعيينات للأشخاص الثلاثة على الأجهزة الثلاثة لكي يكون وقت الإصلاح الكلي للأجهزة الثلاثة أقل ما يمكن؟

الفنيون	A	B	C	
J	3	7	4	14
G	4	6	6	16
M	3	8	5	16

(الأجهزة: A, B, C)

الحل :- هناك بدائل متعددة لكل فني كما يلي ←

البدائل	العوائد
a_1: (J,A), (G,B), (M,C)	$t_1 = 3+6+5 = 14$
a_2: (J,A), (G,C), (M,B)	$t_2 = 3+6+8 = 17$
a_3: (J,B), (G,A), (M,C)	$t_3 = 7+4+5 = 16$
a_4: (J,B), (G,C), (M,A)	$t_4 = 7+6+3 = 16$
a_5: (J,C), (G,A), (M,B)	$t_5 = 4+4+8 = 16$
a_6: (J,C), (G,B), (M,A)	$t_6 = 4+6+3 = 13$

وبالتالي أفضل زمن هنا هو أقل زمن " هو $t_6=13$ وبالتالي يكون أفضل البدائل هو البديل a_6 وهو تعيين الفني J لتصليح الجهاز C والفني G لتصليح الجهاز B وتعيين الفني M لتصليح الجهاز A لكي نحصل على أقل زمن ممكن لإصلاح الأجهزة الثلاثة.

مثال :- ترغب جهة حكومية في إقامة ثلاث مباني جديدة A,B,C وقد تلقت عروضاً من أربع شركات

مقدرة بملايين الريالات كما في الجدول التالي :-

كل شركة ستقيم الثلاث مباني

الشركة	الأبنية A	B	C
I	2.9	1.6	3.1
II	3.1	1.7	2.8
III	3.0	1.8	2.7
VI	2.8	1.5	2.7

* أكتب مصفوفة العوائد واستخدمها لإيجاد أفضل عقد للحكومة . (أفضل عقد هنا هو الذي يجعل مجموع التكاليف أصغر ما يمكن) . ما نوع القرار المستخدم ؟

الحل :- حيث أن جميع المعلومات عن التكاليف معروفة فهذا قرار في حالة التأكد .

مصفوفة العوائد أو التكاليف

الشركات	التكلفة الكلية للمباني الثلاثة
I	$C_{I} = 2.9 + 1.6 + 3.1 = 7.6$ SR
II	$C_{II} = 3.1 + 1.7 + 2.8 = 7.6$ SR
III	$C_{III} = 3.0 + 1.8 + 2.7 = 7.5$ SR
VI	$C_{VI} = 2.8 + 1.5 + 2.7 = 7$ SR

معنى ذلك أن أفضل عقد للحكومة يكون مع الشركة VI لأنه يحقق أقل تكاليف للمباني الثلاثة.

أنواع القرارات

2. **قرار في حالة المخاطرة (Under Risk)**

- حالات الطبيعة معلومة بشكل كامل
- نعلم احتمال حدوث أي من حالات الطبيعة
- نستخدم الدالة الاحتمالية في اتخاذ القرار

مثال:

القرار : x_1 و x_2 = الإنتاج اليومي من السيارات من النوع الأول والثاني.

العائد $= c_1x_1 + c_2x_2$ باحتمال 0.75 "الطلب عالي"

$= d_1x_1 + d_2x_2$ باحتمال 0.25 "الطلب منخفض"

أنواع القرارات

3. قرار في حالة عدم التأكد (Under Uncertainty)

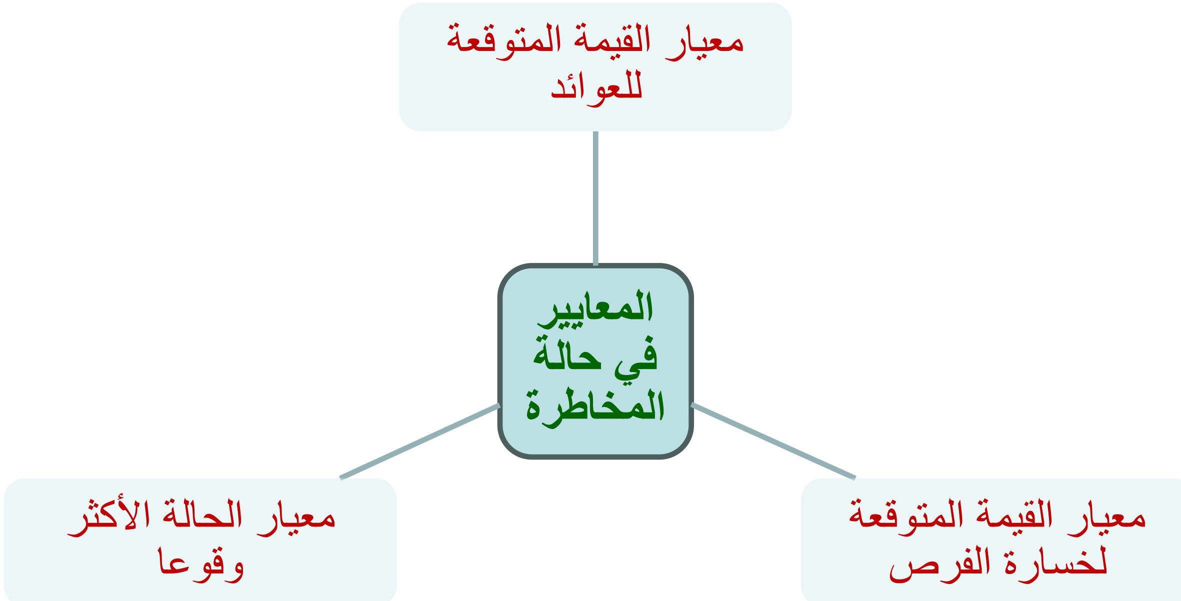
- حالات الطبيعة معلومة بشكل كامل
- لا نعلم احتمال حدوث أي من حالات الطبيعة
- القرار يعتمد فقط على هل متخذ القرار متفائل أو متشائم.

