جامعة الملك سعود

كلية العلوم

قسم الإحصاء وبحوث العمليات

نظرية القرارات

Decision Theory

الباب الخامس

إختبار الفروض كمسألة من مسائل إتخاذ القرار

مقارنة بعض الإختبارات: إختبار بيز، إختبار الأقوى ، إختبار أقل الكبريات

مقدمة عن الاختبار: اختبار الفرضيات هو الفرع الثاني في مسألة الاستدلال الإحصائي، وقد عالجنا الفرع الأول التقدير. ونلخص موضوع الاختبار بأنه لدينا دالة التوزيع الاحتمالية $f(x;\theta)$ حيث θ تمثل معلمة مجهولة فيه وتأخذ قيمها في فضاء المعلمة الذي نعطيه الرمز Ω، ولدينا شك مبدئي H_0 وآخر بديل H_1 أنها فعلياً من إحدى المجموعتين:

$$H_0 : \theta \in \Omega_0 \quad vr \quad H_1 : \theta \in \Omega_1$$

حيث $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1$ ويتم الاختبار بأخذ عينة عشوائية $\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ من التوزيع $f(x;\theta)$ ونعرف الاختبار γ بأنه تقسيم فضاء المعاينة $\{\underline{X}\}$ لأي منطقتين $\{\underline{X}\} = C \cup \bar{C}$ بحيث:

$$\underline{X} \in C \Longrightarrow H_0 \text{ نرفض}$$

$$\underline{X} \in \overline{C} \Longrightarrow H_0 \text{ نقبل}$$

وبفرض أن الرمز a_0 يعني "قبول H_0 "، وأن الرمز a_1 يعني "قبول H_1 " لأصبح الاختبار γ يعني رياضياً أنه دالة من فضاء المعاينة $S = \{\underline{X}\}$ الى المجموعة $\{a_0, a_1\}$، كما يلي:

$$\gamma : \{\underline{X}\} \longrightarrow \{a_0, a_1\}$$

بعض المفاهيم الهامة حول الإختبار γ:

- نعرف **الخطأ من النوع الأول** للاختبار γ بأنه "رفض H_0 وهي صحيحة".
- نعرف **الخطأ من النوع الثاني** للاختبار γ بأنه "قبول H_0 وهي خطأ".
- نعرف دالة قوة الاختبار γ عند θ ، ونعطيها الرمز $\pi_\gamma(\theta)$ كما يلي:

  $\pi_\gamma(\theta) =$ "احتمال رفض الاختبار γ للفرضية H_0 عند القيمة θ للمعلمة"

  أي أن: $$\pi_\gamma(\theta) = P(\underline{X} \in C|\theta)$$

- نعرف قياس أو حجم الاختبار γ بأنه:

$$\alpha = sup_{\theta \in \Omega_0} \pi_\gamma(\theta)$$

- عند استخدام الدالة $\pi_\gamma(\theta)$ في الحالة البسيطة $\Omega_0 = \{\theta_0\}$, $\Omega_1 = \{\theta_1\}$ ، فإن:

  1- احتمال الخطأ من النوع الأول يساوي : $\alpha = \pi_\gamma(\theta_0)$

  2- احتمال الخطأ من النوع الثاني يساوي: $\beta = 1 - \pi_\gamma(\theta_1)$

معالجة الإختبار كمسألة إتخاذ القرار:

نعالج الاختبار في الحالة البسيطة$\Omega_0=\{\theta_0\}$, $\Omega_1=\{\theta_1\}$ كمسألة اتخاذ القرار كما يلي:

1- نعتبر الظروف هي فضاء المعلمة أي $\Omega=\{\theta_0,\theta_1\}$

2- نعتبر فضاء الإجراءات هو$\mathcal{A}=\{a_0,a_1\}$

3- نعتبر دالة الخسارة $\ell(a,\theta)$ المناسبة لقياس خسارة الإجراء a عند الظرف θ بأنها الدالة التي تتميز بالصفات التالية:

أولاً: $\boldsymbol{\ell}(a_0,\theta_0)=\boldsymbol{\ell}(a_1,\theta_1)=\mathbf{0}$ ، لأننا لم نرتكب في هذه القرارات أي خطأ.

ثانياً: المقدار $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{\ell}(a_1,\theta_0)$ يمثل خسارة **الخطأ الأول** موجب.

ثالثاً: المقدار $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{\ell}(a_0,\theta_1)$ يمثل خسارة **الخطأ الثاني** موجب.

