

Math 423

Fall 2007

Mid-term exam

قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي

الفصل الأول ٧٠٠٠/٧٠٠٨

جامعة الملك سعود

اوجد الحل العام للمعادلة  $xu_x + yu_y = x^2 - y$  ثم عيّن  
الحل الذي يحقّه  $u(1, y) = y$

٨

استخدم تحليل المؤثر للوصول على الحل العام للمعادلة  
 $u_{xy} = 0$  . ما هو الحل الذي يحقّه

٦

$$u = \cos x, \quad u_x = 1$$

على المستقيم  $y = x$

استخدم فرض المتغيرات لحل المعادلة

$$u_{xx} = 4u$$

٤

$$u_{yy} = e^y$$

اوجد حل المعادلة  
تحت الشروط الابتدائية

٩

$$u_y(x, 0) = x^3, \quad u(x, 0) = e^x$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{du}{x^2 - y} \quad \#$$

1  
D  
⑧

2  $\frac{y}{x} = c_1$

$$\frac{dx}{x} = \frac{du}{x^2 - c_1 x}$$

$$(dx)(x - c_1) = du$$

$$\frac{1}{2} x^2 - c_1 x = u - c_2$$

$$u - \frac{1}{2} x^2 + y = c_2 \quad 2$$

$$F(u - \frac{1}{2} x^2 + y, \frac{y}{x}) = 0$$

$$u = f(y/x) + \frac{1}{2} x^2 - y \quad 2$$

$$u(1, y) = f(y) + \frac{1}{2} - y = y \Rightarrow f(y) = 2y - \frac{1}{2}$$

$$\therefore u(x, y) = 2\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} x^2 - y \quad 2$$

2  $u(x, y) = f(x) + g(y)$

$$u(x, x) = f(x) + g(x) = \cos x$$

$$u_x(x, x) = f'(x) = 1 \Rightarrow f(x) = x + c \quad 2$$

$$g(x) = \cos x - x - c \quad 1$$

$$\therefore u(x, y) = x + c + \cos y - y - c$$

$$= x + \cos y - y \quad 1$$

②  $V(x) = e^{-\lambda^2 x}$

$$\frac{V'}{V} = A \frac{W''}{W} = -\lambda^2$$

②  $u(x, y) = a \cos \frac{\lambda y}{2} + b \sin \frac{\lambda y}{2}$   
 $u(x, y) = e^{-\lambda^2 x} \left( a \cos \frac{\lambda y}{2} + b \sin \frac{\lambda y}{2} \right)$

integrating:  $u_y = e^y + f(x) \quad 2$

bc @:  $u_y(x, 0) = 1 + f(x) = x^3 \Rightarrow f(x) = x^3 - 1 \quad 9$

bc @:  $u_y(x, y) = e^y + x^3 - 1 \Rightarrow u(x, y) = e^y + x^3 y - y + c_1$

bc @:  $u(x, 0) = 1 + g(x) = e^x \Rightarrow g(x) = e^x - 1$

| @:  $u(x, y) = e^y + x^3 y - y + e^x - 1$