مثال:

القرار : x_1 و x_2 = الإنتاج اليومي من السيارات من النوع الأول والثاني.

العائد $= \quad c_1x_1 + c_2x_2$ إذا كان الطلب عالي

$= \quad d_1x_1 + d_2x_2$ إذا كان الطلب منخفض


معيار القيمة المتوقعة للعوائد
المعايير في حالة المخاطرة
معيار الحالة الأكثر وقوعا
معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص


معيار لابلاس
معيار سافيج
المعايير في حالة عدم التأكد
معيار التشاؤم
معيار هورويز
معيار التفاؤل

معايير اتخاذ القرار في حالة المخاطرة

متخذ القرار يعرف الدالة الاحتمالية لحالات الطبيعة:

$$P(S_1) = p_1 \; , P(S_2) = p_2 \; , P(S_3) = p_3 \; , \; \ldots \; , P(S_n) = p_n$$

حيث

$$p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n = 1$$

يمكن اتخاذ القرار باستخدام:

1. معيار القيمة المتوقعة للعوائد
2. معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص (الندم)
3. معيار الحالة الأكثر وقوعا

معيار القيمة المتوقعة للعوائد

تقييم البديل A_i على أساس معيار القيمة المتوقعة للعوائد هو $E\,[A_i]$:

$$E[A_i] = p_1 r_{i\,1} + p_2 r_{i\,2} + p_3 r_{i\,3} + \ldots + p_n r_{in} \quad , \ i = 1\,,2\,,\ldots\,,m$$

مصفوفة أرباح: البديل الأمثل هو A^* ذو E^* حيث

$$E^* = \max \ \{\,E[A_1]\,,E[A_2]\,,\ldots\,,E[A_m]\,\}$$

أي أنه البديل الذي يعطي أكبر أرباح متوقعة

مصفوفة تكاليف: البديل الأمثل هو A^* ذو E^* حيث

$$E^* = \min \ \{\,E[A_1]\,,E[A_2]\,,\ldots\,,E[A_m]\,\}$$

أي أنه البديل الذي يعطي أقل تكاليف متوقعة

معيار القيمة المتوقعة للعوائد

مثال: لدينا مصفوفة **<u>الأرباح</u>** التالية:

	S_1	S_2	S_3
	$P(S_1)=0.5$	$P(S_2)=0.3$	$P(S_3)=0.2$
A_1	12	8	7
A_2	25	10	-2
A_3	16.5	8.5	6.5

معيار القيمة المتوقعة للعوائد

القيمة المتوقعة للعوائد للبديل A_1:

$$E[A_1] = 0.5(12) + 0.3(8) + 0.2\ (7) = 9.8$$

القيمة المتوقعة للعوائد للبديل A_2:

$$E[A_2] = 0.5(25) + 0.3(10) + 0.2(-2) = 15.1$$

القيمة المتوقعة للعوائد للبديل A_3:

$$E[A_3] = 0.5(16.5) + 0.3(8.5) + 0.2(6.5) = 12.1$$

$$E^* = \max \{\ 9.8\ ,\ 15.1\ ,\ 12.1\ \} = 15.1$$

$A^* = A_2 =$ أفضل بديل حسب معيار القيمة المتوقعة للعوائد

معيار القيمة المتوقعة للعوائد

مثال: لدينا مصفوفة **التكاليف** التالية:

	S_1	S_2	S_3	S_4
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

معيار القيمة المتوقعة للعوائد

العمود الأخير يمثل القيمة المتوقعة للعوائد للبدائل المختلفة.

	S_1	S_2	S_3	S_4	$E[A_i]$
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$	
A_1	8	9	5	12	7.7
A_2	10	12	6	12	9
A_3	17	5	8	15	11.8

$$E^* = \min \{ 7.7 , 9 , 11.8 \} = 7.7 \Rightarrow A^* = A_1$$

أفضل بديل حسب معيار القيمة المتوقعة للعوائد هو A_1

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

خسارة الفرصة (الندم): هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من عائد إذا اختار البديل A_i وحدثت حالة الطبيعة S_j

في مثال شركة الاستثمار السابق:
إذا كان قرار الشركة هو إنشاء شركة بيع أثاث ، ثم لو حدث أن الوضع الاقتصادي في البلد أصبح في حالة النمو، فإن العائد سيكون 12%.
بينما لو كنا نعرف مسبقاً بأن حالة النمو الاقتصادي سوف تحدث، فإن القرار الأفضل كان اختيار الاستثمار في الأسهم بعائد يساوي 25%.

إذن الشركة خسرت الفرصة في الحصول على عائد إضافي بمقدار 13% كانت ستحصل عليها لو اختارت الاستثمار في الأسهم بدلاً من شركة الأثاث.