4- نعتبر الاختبار γ بلغة إتخاذ القرارات تصـــرفاً، لأنه دالة من البيانات $S=\{\underline{X}\}$ الى الإجراءات البسيطة $\mathcal{A}$:

$$\gamma : S\longrightarrow \mathcal{A}$$

5- يحتاج الاختبار γ كأي تصرف إلى حساب $r(\gamma,\theta)$ (المخاطرة عند Θ):

$$\begin{aligned}
r(\gamma,\theta)&=E_{\underline{X}}[\ell(\gamma,\theta)]=\int_S \ell(\gamma(\underline{X}),\theta)L(\underline{X},\theta)d\underline{X}\\
&=\int_C \ell(\gamma,\theta)L(\underline{X},\theta)d\underline{X}+\int_{\bar{C}} \ell(\gamma,\theta)L(\underline{X},\theta)d\underline{X}\\
&=\int_C \ell(a_1,\theta)L(\underline{X},\theta)d\underline{X}+\int_{\bar{C}} \ell(a_0,\theta)L(\underline{X},\theta)d\underline{X}
\end{aligned}$$

ومنه:

$$\begin{aligned}
r(\gamma,\theta_0)&=\int_C \ell(a_1,\theta_0)L(\underline{X},\theta_0)d\underline{X}+\int_{\bar{C}} \ell(a_0,\theta_0)L(\underline{X},\theta_0)d\underline{X}\\
&=\ell(a_1,\theta_0)\int_C L(\underline{X},\theta_0)d\underline{X}+0\ =a\times\alpha\\
r(\gamma,\theta_1)&=\int_C \ell(a_1,\theta_1)L(\underline{X},\theta_1)d\underline{X}+\int_{\bar{C}} \ell(a_0,\theta_1)L(\underline{X},\theta_1)d\underline{X}\\
&=0+\ell(a_0,\theta_1)\int_{\bar{C}} L(\underline{X},\theta_1)d\underline{X}+0\ =b\times\beta
\end{aligned}$$

وبالتالي تأخذ مخاطرة بيز للاختبار γ عند التوزيع $(g(\theta_0),g(\theta_1))$القيمة:

$$B(\gamma)=E_\theta(r(\gamma,\theta))=r(\gamma,\theta_0)g(\theta_0)+r(\gamma,\theta_1)g(\theta_1)=\alpha\, a g(\theta_0)+\beta\, b g(\theta_1)$$

بعض الإختبارات المشهورة:

هي ثلاثة، كلها من النوع الذي يسمى **اختبار نسبة المعقولية (LRT)** لأنهم يستعملون نسبة المعقولية $\lambda = \frac{L(\underline{X};\theta_0)}{L(\underline{X};\theta_1)}$ في تحديد منطقة الرفض C كما يلي:

$$\forall \underline{X} \in C \Rightarrow \lambda = \frac{L(\underline{X};\theta_0)}{L(\underline{X};\theta_1)} \leq k$$

حيث k ثابت يتحدد بطريقة مناسبة.

1- **إختبار بيز** γ_B بالتوزيع المبدئي $g(\theta_0)$ والخسارات $\boldsymbol{a}$ و$\boldsymbol{b}$ للخطأ الأول والثاني يحقق المتراجحة:

$$\forall \gamma \Rightarrow B(\gamma_B) \leq B(\gamma)$$

وتبين المتراجحة أن γ_B يتفوق على غيره بقيمة $B(\gamma_B)$ الأقل.

نظرية تتحدد منطقة الرفض C للإختبار γ_B بالشكل: $\forall \underline{X} \in C \Rightarrow \lambda = \frac{L(\underline{X};\theta_0)}{L(\underline{X};\theta_1)} \leq k$ ، ويأخذ الثابت القيمة $k = \frac{b \times g(\theta_1)}{a \times g(\theta_0)}$ ، ومنها نحسب الاحتمالات: $\boldsymbol{\alpha_B} = P(\lambda \leq k|\theta_0)$ & $\boldsymbol{\beta_B} = P(\lambda > k|\theta_1)$

2- **الإختبار الأقوى(MP)** γ_{MP} بالقياس المعلوم $\boldsymbol{\alpha}_{MP}$ هو الذي يحقق لأي إختبار آخر γ بالقياس المعلوم $\boldsymbol{\alpha}$ فإن:

$$\forall \gamma ; \quad \boldsymbol{\alpha} \leq \boldsymbol{\alpha}_{MP} \Rightarrow \boldsymbol{\beta}_{MP} \leq \boldsymbol{\beta}$$

حيث $\boldsymbol{\beta}_{MP}$ و $\boldsymbol{\beta}$ هي إحتمالات الخطأ الثاني للاختبارات γ_{MP} و γ.

