

2-2 صياغات البرمجة الخطية LP FORMULATIONS

نقدم في هذا القسم نموذجين للبرمجة الخطية . وسوف نلاحظ سهولة تحديد متغيرات القرار في هذين المثالين . وسوف نقدم فيما بعد ، في قسم 2-3 ، صياغات أخرى تحتاج إلى مجهود أكبر في عملية تحديد واستخدام متغيرات القرار .

مثال 1-2-2 (سياسة الاقراض في البنك) . بفرض أن هناك مؤسسة مالية (بنك) تريد صياغة سياستها الاقراضية للربع سنة القادم . وقد خصص مبلغ \$12 مليون لهذا الغرض . وتمنح القروض لانواع مختلفة من العملاء . ويتضمن الجدول الاتي الانواع المختلفة من القروض ، ومعدل الفائدة على هذه القروض ، وإحتمال الديون المدومة كما تم تقديره من الخبرة السابقة :

نوع القرض	معدل الفائدة	احتمال الديون المدومة
شخصي	.140	.10
سيارات	.130	.07
سكني	.120	.03
مزارع	.125	.05
تجاري	.100	.02

ويفترض أنه لن يتم تحصيل الديون المدومة وبالتالي لن تكون هناك فائدة عليها . وتتطلب المنافسة بين البنك وبين المؤسسات المالية الأخرى في نفس المنطقة تخصيص 40% على الأقل من مجموع الأموال إلى القروض الزراعية والتجارية . ولمساعدة العمران السكني في المنطقة فيجب أن تكون القروض السكنية 50% على الأقل من مجموع القروض الثلاثة : الشخصية ، السيارات ، والسكنية . ويرغب البنك بصفة عامة في أن لا تزيد نسبة الديون المدومة على كل القروض عن 04.

النموذج الرياضي Mathematical Model

يمكن تحديد متغيرات النموذج كالآتي :

$$x_1 = \text{القروض الشخصية (بملايين الدولارات)}$$

$$x_2 = \text{قروض السيارات}$$

$$x_3 = \text{قروض اسكان}$$

$$x_4 = \text{قروض المزارع}$$

$$x_5 = \text{قروض تجارية}$$

ويهدف البنك إلى تعظيم العائد من سياسة الاقراض والمتمثل في الدخل المحقق من الفائدة على القروض مطروحا منه الخسارة نتيجة الديون المعدومة . وحيث أنه لن يتم تحصيل الديون المعدومة (أى أصل القرض + فائدته) فيمكن كتابة دالة الهدف كالآتي :-

المطلوب تعظيم

$$z = .14(.9x_1) + .13(.93x_2) + .12(.97x_3) + .125(.95x_4) + .1(.98x_5) - .1x_1 - .07x_2 - .03x_3 - .05x_4 - .02x_5$$

وبعد تبسيط هذه الدالة تصبح :

$$z = +.026x_1 + .0509x_2 + .0864x_3 + .06875x_4 + .078x_5$$

ويوجد للمشكلة خمسة قيود :-

(1) المبلغ الاجمالي

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 12$$

(2) القروض الزراعية والتجارية

$$x_4 + x_5 \geq .4 \times 12$$

أو

$$x_4 + x_5 \geq 4.8$$

(3) القروض السكنية .

$$x_3 \geq .5 (x_1 + x_2 + x_3)$$

(4) قيد الديون المعدومة

$$\frac{.1x_1 + .07x_2 + .03x_3 + .05x_4 + .02x_5}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5} \leq .04$$

أو

$$.06x_1 + .03x_2 - .01x_3 + .01x_4 - .02x_5 \leq 0$$

(5) شرط عدم السالبة

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0$$

مثال 2-2-2 (استخدام وتطوير الاراضى) تمتلك احدى الشركات العقارية 800 فدان من الاراضى على بحيرة طبيعية في وسط احدى المدن. ولم يكن هناك في الماضى أية اجراءات تنظم الانشاءات الجديدة حول البحيرة. وقد امتلأ شاطئ البحيرة في الوقت الحاضر بمنازل لقضاء العطلات. وبسبب عدم وجود صرف صحى في المنطقة يتم التصريف في حاويات تنبعث منها روائح كريهة ترتب عليها تلوث في مياه الشرب. ولحماية مياه الشرب من أي تدهور آخر قررت أمانة المدينة أن تضع قيوداً مشددة على كل الانشاءات الجديدة:

- 1- لا يتم تشييد إلا المساكن التي تسع لعائلة واحدة، ولأثنين، ولثلاثة فقط على أن يكون عدد المساكن التي تسع لعائلة واحدة 50% على الأقل من المجموع.
- 2- ولتحديد عدد حاويات الصرف الصحى لابد من وجود مساحات 2، 3، و 4 أفدنة على الأقل للمساكن التي تسع لعائلة واحدة، ولأثنين، ولثلاثة على التوالي.
- 3- يجب إنشاء متنزهات مساحة كل منها فدان على الأقل بمعدل متنزه لكل 200 عائلة.
- 4- وللمحافظة على بيئة البحيرة، لا يصرح بعمل مضخات مياه جوفية للاستخدام السكنى أو للحدائق.

ويدرس رئيس الشركة العقارية امكانية تطوير الـ 800 فدان التي تمتلكها الشركة حول البحيرة. وسوف تتضمن الانشاءات الجديدة مساكن لعائلة واحدة، ولأثنين، ولثلاثة. وقد قدر أن حوالى 15% من المساحة سوف تستهلك في الشوارع والمنافع العامة. كما قدر أيضاً أن العائد من الوحدات السكنية المختلفة سيكون كالآتي:

الوحدة السكنية	واحدة	لاثنين	لثلاثة
العائد للوحدة \$	10,000	15,000	20,000

وستناسب تكلفة توصيل خدمة المياه مع عدد الوحدات التي سيتم إنشاؤها. وقد اشترطت أمانة المدينة أنه يجب تحصيل ما لا يقل عن 100,000 \$ حتى يكون المشروع مجدى إقتصادياً. يضاف إلى ذلك، أن التوسع في نظام المياه أكثر من طاقته الحالية لن يتعدى 200,000 جالون في اليوم أثناء فترات الذروة. وتلخص البيانات الآتية تكلفة توصيل خدمة المياه واستهلاك المياه المفترض للعائلة متوسطة الحجم.

للمتنزهات	ثلاثة	لاثنين	واحدة	الوحدة السكنية
800	1400	1200	1000	خدمة المياه تكلفة الوحدة (\$)
450	840	600	400	استهلاك المياه للوحدة (جالون/يوم)

النموذج الرياضي :

يجب أن تقرر الشركة ماهو عدد الوحدات التي يجب انشاؤها من كل نوع من انواع السكن مع عدد المتنزهات التي تطلبها أمانة المدينة . افترض أن :-

x_1 = عدد الوحدات السكنية لعائلة واحدة .

x_2 = عدد الوحدات السكنية لعائلتين . x_4 = عدد المتنزهات

x_3 = عدد الوحدات السكنية لثلاث عائلات :

وبذلك يصبح هدف الشركة تعظيم العائد الاجمالي . وعلى ذلك تكون دالة الهدف كالآتي :-

$$z = 10,000 x_1 + 15,000 x_2 + 20,000 x_3 \quad \text{تعظيم}$$

وتشتمل قيود المشكلة على :-

- 1- قيد على استخدام الارض .
 - 2- قيد خاص بمتطلب سكن العائلة الواحدة مقارنة بالمساكن الاخرى .
 - 3- قيد خاص بمتطلب المتنزهات .
 - 4- المتطلبات الرأسمالية لتوصيل خدمة المياه .
 - 5- قيد خاص بالاستهلاك اليومي للمياه في أوقات الذروة .
- ويتم التعبير عن هذه القيود رياضيا كالآتي :

(1) استخدام الارض

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 1x_4 \leq 680$$

(2) سكن لعائلة واحدة

$$\frac{x_1}{x_1 + x_2 + x_3} \geq .5$$

أو

$$.5x_1 - .5x_2 - .5x_3 \geq 0$$

(3) المتنزهات

$$x_4 \geq \frac{x_1 + 2x_2 + 3x_3}{200}$$

$$200x_4 - x_1 - 2x_2 - 3x_3 \geq 0$$

أو

(4) رأس المال

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1400x_3 + 800x_4 \geq 100,000$$