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

مصفوفة خسارة الفرص (وتسمى مصفوفة الندم): هي مصفوفة بنفس حجم مصفوفة العوائد وعناصره معرفة كما يلي:

مصفوفة أرباح:

$$L_{ij} = \{\max r_{kj} : r_{kj} \text{ in } S_j\} - r_{ij}$$

في كل عمود: يتم طرح كل عدد من العدد الأكبر في العمود

مصفوفة تكاليف:

$$L_{ij} = r_{ij} - \{\min r_{kj} : r_{kj} \text{ in } S_j\}$$

في كل عمود: يتم طرح العدد الأصغر في العمود من كل عدد

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

تقييم البديل A_i على أساس معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص هو $EL[A_i]$ ويعرف كما يلي:

$$EL[A_i\,] = p_1 L_{i1} + p_2 L_{i2} + p_3 L_{i3} + \ldots + p_n L_{in}$$

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

في مصفوفة الأرباح أو التكاليف:

البديل الأمثل هو A^* ذو EL^* حيث

$$EL^* = \min \{\, EL[A_1]\,,\, EL[A_2]\,,\, \ldots\,,\, EL[A_m]\,\}$$

أي أنه البديل الذي يعطي أقل تكاليف متوقعة لخسارة الفرص

البديل الذي يعطي أقل ندم متوقع

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

مثال: لدينا مصفوفة **الأرباح** التالية:

	S_1	S_2	S_3
	$P(S_1)=0.5$	$P(S_2)=0.3$	$P(S_3)=0.2$
A_1	12	8	7
A_2	25	10	-2
A_3	16.5	8.5	6.5

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

مصفوفة خسارة الفرص (الندم) للعوائد:

	S_1	S_2	S_3
	$P(S_1) = 0.5$	$P(S_2) = 0.3$	$P(S_3) = 0.2$
A_1	$25 - 12 = 13$	$10 - 8 = 2$	$7 - 7 = 0$
A_2	$25 - 25 = 0$	$10 - 10 = 0$	$7 - (-2) = 9$
A_3	$25 - 16.5 = 8.5$	$10 - 8.5 = 1.5$	$7 - 6.5 = 0.5$

في كل عمود: يتم طرح كل عدد من العدد الأكبر في العمود

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

القيمة المتوقعة لخسارة الفرص للبديل A_1:

$$EL[A_1] = 0.5(13) + 0.3(2) + 0.2(0) = 7.1$$

القيمة المتوقعة لخسارة الفرص للبديل A_2:

$$EL[A_2] = 0.5(0) + 0.3(0) + 0.2(9) = 1.8$$

القيمة المتوقعة لخسارة الفرص للبديل A_3:

$$EL[A_3] = 0.5(8.5) + 0.3(1.5) + 0.2(0.5) = 4.8$$

$$EL^* = \min\{7.1, 1.8, 4.8\} = 1.8$$

$A^* = A_2 =$ أفضل بديل حسب معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

مثال: لدينا مصفوفة **التكاليف** التالية:

	S_1	S_2	S_3	S_4
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص

مثال: لدينا مصفوفة **التكاليف** التالية:

	S_1	S_2	S_3	S_4	$EL[A_i]$
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$	
A_1	$8 - 8 = 0$	$9 - 5 = 4$	$5 - 5 = 0$	$12 - 12 = 0$	0.4
A_2	$10 - 8 = 2$	$12 - 5 = 7$	$6 - 5 = 1$	$12 - 12 = 0$	1.7
A_3	$17 - 8 = 9$	$5 - 5 = 0$	$8 - 5 = 3$	$15 - 12 = 3$	4.5

$$EL^* = \min \{ 0.4 , 1.7 , 4.5 \} = 0.4 \Rightarrow A^* = A_1$$

أفضل بديل حسب معيار القيمة المتوقعة لخسارة الفرص هو A_1

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

حالة (حالات) الطبيعة الأكثر وقوعا هي j^* ذات الاحتمال P^* حيث

$$P^* = \max \{ p_1 , p_2 , p_3 , \dots , p_n \}$$

تقييم البديل A_i على أساس معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا j^* هو $ML[A_i]$ ويعرف كما يلي:

$j^* = 1$ state : $\quad ML[A_i] = r_{ij^*} \qquad i = 1 , 2 , \dots , m$

$j^* = 2$ states : $\quad ML[A_i] = \dfrac{r_{ij_1^*} + r_{ij_2^*}}{2} \qquad i = 1 , 2 , \dots , m$

$j^* = 3$ states : $\quad ML[A_i] = \dfrac{r_{ij_1^*} + r_{ij_2^*} + r_{ij_3^*}}{3} \qquad i = 1 , 2 , \dots , m$

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

البديل الأمثل على أساس معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا هو:

مصفوفة أرباح: البديل الأمثل هو A^* ذو ML^* حيث

$$ML^* = \max \{ ML[A_1] , ML[A_2] , \ldots , ML[A_m] \}$$

مصفوفة تكاليف: البديل الأمثل هو A^* ذو ML^* حيث

$$ML^* = \min \{ ML[A_1] , ML[A_2] , \ldots , ML[A_m] \}$$

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

مثال: لدينا مصفوفة **الأرباح** التالية:

	S_1	S_2	S_3
	$P(S_1) = 0.5$	$P(S_2) = 0.3$	$P(S_3) = 0.2$
A_1	12	8	7
A_2	25	10	-2
A_3	16.5	8.5	6.5

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

$$P^* = \max\{0.5\ ,\ 0.3\ ,\ 0.2\} = 0.5 \Rightarrow j^* = 1 \Rightarrow S_1$$

إذاً الحالة الأكثر احتمالاً لحدوثها هي S_1.