وتدل المتراجحة أن γ_{MP} يتفوق على غيره بقيمة $\boldsymbol{\beta}_{MP}$ الأقل شريطة أن يكون $\boldsymbol{\alpha} \leq \boldsymbol{\alpha}_{MP}$.

نظرية تتحدد منطقة الرفض C للإختبار γ_{MP} بالقياس $\boldsymbol{\alpha_{MB}}$ بالشكل: $\forall \underline{X} \in C \Rightarrow \lambda = \frac{L(\underline{X};\theta_0)}{L(\underline{X};\theta_1)} \leq k$

ونحسب k بحل المعادلة $\boldsymbol{\alpha_{MP}} = P(\lambda \leq k|\theta_0)$ ، ومنها نحسب $\boldsymbol{\beta_{MP}} = P(\lambda > k|\theta_1)$

3- **إختبار أقل الكبريات (MM)** γ_{MM} بالتوزيع المبدئي $g(\theta_0) = w$ والخسارات $\boldsymbol{a}$ و$\boldsymbol{b}$ للخطأ الأول والثاني هو الذي يحقق المتراجحة:

$$\forall \gamma : Max\,\{r(\gamma_{MM}, \theta_0), r(\gamma_{MM}, \theta_1)\} \leq Max\,\{r(\gamma, \theta_0), r(\gamma, \theta_1)\}$$

وتدل المتراجحة أن γ_{MM} متفوق بقيمة $Max\,\{r(\gamma_{MM}, \theta_0), r(\gamma_{MM}, \theta_1)\}$ الأقل

نظرية: تتحدد منطقة الرفض C للاختبار γ_{MM} بالشكل: $\forall \underline{X} \in C \Rightarrow \lambda = \frac{L(\underline{X};\theta_0)}{L(\underline{X};\theta_1)} \leq k$ ويتم حساب k بحل المعادلة $\boldsymbol{r}(\gamma_{MM}, \theta_0) = \boldsymbol{r}(\gamma_{MM}, \theta_1)$ أو المعادلة المكافئة $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{\alpha_{MM}} = \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{\beta_{MM}}$ ، ومنه نحسب

$$\boldsymbol{\alpha_{MM}} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\lambda} \leq \boldsymbol{k}|\boldsymbol{\theta_0}) \qquad \& \qquad \boldsymbol{\beta_{MM}} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\lambda} > \boldsymbol{k}|\boldsymbol{\theta_1})$$

ويحقق الاختبار γ_{MM} العلاقات التالية: $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{\gamma_{MM}}, \boldsymbol{\theta_0}) = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{\gamma_{MM}}, \boldsymbol{\theta_1}) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\gamma_{MM}})$

بعض الملاحظات حول الإختبارات γ_B ، γ_{MP} ، γ_{MM} :

1- كل هذه الاختبارات " اختبارات نسبة المعقولية "Likelihood Ratio Test ($\boldsymbol{LRT}$)"

2- تتعين كل مناطق الرفض C بالطريقة التالية: $\forall \underline{X} \in C \Rightarrow \lambda \leq k$

3- تختلف الاختبارات الثلاثة فقط بطريقة تعيين الثابت k، كما يلي:

- k في الاختبار γ_B معلوم ويساوي $k = \frac{b\times g(\theta_1)}{a\times g(\theta_0)}$
- k في الاختبار γ_{MP} هو حل المعادلة $\boldsymbol{\alpha_{MP}} = P(\lambda \leq k|\theta_0)$
- k في الاختبار γ_{MM} هو حل المعادلة $\boldsymbol{a} \times P(\lambda \leq k|\theta_0) = \boldsymbol{b} \times P(\lambda > k|\theta_1)$

4- يمكن تبسيط المتراجحة $\lambda \leq k$ عندما تكون دالة البيانات من العائلة الأسية التالي:

$$\boldsymbol{f(x;\theta) = e^{[a(\theta)+b(x)+d(x)c(\theta)]}}$$

فإذا كان $\theta_0 < \theta_1$ وكانت $\boldsymbol{c(\theta)} \uparrow$ ، **أي** دالة متزايدة، فإن:

$$\boldsymbol{\lambda \leq k \Rightarrow \Sigma d(x_i) \geq k}$$

وتنقلب المتراجحة الأخيرة كلما انقلب اتجاه $\theta_0 < \theta_1$ أو $\boldsymbol{c(\theta)}$

