

الإختبار الشهري الثاني

٤٨١ رياض

جامعة الملك سعود

كلية العلوم

قسم الرياضيات

تمرين ١ (١٢ درجة)

لتكن متسلسلة الدوال

$$\sum_{n \geq 1} f_n(x)$$
$$f_n(x) = \frac{1}{n^2x + n}$$

(١) لتكن $a > 0$

استعمل اختبار فايرستراش لاثبات التقارب المنتظم للمتسلسلة على $[a, \infty)$

فأثبت أن S

(٢) اذا كان $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$

متصلة على $(0, \infty)$

(٣) أثبت أن S قابلة للإشتقاق على $(0, \infty)$ و أعط S'

(٤) هل المتسلسلة متقاربة في النقطة $x=0$ ؟

تمرين ٢ (٨ درجات)

(١) جد نهاية متتالية الدوال

$$f_n(x) = \frac{ne^x}{n+x} \quad x \in [0, 1]$$

2

(٢) اثبت التقارب المنتظم على $[0, 1]$

4

(٣) استنتج

2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{ne^x}{n+x} dx$$