البديل الأفضل هو الذي يحقق الأعلى ربحاً في عمود حالة الطبيعة S_1

$$ML[A_1] = 12$$
$$ML[A_2] = 25$$
$$ML[A_3] = 16.5$$

$$ML^* = \max\ \{\ 12\ \ ,\ 25\ \ ,\ 16.5\ \} = 25$$

$A^* = A_2 =$ أفضل بديل حسب معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

مثال آخر:

لتكن احتمالات حالات الطبيعة هي:

$$P(S_1) = 0.4 \ , \ P(S_2) = 0.4 \ , \ P(S_3) = 0.2$$

ومصفوفة **الأرباح** هي:

	S_1	S_2	S_3
	$P(S_1) = 0.4$	$P(S_2) = 0.4$	$P(S_3) = 0.2$
A_1	12	8	7
A_2	25	10	-2
A_3	16.5	8.5	6.5

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

تقييم البدائل بمعيار الحالة الأكثر وقوعا:

$$P^* = \max\{0.4 , 0.4 , 0.2\} = 0.4 \Rightarrow j^* = 1,2 \Rightarrow S_1 , S_2$$

الحالات الأكثر احتمالاً لحدوثها هي S_2 و S_1

نحسب لكل بديل متوسط العوائد الموافقة للحالتين S_2 و S_1:

$$ML[A_1] = (12 + 8) / 2 = 10$$

$$ML[A_2] = (25 + 10) / 2 = 17.5$$

$$ML[A_3] = (16.5 + 8.5) / 2 = 12.5$$

$$ML^* = \max \{ 10 , 17.5 , 12.5 \} = 17.5$$

$A^* = A_2 =$ أفضل بديل حسب معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

مثال: لدينا مصفوفة **التكاليف** التالية:

	S_1	S_2	S_3	S_4
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا

$$P^* = \max\{0.3\ ,\ 0.1\ ,\ 0.4\ ,\ 0.2\} = 0.4 \Rightarrow j^* = 3 \Rightarrow S_3$$

	S_1	S_2	S_3	S_4	$ML[A_i]$
	$p_1 = 0.3$	$p_2 = 0.1$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$	
A_1	8	9	5	12	5
A_2	10	12	6	12	6
A_3	17	5	8	15	8

$$ML^* = \min\{\ 5\ ,\ 6\ ,\ 8\ \} = 5 \Rightarrow A^* = A_1$$

أفضل بديل حسب معيار حالة الطبيعة الأكثر وقوعا هو A_1

معايير اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد

حالات الطبيعة للقرار معلومة: $S_1 , S_2 , S_3 , \ldots , S_n$

احتمالات الحدوث غير معلومة:

$$P(S_1) = ?? , P(S_2) = ?? , \ldots , P(S_n) = ??$$

يمكن اتخاذ القرار باستخدام:

1. معيار لابلاس (Laplace Criterion)
2. معيار التشاؤم (Pessimism Criterion)
3. معيار التفاؤل (Optimism Criterion)
4. معيار هورويز (Hurwicz Criterion)
5. معيار سافيج (Savage Criterion)

مثال

يرغب مدير شركة في اختيار وسيلة إعلانية من بين ثلاث وسائل متوفرة:

$A_1 =$ الإعلان التلفزيوني , $A_2 =$ الإعلان الإذاعي, $A_3 =$ الإعلان الصحفي

وسيجد ثلاث حالات للدخل المادي للأفراد (التي ستؤثر على القدرة الشرائية):

$S_1 =$ ارتفاع في الدخل , $S_2 =$ إنخفاض في الدخل , $S_3 =$ ثبات في الدخل

ولم يتمكن المدير من الحصول على البيانات اللازمة لمعرفة احتمال الحدوث لكل حالة، ولكن تمكن من تقدير الأرباح المتوقعة من كل وسيلة إعلامية في الجدول التالي، فما هو البديل المناسب للإعلان؟

	S_1 : ارتفاع	S_2 : انخفاض	S_3 : ثبات
A_1 : تلفزيوني	3	6	−1
A_2 : إذاعي	8	5	4
A_3 : صحفي	−4	7	12

معيار لابلاس

جميع حالات الطبيعة متساوية في احتمال الحدوث

$$P(S_1) = P(S_2) = P(S_3) = \cdots = P(S_n) = \frac{1}{n}$$

تقييم البديل A_i هو:

$$LE[A_i] = \frac{1}{n}(r_{i1} + r_{i2} + \cdots + r_{in}) \qquad , \qquad i = 1 , 2 , \ldots , m$$

معيار لابلاس

البديل الأمثل على أساس معيار لابلاس:

مصفوفة أرباح: البديل الأمثل هو A^* ذو LE^* حيث

$$LE^* = \max \; \{ LE[A_1] , LE[A_2] , \dots , LE[A_m] \}$$

مصفوفة تكاليف: البديل الأمثل هو A^* ذو LE^* حيث

$$LE^* = \min \; \{ LE[A_1] , LE[A_2] , \dots , LE[A_m] \}$$

معيار لابلاس

مثال: في مصفوفة **<u>الأرباح</u>** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار لابلاس ؟