مثــــــال1 : نأخذ عينة بالقياس $n=16$ من التوزيع $f(x;\theta)=N(\theta,1)$ لاختبار:

$$H_0:\theta=0 \quad vr \quad H_0:\theta=1$$

نأخذ دالة خسارة تحقق الشرط $a=b=5$ ، والتوزيع المبدئي هو $g(\theta_0)=0.7$.

استفد من أن دالة البيانات تنتمي الى العائلة الأسية:

$$\boldsymbol{N(\theta,1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(x-\theta)^2} = e^{-\frac{1}{2}\theta^2-\frac{1}{2}[lin(2\pi)+x^2]+x\,\theta}}$$

$$\boldsymbol{a(\theta) = -\frac{1}{2}\theta^2}\ , \quad \boldsymbol{b(x) = -\frac{1}{2}[lin(2\pi)+x^2]}, \quad \boldsymbol{c(\theta) = \theta \uparrow, d(x) = x}$$

لذلك فإن المتراجحة $\lambda \leq k$ التي تحدد منطقة الرفض $\boldsymbol{C}$ ستنتهي الى الشكل التالي: $\boldsymbol{\Sigma x_i \geq k}$ أو الى الشكل المكافئ التالي: $\boldsymbol{\bar{x} \geq k}$ (مع الانتباه أن $\boldsymbol{k}$ في الصيغ الثلاثة ليست نفسها)

عالج إختبار الفرضية كمسألة اتخاذ القرار، وأجب على مايلي:

1- ماهي الظروف والإجراءات البسيطة ودالة الخسارة $\ell(a,\theta)$؟

- الظروف هي فضاء المعلمة أي $\Omega = \{\theta_0,\theta_1\} = \{0,1\}$
- فضاء الإجراءات هو $\mathcal{A} = \{a_0,a_1\}$، حيث:

a_0 هي "قبول H_0 "   و a_1 هي "قبول H_1 "

- دالة الخسارة $\ell(a,\theta)$ هي:

$$\boldsymbol{\ell}(a_0,\theta_0) = \boldsymbol{\ell}(a_1,\theta_1) = \boldsymbol{0} \quad \& \quad \boldsymbol{5} = \boldsymbol{\ell}(a_1,\theta_0) \text{ ، } \boldsymbol{5} = \boldsymbol{\ell}(a_0,\theta_1)$$

2- أحسب منطقة الرفض C للاختبار γ_B ، وثم للاختبار γ_{MP} بالقياس $\alpha_{MP} = 0.05$ ، واثبت أنها للاختبار γ_{MM} تتحدد بالعلاقة $\bar{x} \geq 0.5$:

- **للإختبار γ_B:**

تتعين C من المتراجحة $\lambda \leq k$ ، حيث $k = \frac{b \times g(\theta_1)}{a \times g(\theta_0)} = \frac{3}{7}$ و

$$\lambda = e^{-\frac{1}{2}\Sigma(x_i-0)^2} / e^{-\frac{1}{2}\Sigma(x_i-1)^2} = e^{-\frac{1}{2}\Sigma[(x_i-0)^2-(x_i-1)^2]} = e^{-\Sigma x_i + 8}$$

$$\lambda \leq k \Rightarrow e^{-\Sigma x_i + 8} \leq \frac{3}{7} \Rightarrow \Sigma x_i \geq [-Ln(\frac{3}{7}) + 8] = 8.8473 \Rightarrow \bar{x} \geq 0.553$$

- **للاختبار γ_{MP}** بالقياس $\alpha_{MP} = 0.05$:

تتعين C من المتراجحة $\bar{x} \geq k$ ونحسب k بحل المعادلة التالية:

$$\mathbf{0.05} = P(\lambda \leq k|\theta_0) = P(\bar{x} \geq k|\theta = 0)$$

$$\bar{x} \sim N\left(0, \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \mathbf{0.05} = P(Z \geq (k-0) \times 4) = P(Z \geq 4k) \Rightarrow$$

$$4k = 1.645 \Rightarrow k = 0.41125 \Rightarrow \bar{x} \geq 0.41125$$

- **للإختبار γ_{MM}:**

تتعين C من المتراجحة $\bar{x} \geq 0.5$ إذا تحقق الشرط $a \times \alpha_{MM} = b \times \beta_{MM}$ ولأن $a = b$ ، إذا تحقق $\alpha_{MM} = \beta_{MM}$:

$$\alpha_{MM} = P(\bar{x} \geq 0.5|\theta_0)$$

$$\bar{x} \sim N\left(0, \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \alpha_{MM} = P(Z \geq (0.5-0) \times 4) = P(Z \geq 2.0) = 0.0228$$

$$\boldsymbol{\beta_{MM} = P(\bar{x} < 0.5|\theta_1)}$$

$$\boldsymbol{\bar{x} \sim N\left(1, \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \beta_{MM} = P(Z < (0.5-1) \times 4) = P(Z < -2.0) = 0.0228}$$

أي تحققت المساواة ، وبالتالي فإن C السابقة هي منطقة الرفض للإختبار γ_{MM}.

3- **أحسب للاختبارات γ_B ، γ_{MP}، γ_{MM} المخاطرات التالية** $r(\gamma, \theta_0)$ ، $r(\gamma, \theta_1)$ ، $B(\gamma)$

- **للاختبار γ_B:** تتعين C بالمتراجحة $\bar{x} \geq 0.553$ ، ومنه:

$$\boldsymbol{\alpha_B} = P(\lambda \leq k|\theta_0) = P(\bar{x} \geq 0.553|\theta = 0)$$

$$\bar{x} \sim N\left(0, \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_B} = P(Z \geq (0.553-0) \times 4) = P(Z \geq 2.21) = 0.00136$$

$$\boldsymbol{\beta_B} = P(\lambda \geq k|\theta_1) = P(\bar{x} \leq 0.553|\theta = 1)$$

$$\bar{x} \sim N\left(1, \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\beta_B} = P(Z \leq (0.553-1) \times 4) = P(Z \leq -1.79) = 0.0367$$

$$r(\gamma_B, \theta_0) = a\alpha_B = 5 \times 0.00136 = 0.0068 \quad \& \quad r(\gamma_B, \theta_1) = b\beta_B = 5 \times 0.0367 = 0.1835$$

$$B(\gamma_B) = 0.0068 \times 0.7 + 0.1835 \times 0.3 = 0.05981$$

- **للإختبار γ_{MP} بالقياس $\alpha_{MP} = 0.05$** تتعين C بالمتراجحة $\bar{x} \geq 0.41125$ ، ومنه:

$$\beta_{MP} = P(\lambda \geq k|\theta_1) = P(\bar{x} \leq 0.41125|\theta = 1)$$

$$\bar{x} \sim N\left(1, \frac{1}{16}\right) \Rightarrow \boldsymbol{\beta_{MP}} = P(Z \le (0.41125 - 1) \times 4) = P(Z \le -2.36) = 0.0091$$

$$r(\gamma_{MP}, \theta_0) = a\alpha_{MP} = 5 \times 0.05 = 0.25 \quad \& \quad r(\gamma_{MP}, \theta_1) = b\beta_{MP} = 5 \times 0.0091 = 0.0455$$

$$B(\gamma_{MP}) = 0.25 \times 0.7 + 0.0455 \times 0.3 = 0.18865$$

- **<u>للإختبار $\boldsymbol{\gamma_{MM}}$:</u>** تتعين C بالمتراجحة $\bar{x} \ge 0.5$ ، وأن $\alpha_{MM} = \beta_{MM} = 0.0228$، ومنه:

$$r(\gamma_{MM}, \theta_0) = a\alpha_{MM} = 5 \times 0.0228 = 0.114 \quad \Rightarrow \quad r(\gamma_{MM}, \theta_0) = r(\gamma_{MM}, \theta_1) = B(\gamma_{MM}) = 0.114$$

<u>4- وضح كيف يتفوق كل من الاختبارات الثلاثة $\boldsymbol{\gamma_B}$ ، $\boldsymbol{\gamma_{MP}}$، $\boldsymbol{\gamma_{MM}}$على بقية الإختبارات:</u>