(5) إستهلاك المياه

$$400x_1 + 600x_2 + 840x_3 + 450x_4 \leq 200,000$$

(6) شرط عدم السالبة

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

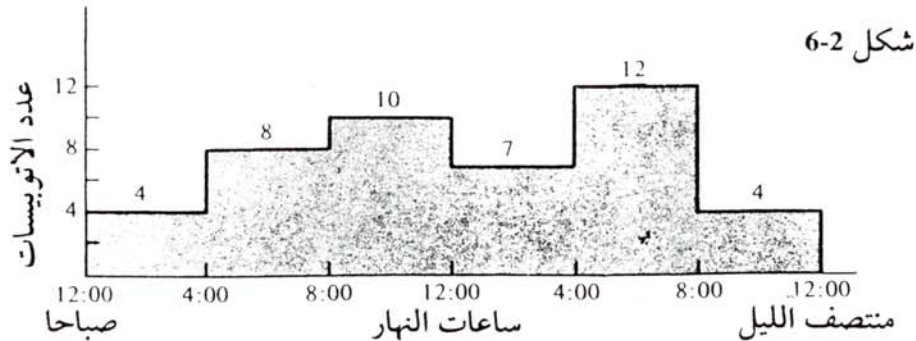
3-2 صياغات إضافية للبرمجة الخطية

ADDITIONAL "LP" FORMULATIONS

قدمنا في القسم 2-2 صياغتين للبرمجة الخطية كان من السهل فيها تحديد متغيرات القرار وتحديد القيود ودالة الهدف. ونقدم في هذا الفصل ثلاث صياغات إضافية تحتاج إلى مهاره في تحديد المتغيرات واستخدامها في النموذج. والهدف من ذلك هو تعريف القارئ بأفكار جديده في بناء النموذج.

مثال 1-3-2 (مشكلة جدولة مواعيد الاتوبيس)

تدرس إحدى المدن إمكانية إقامة نظام نقل جماعي عام بالاتوبيسات يمكن أن يخفف من مشكلة العادم والضجيج من خلال تقليل حركة السيارات داخل المدينة. وتحاول الدراسة المبدئية أن تحدد أدنى عدد من الاتوبيسات الذي يمكن أن يقوم بعملية النقل المطلوبة. وبعد تجميع المعلومات المطلوبة، لاحظ مهندسوا المدينة أن الحد الأدنى من العدد المطلوب لعملية النقل يتغير على مدار اليوم. وبتجميع بيانات أكثر تبين أنه يمكن افتراض ثبات العدد المطلوب من الاتوبيسات على مدار 4 ساعات متتالية (أي أن العدد يتغير كل 4 ساعات). ويلخص شكل 6-2 ما توصل إليه المهندسون. وقد تقرر تنفيذ الصيانة اليومية المطلوب بحيث يستطيع كل اتوبيس أن يعمل 8 ساعات متتالية يوميا.



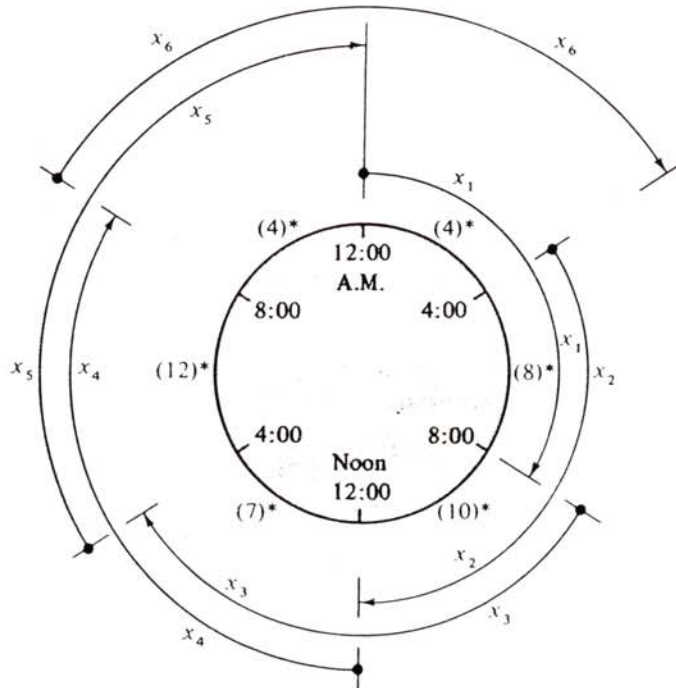
Mathematical Representation

التمثيل الرياضي

المطلوب هو تحديد عدد الاتوبيسات التي سستعمل على دوريات مختلفة (متغيرات القرار) بما يكفي لمقابلة الحد الأدنى من الطلب (القيود) وبما يحقق أدنى عدد اجمالي من الاتوبيسات العاملة في اليوم (الهدف).