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

$$LE[A_1] = \frac{1}{3}(\ 3 + 6 - \ 1\ ) = 2.67$$

$$LE[A_2] = \frac{1}{3}(\ 8 + 5 + \ 4\ ) = 5.67$$

$$LE[A_3] = \frac{1}{3}(-4 + 7 + 12\ ) = 5$$

$$LE^* = \max\{\ 2.67\ ,\ 5.67\ ,\ 5\ \} = 5.67 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2$$

معيار لابلاس

مثال: في مصفوفة **التكاليف** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار لابلاس ؟

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

$$LE[A_1] = \frac{1}{4}(8 + 9 + 5 + 12) = 8.5$$

$$LE[A_2] = \frac{1}{4}(10 + 12 + 6 + 12) = 10$$

$$LE[A_3] = \frac{1}{4}(17 + 5 + 8 + 15) = 11.25$$

$$LE^* = \min\{8.5, 10, 11.25\} = 8.5 \Rightarrow A^* = A_1$$

معيار التشاؤم

أسوأ العوائد هو الذي سيتحقق لكل بديل

تقييم البديل A_i هو:

مصفوفة أرباح: عند اختيار البديل A_i، سنحصل على أقل ربح:

$$PV[A_i] = \min\,(r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, \ldots, r_{in}) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

مصفوفة تكاليف: عند اختيار البديل A_i، سنحصل على أكبر خسارة:

$$PV[A_i] = \max\,(r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, \ldots, r_{in}) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

معيار التشاؤم

البديل الأمثل على أساس معيار التشاؤم : نختار أفضل السيئين :

مصفوفة أرباح: البديل الأمثل هو الذي يعطي أكبر "أقل ربح"

البديل الأمثل هو A^* ذو PV^* حيث:

$$PV^* = \max \{ PV[A_1] , PV[A_2] , \ldots , PV[A_m] \}$$

مصفوفة تكاليف: البديل الأمثل هو الذي يعطي أقل "أكبر خسارة"

البديل الأمثل هو A^* ذو PV^* حيث:

$$PV^* = \min \{ PV[A_1] , PV[A_2] , \ldots , PV[A_m] \}$$

معيار التشاؤم

مثال: في مصفوفة **الأرباح** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار التشاؤم ؟

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

$$PV[A_1] = \min\{\ 3\ ,\ 6\ ,\ -1\ \} = -1$$
$$PV[A_2] = \min\{\ 8\ ,\ 5\ ,\ 4\ \} = 4$$
$$PV[A_3] = \min\{\ -4\ ,\ 7\ ,\ 12\ \} = -4$$

$$PV^* = \max\{\ -1\ ,\ 4\ ,\ -4\ \} = 4 \Rightarrow A^* = A_2$$

معيار التشاؤم

مثال: في مصفوفة **التكاليف** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار التشاؤم ؟

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

$$PV[A_1] = \max \{ 8, 9, 5, 12 \} = 12$$
$$PV[A_2] = \max \{ 10, 12, 6, 12 \} = 12$$
$$PV[A_3] = \max \{ 17, 5, 8, 15 \} = 17$$

$$PV^* = \min \{ 12, 12, 17 \} = 12 \Rightarrow A^* = A_1 \text{ or } A_2$$

معيار التفاؤل

أفضل العوائد هو الذي سيتحقق لكل بديل

تقييم البديل A_i هو:

مصفوفة أرباح: عند اختيار البديل A_i ، سنحصل على أكبر ربح:

$$OV[A_i] = \max (r_{i1} , r_{i2} , r_{i3} , \ldots , r_{in}) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots , m$$

مصفوفة تكاليف: عند اختيار البديل A_i ، سنحصل على أقل خسارة:

$$OV[A_i] = \min (r_{i1} , r_{i2} , r_{i3} , \ldots , r_{in}) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots , m$$

معيار التفاؤل

البديل الأمثل على أساس معيار التفاؤل: نختار أفضل الأفضل :

مصفوفة أرباح: البديل الأمثل هو الذي يعطي أكبر "أكبر ربح"

البديل الأمثل هو A^* ذو OV^* حيث:

$$OV^* = \max \{ OV[A_1] , OV[A_2] , \ldots , OV[A_m] \}$$

مصفوفة تكاليف: البديل الأمثل هو الذي يعطي أقل "أقل خسارة"

البديل الأمثل هو A^* ذو OV^* حيث:

$$OV^* = \min \{ OV[A_1] , OV[A_2] , \ldots , OV[A_m] \}$$

معيار التفاؤل

مثال: في مصفوفة **الأرباح** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار التفاؤل ؟

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

$$OV[A_1] = \max\{\ 3\ ,6\ ,-1\ \} = 6$$
$$OV[A_2] = \max\{\ 8\ ,5\ ,\ 4\ \} = 8$$
$$OV[A_3] = \max\{-4\ ,7\ ,12\ \} = 12$$

$$OV^* = \max\{6\ ,8\ ,12\} = 12 \Rightarrow A^* = A_3$$

معيار التفاؤل

مثال: في مصفوفة **التكاليف** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار التفاؤل ؟

