جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات	الفصل الدراسي الثانى العام الدراسي 1434\33 الاختبار الفصلى الثانى	الزمن: ساعتان مقرر: 425 ريض

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

أ) أكتب معادلات ماكسويل ثم استنتج منها معادلة لابلاس والمعادلة الموجية وكذلك الحرارية ثم بين نوع كلا منها . 3

ب) بين أن حل المعادلة الموجية $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ تحت الشروط الحدية 6

$\psi(x,0)=\sin x,\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_{t=0}=\frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}$ يمكن كتابته على الصورة : 9

$$\psi(x,t)=\sin x\cos ct+\frac{1}{2c}\left[\sinh^{-1}\{\frac{2}{\sqrt{3}}(x+ct)+\frac{1}{\sqrt{3}}\}-\sinh^{-1}\{\frac{2}{\sqrt{3}}(x-ct)+\frac{1}{\sqrt{3}}\}\right]$$

السؤال الثاني:

أ) برهن على الدالة $\eta(x,y,z)=\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)+\sin(\alpha y)\cosh(\beta z)$ هى دالة دورية .

ب) إذا كانت معادلة لابلاس فى الاحداثيات الكرتيزية تكتب على الصورة $\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0$, فاثبت أنها 9

فى الإحداثيات القطبية (r,θ) تأخذ الصورة : $\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}=0$ ثم بين أن حلها عن

طريق فصل المتغيرات يكون على الصورة :

$$\phi(r,\theta)=\left(Ar^n+Br^{-n}\right)\left(D\cos n\theta+E\sin n\theta\right) .$$

السؤال الثالث:

أ) أوجد حل المعادلة التفاضلية $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+\frac{1}{k}\frac{\partial\psi}{\partial t}$ والتى تحقق الشروط الحدية 7

$$\psi(0,t)=0,\psi(b,t)=0,\frac{\partial\psi(x,0)}{\partial t}=0,\psi(x,0)=f(x)$$

ب) أوجد حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}-7\frac{\partial^3 z}{\partial x\partial^2 y}+6\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}=\cos(x-y)+(y^2+xy)+e^{(3x+y)}$$

$27-7\times9+6$

$33-63$

$D_x^2-6D_xD_y-6D_y^2$

$(D_x-D_y)\overline{)D_x^3-7D_xD_y^2+6D_y^3}$

$D_x^3-D_yD_x^2$

$-6D_x^2D_y+6D_y^3$

$-6D_x^2D_y+6D_xD_y^2+6D_y^3$

$-6D_xD_y^2+6D_y^3$