ولعلك تلاحظ أن تعريف المتغيرات غير واضح . فنحن نعلم أن كل اتوبيس سيعمل وردية 8 ساعات ، ولكننا لانعلم متى ستبدأ هذه الوردية . فإذا تتبعنا جدول الورديات العادي الذي يشتمل على ثلاث دوريات (8:01 صباحا - 4:00 مساء ، 4:01 مساء - 12:00 منتصف الليل ، 12:01 - 8:00 صباحا) وبافتراض أن x_1 ، x_2 ، x_3 تمثل عدد الاتوبيسات التي ستبدأ في الوردية الاولى ، الثانية ، والثالثة ، يمكننا أن نرى من شكل 6-2 أن $x_1 \geq 10$ ، $x_2 \geq 12$ ، $x_3 \geq 8$ ، ويعني ذلك أن أدنى عدد من الاتوبيسات $x_1 + x_2 + x_3 = 10 + 12 + 8 = 30$ اتوبيس يوميا .

ويعتبر هذا الحل مقبولا فقط إذا تطابقت الورديات مع الجدول العادي للورديات الثلاثة . وعلى أي حال ، قد تكون هناك ميزة من السماح لنموذج الحل الأمثل أن يختار «أفضل» وقت لإبتداء الوردية . والطريقة المعقولة لتنفيذ ذلك هي السماح للوردية أن تبدأ كل 4 ساعات . ويشرح الشكل 7-2 هذا المفهوم حيث يمكن أن تبدأ الورديات



* تمثل الحد الأدنى المطلوب لفترة 4 ساعات

شكل 7-2

(المشتركة في بعض الزمن) عند الساعة 12:01 صباحاً، 4:01 صباحاً، 8:01 صباحاً، 12:01 مساءً، 4:01 مساءً، 8:01 مساءً حيث تستمر كل وردية 8 ساعات متتالية. ويمكننا الآن أن نعرف المتغيرات.

$$\begin{aligned} x_1 &= \text{عدد الاتوبيسات التي ستبدأ الساعة 12:01 صباحاً.} \\ x_2 &= \text{عدد الاتوبيسات التي ستبدأ الساعة 4:01 صباحاً.} \\ x_3 &= \text{عدد الاتوبيسات التي ستبدأ الساعة 8:01 صباحاً.} \\ x_4 &= \text{عدد الاتوبيسات التي ستبدأ الساعة 12:01 مساءً.} \\ x_5 &= \text{عدد الاتوبيسات التي ستبدأ الساعة 4:01 مساءً.} \\ x_6 &= \text{عدد الاتوبيسات التي ستبدأ الساعة 8:01 مساءً.} \end{aligned}$$

وبذلك يمكن كتابة النموذج الرياضي كالآتي (أنظر شكل 2-7):

$$z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \quad \text{المطلوب تدنية:}$$

بشرط أن:

$$\begin{aligned} x_1 + x_6 &\geq 4 && \text{(صباحا 4:00 - صباحا 12:01)} \\ x_1 + x_2 &\geq 8 && \text{(صباحا 8:00 - صباحا 4:01)} \\ x_2 + x_3 &\geq 10 && \text{(ظهرا 12:00 - صباحا 8:01)} \\ x_3 + x_4 &\geq 7 && \text{(مساء 4:00 - مساء 12:01)} \\ x_4 + x_5 &\geq 12 && \text{(مساء 8:01 - مساء 4:01)} \\ x_5 + x_6 &\geq 4 && \text{(مساء 12:00 - مساء 8:01)} \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

ستندهش إذا علمت أن الحل الأمثل لهذا النموذج يتطلب استخدام 26 أتوبيسا فقط بحيث تبدأ 10 أتوبيسات الساعة 4:01 صباحاً (x_2)، 12 أتوبيس الساعة 12:01 مساءً (x_4)، 4 أتوبيسات الساعة 8:01 مساءً (x_6) ولن تكون هناك وريديات تبدأ الساعة 12:01 صباحاً، 8:01 صباحاً، 4:01 مساءً (أي أن: $x_1 = x_3 = x_5 = 0$). لذلك، بالسماح للحل أن يختار زمن بداية كل وردية (بالمقارنة بجدول الوريديات العادي) أمكن تخفيض عدد الاتوبيسات اليومي من 30 إلى 26.