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

$$OV[A_1] = \min\{8, 9, 5, 12\} = 5$$
$$OV[A_2] = \min\{10, 12, 6, 12\} = 6$$
$$OV[A_3] = \min\{17, 5, 8, 15\} = 5$$

$$OV^* = \min\{5, 6, 5\} = 5 \Rightarrow A^* = A_1 \text{ or } A_3$$

معيار هورويز

- معيار متوسط بين التشاؤم والتفاؤل
- يعتمد على نسبة التفاؤل α عند متخذ القرار $(0 \leq \alpha \leq 1)$

تقييم البديل A_i هو:

$$HV[A_i] = \alpha\, [\text{ أفضل عائد لـ } A_i\,] + (1-\alpha)\, [\text{ أسوأ عائد لـ } A_i\,]$$

مصفوفة أرباح:

$$HV[A_i] = \alpha\, [\, \max\, (r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{in})\,] + (1-\alpha)\, [\, \min\, (r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{in})\,]$$

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

مصفوفة تكاليف:

$$HV[A_i] = \alpha\, [\, \min\, (r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{in})\,] + (1-\alpha)\, [\, \max\, (r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{in})\,]$$

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

معيار هورويز

البديل الأمثل على أساس معيار هورويز:

مصفوفة أرباح: البديل الأمثل هو A^* ذو HV^* حيث:

$$HV^* = \max \{ HV[A_1] , HV[A_2] , \ldots , HV[A_m] \}$$

مصفوفة تكاليف: البديل الأمثل هو A^* ذو HV^* حيث:

$$HV^* = \min \{ HV[A_1] , HV[A_2] , \ldots , HV[A_m] \}$$

معيار هورويز

مثال: في مصفوفة **الأرباح** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار هورويز بنسبة تفاؤل 55%؟

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

$$HV[A_1] = 0.55\,(6) + 0.45\,(-1) = 2.85$$
$$HV[A_2] = 0.55\,(8) + 0.45\,(4) = 6.2$$
$$HV[A_3] = 0.55\,(12) + 0.45\,(-4) = 4.8$$

$$HV^* = \max\{2.85, 6.2, 4.8\} = 6.2 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2$$

معيار هورويز

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_1 هو البديل الأمثل؟

$$\alpha = ??$$

$$0 \le \alpha \le 1 \Rightarrow (1)$$

$$HV[A_1] = \alpha\,(6) + (1-\alpha)\,(-1) = 7\alpha - 1$$

$$HV[A_2] = \alpha\,(8) + (1-\alpha)\,(4) = 4\alpha + 4$$

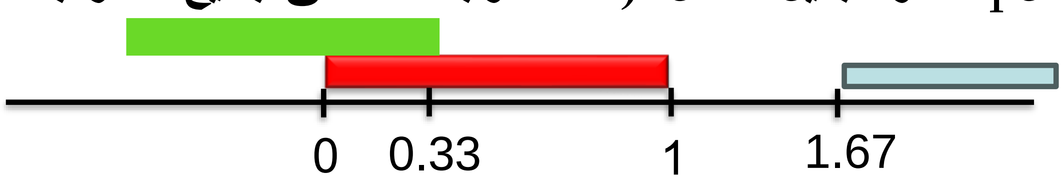
$$HV[A_3] = \alpha\,(12) + (1-\alpha)\,(-4) = 16\alpha - 4$$

$$A^* = A_1$$

$$\Rightarrow \quad HV[A_1] > HV[A_2] \Rightarrow 7\alpha - 1 > 4\alpha + 4 \Rightarrow 3\alpha > 5 \Rightarrow \alpha > 1.67 \Rightarrow (2)$$

$$\text{and} \quad HV[A_1] > HV[A_3] \Rightarrow 7\alpha - 1 > 16\alpha - 4 \Rightarrow 9\alpha < 3 \Rightarrow \alpha < 0.33 \Rightarrow (3)$$

لا يوجد قيمة لـ α تجعل A_1 هو البديل الأمثل، (لأنه لاتوجد α تحقق جميع المتراجحات(1) و (2) و(3))



معيار هورويز

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_2 هو البديل الأمثل؟

$\alpha = ??$

$0 \leq \alpha \leq 1$

$$HV[A_1] = \alpha(6) + (1-\alpha)(-1) = 7\alpha - 1$$
$$HV[A_2] = \alpha(8) + (1-\alpha)(4) = 4\alpha + 4$$
$$HV[A_3] = \alpha(12) + (1-\alpha)(-4) = 16\alpha - 4$$

$A^* = A_2$

$\Rightarrow \quad HV[A_2] > HV[A_1] \Rightarrow 4\alpha + 4 > 7\alpha - 1 \Rightarrow 3\alpha < 5 \Rightarrow \alpha < 1.67$

and $HV[A_2] > HV[A_3] \Rightarrow 4\alpha + 4 > 16\alpha - 4 \Rightarrow 12\alpha < 8 \Rightarrow \alpha < 0.67$

For all $\mathbf{0 \leq \alpha < 0.67 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2}$

