جامعة الملك سعود	كلية العلوم	قسم الرياضيات

الفصل الأوّل ١٤٣٣-١٤٣٤ هـ/الإختبار الفصلي الأوّل للمقرر ٤٨١-ريض/الزمن: ٩٠ دقيقة

التمرين الأوّل<٥ درجات>:

١) أورد شرط ريمان لقابلية الدالة f للتكامل على الفترة $[a,b]$.

٢) إستعمله لتبين أنه إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ فإن $f \in \mathrm{R}(a,b)$.

التمرين الثاني<٥ درجات>:

١) بين أنه إذا كانت $f \in \mathrm{R}(0,1)$ فإن: $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)dx$.

٢) إستخدم (١) لحساب النهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2+k^2}$.

التمرين الثالث<٥ درجات>:

١) إختبر تقارب التكامل المعتل $I = \int_0^{\infty} \frac{4x}{1+x^6}dx$.

٢) أعط شرطا لازما و كافيا (على α) لتقارب تكامل ريمان المعتل $I(\alpha) = \int_a^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}}$، حيث $a \in \mathrm{R}$.

التمرين الرابع<٥ درجات>:

١) بين أنه إذا كانت $f_n \xrightarrow{u} f$ (بإنتظام) على D و كانت f_n متصلة على D لكل $n \in \mathrm{N}$، فإن f أيضا متصلة على D.

٢) أورد معيار كوشي للتقارب المنتظم لمتتاليات الدوال.

التمرين الخامس <٥ درجات>:

١) أدرس تقارب متتالية الدوال $\{f_n\}_{n\in \mathrm{N}}$ على R، حيث $f_n(x) = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2+n^3}\right)$.

٢) ثم أحسب النهاية $\lim_{n\to\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2+n^3}\right)dx$.

و الله ولي التوفيق