تطبيق 1-3-2

(أ) ادرس تطبيق النموذج السابق على الحالات الآتية:

(1) عدد الممرضات في المستشفى.

(2) عدد ضباط الشرطة في المدينة.

(3) عدد العمال في مطعم يعمل 24 ساعة يوميا .

(4) عدد عمال التليفون في مركز التليفونات .

(ب) اذا كانت تكاليف تشغيل الاتوبيسات التي تبدأ بين 8:01 صباحاً و 8:00 مساءً تبلغ حوالى 80% من تكلفة تشغيل الاتوبيسات التي تبدأ بين 8:01 مساءً و 8:00 صباحاً، فكيف يمكن ادخال هذه المعلومات إلى النموذج؟
[الاجابة : غير دالة الهدف لتكون $(x_1 + x_2 + x_6) + 0.8(x_3 + x_4 + x_5) = z$ تدنية].

مثال 2-3-2 (مشكلة خسارة قصاصات الورق) تنتج احدى شركات الورق انتاجها من لفات ورق بمقاس عرض نمطى 20 قدم للفة . وقد طلب أحد العملاء طلبية بمقاسات عرض مختلفة عن طريق شق اللفات النمطية . ويتضمن الجدول الآتي الطلبيات النمطية (والتي يمكن أن تتغير من يوم إلى يوم) :

عدد اللفات المطلوبة	مقاس العرض المطلوب (بالقدم)	الطلبية
150	5	1
200	7	2
300	9	3

وعملياً، يتم تنفيذ الطلبية من خلال ضبط سكاكين القطع على مقاسات العروض المطلوبة . ويوجد عدد من الطرق لتقطيع اللفة النمطية ذات مقاس عرض 20 قدم للوفاء بالطلبية المعينة . ويظهر شكل 8-2 ثلاثة أوضاع مختلفة لسكاكين القطع . وعلى الرغم من وجود طرق ضبط اخرى للسكاكين، فسوف نقصر المناقشة على الثلاثة طرق A ، B ، C في الشكل 8-2 . يلاحظ أنه يمكن تجميع الطرق الثلاثة في عدد من الطرق للوفاء بالطلبات بعرض 5 ، 7 ، 9 قدم . وفيما يلي مثالين عن هذا التجميع الممكن :

١ - قطع 300 لفة نمطية باستخدام الضبط A و 75 لفة باستخدام الضبط B .

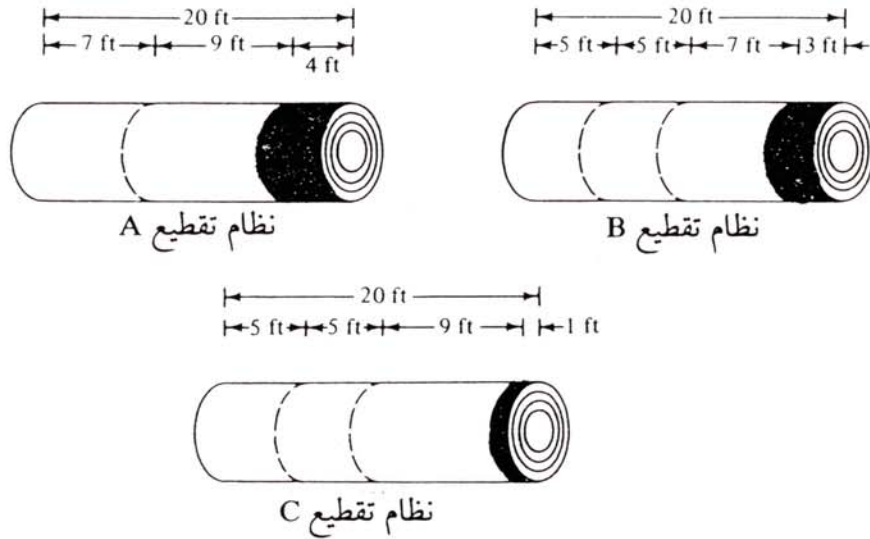
٢ - قطع 200 لفة نمطية باستخدام الضبط A و 100 لفة باستخدام الضبط C .