معيار هورويز

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_3 هو البديل الأمثل؟

$$\alpha = ??$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

$$HV[A_1] = \alpha(6) + (1-\alpha)(-1) = 7\alpha - 1$$
$$HV[A_2] = \alpha(8) + (1-\alpha)(4) = 4\alpha + 4$$
$$HV[A_3] = \alpha(12) + (1-\alpha)(-4) = 16\alpha - 4$$

$$A^* = A_3$$
$$\Rightarrow \quad HV[A_3] > HV[A_1] \Rightarrow 16\alpha - 4 > 7\alpha - 1 \Rightarrow 9\alpha > 3 \Rightarrow \alpha > 0.33$$
$$\text{and} \quad HV[A_3] > HV[A_2] \Rightarrow 16\alpha - 4 > 4\alpha + 4 \Rightarrow 12\alpha > 8 \Rightarrow \alpha > 0.67$$

For all $\mathbf{0.67 < \alpha \leq 1 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_3}$

معيار هورويز

مثال: في مصفوفة **التكاليف** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار هورويز بنسبة تفاؤل 60%؟

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

$HV[A_1] = 0.60\ (\ 5\ ) + 0.40\ (\ 12\ ) = 7.8$

$HV[A_2] = 0.60\ (\ 6\ ) + 0.40\ (\ 12\ ) = 8.4$

$HV[A_3] = 0.60\ (\ 5\ ) + 0.40\ (\ 17\ ) = 9.8$

$HV^* = \min \{\ 7.8\ ,\ 8.4\ ,\ 9.8\ \} = 7.8 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_1$

معيار هورويز

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_1 هو البديل الأمثل؟

$$\alpha = ??$$

$$0 \le \alpha \le 1$$

$$HV[A_1] = \alpha(5) + (1-\alpha)(12) = -7\alpha + 12$$
$$HV[A_2] = \alpha(6) + (1-\alpha)(12) = -6\alpha + 12$$
$$HV[A_3] = \alpha(5) + (1-\alpha)(17) = -12\alpha + 17$$

$$A^* = A_1 \quad \Rightarrow$$
$$HV[A_1] < HV[A_2] \Rightarrow -7\alpha + 12 < -6\alpha + 12 \Rightarrow -\alpha < 0 \Rightarrow \alpha > 0$$
$$HV[A_1] < HV[A_3] \Rightarrow -7\alpha + 12 < -12\alpha + 17 \Rightarrow 5\alpha < 5 \Rightarrow \alpha < 1$$

For all $\mathbf{0 < \alpha < 1 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_1}$

معيار هورويز

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_2 هو البديل الأمثل؟

$\alpha = ??$

$0 \leq \alpha \leq 1$

$$HV[A_1] = \alpha(5) + (1-\alpha)(12) = -7\alpha + 12$$
$$HV[A_2] = \alpha(6) + (1-\alpha)(12) = -6\alpha + 12$$
$$HV[A_3] = \alpha(5) + (1-\alpha)(17) = -12\alpha + 17$$

$$A^* = A_2 \quad \Rightarrow$$
$$HV[A_2] < HV[A_1] \Rightarrow -6\alpha + 12 < -7\alpha + 12 \Rightarrow \alpha < 0$$
$$HV[A_2] < HV[A_3] \Rightarrow -6\alpha + 12 < -12\alpha + 17 \Rightarrow 6\alpha < 5 \Rightarrow \alpha < 0.83$$

لا يوجد قيمة لـ α تجعل A_2 هو البديل الأمثل

معيار هورويز

ما مدى التفاؤل الذي يجعل البديل A_3 هو البديل الأمثل؟

$$\alpha = ??$$

$$0 \le \alpha \le 1$$

$$HV[A_1] = \alpha(5) + (1-\alpha)(12) = -7\alpha + 12$$
$$HV[A_2] = \alpha(6) + (1-\alpha)(12) = -6\alpha + 12$$
$$HV[A_3] = \alpha(5) + (1-\alpha)(17) = -12\alpha + 17$$

$$A^* = A_3 \qquad \Rightarrow$$
$$HV[A_3] < HV[A_1] \Rightarrow -12\alpha + 17 < -7\alpha + 12 \Rightarrow 5\alpha > 5 \Rightarrow \alpha > 1$$
$$HV[A_3] < HV[A_2] \Rightarrow -12\alpha + 17 < -6\alpha + 12 \Rightarrow 6\alpha > 5 \Rightarrow \alpha > 0.83$$

لا يوجد قيمة لـ α تجعل A_3 هو البديل الأمثل

معيار سافيج – معيار الندم

- نكون مصفوفة خسارة الفرص
- نطبق معيار التشاؤم على جدول خسارة الفرص:
  - سيحدث أكبر ندم عند اختيار كل بديل
  - نختار البديل الذي له أقل "أكبر ندم"

تقييم البديل A_i هو:

$$SV[A_i] = \max\,(L_{i1}, L_{i2}, L_{i3}, \ldots, L_{in}) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

البديل الأمثل هو A^* ذو SV^* حيث:

$$SV^* = \min\,\{\, SV[A_1], SV[A_2], \ldots, SV[A_m] \,\}$$

معيار سافيج – معيار الندم

مثال: في مصفوفة **الأرباح** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار سافيج ؟

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	6	-1
A_2	8	5	4
A_3	-4	7	12

معيار سافيج – معيار الندم

	S_1	S_2	S_3
A_1	$8-3 \quad = 5$	$7-6=1$	$12-(-1)=13$
A_2	$8-8 \quad = 0$	$7-5=2$	$12-\ 4 \quad = 8$
A_3	$8-(-4)=12$	$7-7=0$	$12-12 \quad = 0$

$$SV[A_1] = \max \{\ 5\ , 1 , 13 \} = 13$$
$$SV[A_2] = \max \{\ 0\ , 2 ,\ 8\ \} = \ 8$$
$$SV[A_3] = \max \{ 12 , 0 ,\ 0\ \} = 12$$

$$SV^* = \min \{ 13 , 8 , 12 \} = 8 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_2$$