- يتفوق $\boldsymbol{\gamma_B}$ على البقية بأن $\boldsymbol{B(\gamma_B)}$ هي الأقل، كما يلي:

$$B(\gamma_B) = 0.05981 \le B(\gamma_{MP}) = 0.18865$$

$$B(\gamma_B) = 0.05981 \le B(\gamma_{MM}) = 0.114$$

- يتفوق $\boldsymbol{\gamma_{MP}}$ على البقية بأن β_{MP} هي الأقل بشرط تحقق الشرط الأول $\alpha \le \alpha_{MP}$:

$$\alpha_B = 0.00136 \le \alpha_{MP} = 0.05 \Rightarrow \beta_{MP} = 0.0091 \le \beta_B = 0.0367$$

$$\alpha_{MM} = 0.0228 \le \alpha_{MP} = 0.05 \Rightarrow \beta_{MP} = 0.0091 \le \beta_{MM} = 0.0228$$

- يتفوق $\boldsymbol{\gamma_{MM}}$ على البقية بأن $\boldsymbol{Max}\,\{\boldsymbol{r(\gamma_{MM}, \theta_0)}, \boldsymbol{r(\gamma_{MM}, \theta_1)}\} = 0.114$ هي الأقل:

$$Max\,\{r(\gamma_{MP}, \theta_0), r(\gamma_{MP}, \theta_1)\} = Max\,\{0.25\ \ , 0.0455\ \} = 0.25$$

$$Max\,\{r(\gamma_B, \theta_0), r(\gamma_B, \theta_1)\} = Max\,\{0.0068\ \ , 0.1835\} = 0.1835$$

واضح أن 0.114 للاختبار γ_{MM} هي أقل من 0.25 و 0.1835 لبقية الاختبارات.

الباب 5 الواجب (1): نأخذ عينة بالقياس $n=25$ من التوزيع $f(x;\theta) = N(\theta,16)$ لإختبار:

$$H_0:\theta=3 \;\; vs \;\; H_1:\theta=5$$

تحت دالة الخسارة والتوزيع المبدئي:

$$g(\theta_0)=0.6, \;\; g(\theta_1)=0.4, \;\; a=\ell(a_1,\theta_0)=9, \;\; b=\ell(a_0,\theta_1)=1.96$$

استفد من أن دالة البيانات تنتمي الى العائلة الأسية وأن المتراجحة $\lambda \le k$ التي تحدد منطقة الرفض $\boldsymbol{C}$ ستنتهي الى الشكل التالي $\boldsymbol{\Sigma x_i \ge k}$ أو الى الشكل المكافئ التالي $\boldsymbol{\bar{x} \ge k}$.

عالج إختبار الفرضية كمسألة اتخاذ القرار، وأجب على مايلي:

1- ماهي الظروف والإجراءات البسيطة ودالة الخسارة $\ell(a,\theta)$؟

2- أحسب منطقة الرفض $\boldsymbol{C}$ للاختبار $\boldsymbol{\gamma_B}$ ، وثم للاختبار $\boldsymbol{\gamma_{MP}}$ بالقياس $\boldsymbol{\alpha_{MP}=0.05}$ ، واثبت أنها للاختبار $\boldsymbol{\gamma_{MM}}$ تتحدد بالعلاقة $\bar{x} \ge 4.35$.

3- أحسب للاختبارات الثلاثة γ_B ، γ_{MP} ، γ_{MM} المخاطرات التالية: $r(\gamma,\theta_0)$ ، $r(\gamma,\theta_1)$ ، $B(\gamma)$

4- وضح كيف يتفوق كل من الاختبارات الثلاثة γ_B ، γ_{MP} ، γ_{MM} على بقية الاختبارات.

الباب 5 الواجب (2): سنختبر $H_0:\theta=\theta_0$ ضد $H_1:\theta=\theta_1$ كمسألة اتخاذ القرار. وليكن التوزيع المبدئي $g(\theta_0)=0.6$ وخسارة الخطأ الأول 6 وخسارة الخطأ الثاني 3 . وبفرض أن احتمالات الأخطاء من النوع1 و 2 لهذه الاختبارات هي:

	α	β
γ_B	**0.02**	**0.08**
γ_{MP}	**0.03**	**0.07**
γ_{MM}	**0.0317**	**0.0634**

فبين مايلي:

1-الظروف والإجراءات البسيطة ودالة الخسارة $\ell(a,\theta)$؟

2-أحسب لهذه الاختبارات المخاطرات التالية $r(\gamma,\theta_0)$ ، $r(\gamma,\theta_1)$ ، $B(\gamma)$

3-وضح كيف يتفوق كل من الاختبارات الثلاثة γ_B ، γ_{MP} ، γ_{MM} على بقية الاختبارات.