أي من التجميعين يعتبر أفضل؟ يمكننا الاجابة على هذا السؤال بالتركيز على القصاصات (الفاقد) التي ستخرج من كل نظام قطع . وتظهر الأجزاء المظلمة في الشكل 8-2 الزيادات من اللفة التي ليست بالمقاس الكافي للوفاء بالطلبات المطلوبة . هذه الزيادات هي ما يطلق عليه " خسارة القصصات trim loss " . وبذلك يمكننا تقييم أفضلية كل نظام قطع عن طريق احتساب خسارة القصاصات الناتجة منه . وعلى أى

حال ، حيث أن مقاس هذه الزيادة يكون مختلفا ، فيجب أن يقوم تقييمنا على مساحة القصاصات بدلا من عدد اللفات الزائدة . ولذلك ، بافتراض أن الطول النمطي لللفه هو L قدم ، اذن يمكننا احتساب مساحة القصاصات كالآتي (أنظر شكل 8-2):

$$\text{قدم مربع} | 1425L = 300 (4 \times L) + 75 (3 \times L) \quad \text{تجميع 1}$$

$$\text{قدم مربع} | 900L = 200 (4 \times L) + 100 (1 \times L) \quad \text{تجميع 2}$$



شكل 8-2

هذه المساحات الناتجة تتمثل في الاجزاء المظلمة فقط في شكل 8-2. لاحظ أن أي زيادات عن الكميات المطلوبة من إنتاج اللفات 5 ، 7 ، 9 أقدام يجب أن تؤخذ في الاعتبار أيضا عند احتساب خسارة القصاصات . لذلك في التجميع 1 ، سترتب على النظام A انتاج زائد قدره 100 لفة 7 قدم زيادة (200-300) ، كما ينتج النظام B 75 لفة 7 قدم زيادة . وبذلك ستكون هناك قصاصات اضافية مساحتها بالقدم المربع قدرها $1225L = 7 \times 175$. أما في التجميع 2 فلن يكون هناك انتاج زائد من اللفات 7 ، 9 قدم ولكن سيكون هناك انتاج زائد من اللفات 5 قدم في نظام C عددها 50 لفة (150-200) مع قصاصات مساحتها بالقدم المربع $250L = 5 \times 50$. ونتيجة لذلك يصبح لدينا:

$$\left(\begin{array}{c} \text{مساحة خسارة القصاصات الكلية} \\ \text{للتجميع 1} \end{array} \right) = 1425L + 1225L = 2650L \text{ ft}^2$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{مساحة خسارة القصاصات الكلية} \\ \text{للتجميع 2} \end{array} \right) = 900L + 250L = 1150L \text{ ft}^2$$

وكما هو واضح أن التجميع 2 أفضل لأنه يحقق مساحة خسارة قصاصات أقل من التجميع 1. ويلاحظ أن الحصول على حل أمثل لهذه المشكلة يتطلب بالضرورة تحديد كل نظم القطع الممكنة ثم حصر كل التجميعات الممكنة. وعلى الرغم من إمكانية تحديد كل نظم القطع، فقد لا يكون في الامكان حصر كل التجميعات الممكنة. وبذلك توجد حاجة ماسة إلى وجود مدخل منظم للقيام بعملية الحصر. وهذا ماسيقوم به نموذج البرمجة الخطية.

التمثيل الرياضي

نحن نحاول تحديد تجميعات القطع (المتغيرات) التي ستفي بالطلبات المطلوبة (القيود) بحيث يتم تدنية مساحة خسارة القصاصات إلى أدنى حد ممكن (الهدف). ويلاحظ أنه يجب التعبير عن المتغيرات بطريقة مفهومة للمسئول عن التقطيع. وقد تم بناء التجميعين السابقين (1)، (2) بحيث يتم تعريف المتغيرات على أنها عدد اللفات النمطية التي سيتم تقطيعها طبقا لنظام القطع المعين. ويتطلب ذلك التعريف تحديد كل نظم القطع كما يلخصها الجدول الآتي (لاحظ أن مقياس العرض النمطي لللفه قبل تقطيعها = 20 قدم).