معيار سافيج – معيار الندم

مثال: في مصفوفة **التكاليف** التالية ، ما هو البديل المناسب بمعيار سافيج ؟

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8	9	5	12
A_2	10	12	6	12
A_3	17	5	8	15

معيار سافيج – معيار الندم

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	$8 - 8 = 0$	$9 - 5 = 4$	$5 - 5 = 0$	$12 - 12 = 0$
A_2	$10 - 8 = 2$	$12 - 5 = 7$	$6 - 5 = 1$	$12 - 12 = 0$
A_3	$17 - 8 = 9$	$5 - 5 = 0$	$8 - 5 = 3$	$15 - 12 = 3$

$SV[A_1] = \max \{ 0 , 4 , 0 , 0 \} = 4$

$SV[A_2] = \max \{ 2 , 7 , 1 , 0 \} = 7$

$SV[A_3] = \max \{ 9 , 0 , 3 , 3 \} = 9$

$SV^* = \min \{ 4 , 7 , 9 \} = 4 \quad \Rightarrow \quad A^* = A_1$

مصفوفة التقييم الموزونة

- تستخدم لاختيار أفضل بديل مع الأخذ في الاعتبار عدة معايير للمقارنة مختلفة في وحدة التقييم وفي أهميتها.
- لها مسميات وأشكال مختلفة تتنوع في استخداماتها:
  - تحليل بيو (Pugh Analysis) نسبة للعالم الذي ابتكرها.
  - مصفوفة القرار الموزون
  - مصفوفة المعايير الموزونة
  - مصفوفة التحليل الشبكي (Grid Analysis)
  - مصفوفة الاختيار
- تستخدم بكثرة في العديد من المجالات.

مصفوفة التقييم الموزونة

- **مثال:** عند قرار شراء جهاز حاسب آلي ، لدينا البدائل ومعايير المقارنة التالية:

	الثمن	المعالج	حجم الذاكرة	الشاشة
Dell	$ 2600	i5	8 GB	15 Inches
HP	$ 2000	i3	6 GB	17 Inches
Acer	$ 2800	i7	8 GB	14 Inches

ما هو أفضل جهاز حاسب آلي يتم شرائه؟

- البدائل ومعايير المقارنة يتم تحديدها من متخذ القرار بناء على الخبرة الشخصية.

مصفوفة التقييم الموزونة

- يضع متخذ القرار أوزان تبين أهمية كل معيار.
  - مثلا مقياس من 1 (الأقل أهمية) إلى 10 (الأعلى أهمية).
  - تبنى على الخبرة الشخصية.
  - ليس هنالك معنى للأرقام في ذاتها ، فقط تبين أهمية (وزن) كل معيار.
  - مقياس أهمية الثمن = 4 ، مقياس أهمية المعالج = 2 ، يعني أهمية معيار الثمن يمثل ضعف أهمية معيار المعالج.
  - يمكن استخدام نفس الوزن لعدة معايير عند تساوي أهميتها.
  - يمكن استخدام أوزان عشرية (مثلا 2.5).
  - يفضل وضع أوزان الأهمية قبل وضع البدائل. وذلك لتفادي التحيز المسبق لبديل معين.

مصفوفة التقييم الموزونة

- لكل معيار ، يقيم متخذ القرار البدائل على مقياس أفضلية.
  - هنالك العديد من المقاييس التي يمكن استخدامها.
  - مثلا مقياس – , + ، مقياس رقمي بأنواعه المختلفة.
  - غالبا يستخدم مقياس ليكرت Likert :

5	4	3	2	1
مناسب بشكل ممتاز	مناسب بشكل جيد	مناسب	مناسب بشكل ضعيف	غير مناسب

  - تبنى على الخبرة الشخصية.
  - يمكن استخدام نفس مقياس الأفضلية لعدة بدائل عند تساوي مناسبتها.
- يتم مقارنة البدائل حسب مجموع التقييم الموزون لكل المعايير.

يختار البديل الذي له أكبر مجموع تقييم موزون.

مصفوفة التقييم الموزونة

- أحد حلول المثال السابق:

استخدم متخذ القرار الأوزان التالية:

	الشاشة	حجم الذاكرة	المعالج	الثمن
مقياس الأهمية	4	5	7	10

استخدم متخذ القرار مقاييس الأفضلية كما يلي:

	الشاشة	حجم الذاكرة	المعالج	الثمن
Dell	5	5	4	3
HP	3	3	3	5
Acer	4	5	5	2

مصفوفة التقييم الموزونة

		الثمن	المعالج	حجم الذاكرة	الشاشة	
	مقياس الأهمية	10	7	5	4	المجموع
Dell	مقياس الأفضلية	3	4	5	5	
	النتيجة	30	28	25	20	103
HP	مقياس الأفضلية	5	3	3	3	
	النتيجة	50	21	15	12	98
Acer	مقياس الأفضلية	2	5	5	4	
	النتيجة	20	35	25	16	96

سيتم شراء جهاز Dell