العدد الأدنى من اللفات	نظام التقطيع						مقياس العرض المطلوب بالقدم
	1	2	3	4	5	6	
150	0	2	2	4	1	0	5
200	1	1	0	0	2	0	7
300	1	0	1	0	0	2	9
خسارة							
القصاصات في							
	4	3	1	0	1	2	القدم الطولي

ويلاحظ أن نظم التقطيع 1، 2، 3 معطاة في شكل 2-8 بالرموز A، B، C على التوالي. ويجب أن تقنع نفسك بصحة نظم القطع الأخرى وأنه لا توجد طريقة أخرى غير هذه الطرق الستة. تذكر أن طريقة القطع المطلوبة لا يجب أن تعطى خسارة قصاصات عرضها 5 قدم أو أكثر وإلا أصبحت صالحة لانتاج وحدات الطلبية الأولى ولم تعد من ضمن القصاصات. وللتعبير عن النموذج رياضيا افترض :-

x_j = عدد اللفات النمطية التي سيتم تقطيعها وفقا لنظام القطع j ($j = 1, 2, \dots, 6$).

وتتطلب قيود النموذج الوفاء بالحد الأدنى من العدد المطلوب لكل طلبية. لذلك يمكن باستخدام نظم القطع المذكورة في الجدول السابق أن نحصل على:

$$\text{عدد اللفات الواجب إنتاجها بمقاس عرض 5 قدم} = 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 + x_5$$

$$\text{عدد اللفات الواجب إنتاجها بمقاس عرض 7 قدم} = x_1 + x_2 + 2x_5$$

$$\text{عدد اللفات الواجب إنتاجها بمقاس عرض 9 قدم} = x_1 + x_3 + 2x_6$$

ويلاحظ أن هذه المعادلات تمثل العدد الفعلي الذي يجب إنتاجه من الطلبات الثلاثة والذي يجب أن يساوي 150 ، 200 ، 300 لفة على التوالي وهي تمثل كل قيود المشكلة. ولتكوين دالة الهدف، افترض أن y_1 ، y_2 ، y_3 تمثل عدد اللفات الزائدة عن الكمية المطلوبة في الطلبات 5 ، 7 ، 9 قدم على التوالي. إذن:

$$y_1 = 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 + x_5 - 150$$

$$y_2 = x_1 + x_2 + 2x_5 - 200$$

$$y_3 = x_1 + x_3 + 2x_6 - 300$$

وبذلك تصبح المعادلة العامة لقياس مجموع مساحة خسارة القصاصات كالآتي

$$L(4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 + 2x_6 + 5y_1 + 7y_2 + 9y_3) \text{ ft}^2$$

وحيث أن L التي تمثل طول اللفة النمطية تعتبر عامل مشترك في المعادلة، أذن يمكن قسمة كل المعادلة على L بدون التأثير على القيمة المثلى لدالة الهدف. وبناء عليه يمكن كتابته النموذج العام لهذه المشكلة كالآتي:

المطلوب تدنية

$$z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 + 2x_6 + 5y_1 + 7y_2 + 9y_3$$

بشرط أن:

$$2x_2 + 2x_3 + 4x_4 + x_5 - y_1 = 150 \quad (5\text{-ft rolls})$$

$$x_1 + x_2 + 2x_5 - y_2 = 200 \quad (7\text{-ft rolls})$$

$$x_1 + x_3 + 2x_6 - y_3 = 300 \quad (9\text{-ft rolls})$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6$$

$$y_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

تطبيق 2-3-2

(أ) باستخدام جدول أوضاع سكينه التقطيع المعطى في المثال 2-3-2 قم بالتعبير عن كل من الحلول الممكنة الآتية في شكل x_j واحسب مساحة خسارة القصاصات في كل حالة:

- (1) 200 لفة باستخدام نظام 1 و 100 لفة باستخدام نظام 3.
 [الاجابة: $x_1 = 200$ ، $x_3 = 100$ ومساحة خسارة القصاصات = 1150 L قدم مربع]
- (2) 50 لفة باستخدام نظام 2 و 75 لفة باستخدام نظام 5 و 150 لفة باستخدام نظام 6.
 [الاجابة: $x_2 = 50$ ، $x_5 = 75$ ، $x_6 = 150$ ومساحة خسارة القصاصات = 650 L قدم مربع].
- (ب) افترض أن المتاح هو لفات بمقاس نمطى عرض 15 قدم فقط . قم بتجميع كل نظم التقطيع الممكنة لانتاج لفات 5 ، 7 ، 9 قدم واحسب خسارة القصاصات الخاصة بكل نظام بالقدم الطولى .
 [الاجابة: النظم (3,0,0) ، (0,2,0) ، (1,1,0) ، (1,0,1). وخسارة القصاصات بالقدم الطولى للاربعة نظم على التوالي (1,3,1,0)].