

تحليل الحساسية Sensitivity Analysis

صاحب قرار
في مشروع

تم اتخاذ قرارات
بناء على المواد الخام
" هنا لمع قرار "

ثم

صاحب القرار

مثال :
+ ماذا لو زدت سعر المواد
الخام ؟

+ ماذا لو وفرت لي
كمية أكبر من العمال ؟

* تحليل الحساسية : ماذا يحدث بعد إيجاد الحل الأمثل للمسألة ؟

تحليل الحساسية

- دراسة ما بعد إيجاد الحل الأمثل للبرنامج الخطي.
 - مدى حساسية الحل الأمثل للتغير في إحدى معطيات المسألة.
 - إلى أي مدى يمكن زيادة أو إنقاص قيمة أحد:
 - 1 - معاملات المتغيرات في دالة الهدف $\leftarrow C_1, C_2$
 - 2 - الموارد المتاحة (الطرف الأيمن للقيود) $\leftarrow b_1, b_2$ --
- ومعرفة تأثير ذلك في القرارات المتخذة و/أو قيمة دالة الهدف؟

ندرس تأثير تغيير قيمة معلم واحد فقط، مع بقاء بقية المعالم ثابتة.

البرنامج الخطي : $Z = C_1 X_1 + C_2 X_2$ $\begin{matrix} \text{max} \\ \text{or} \\ \text{min} \end{matrix}$

st $\begin{aligned} X_1 + X_2 &\geq b_1 \\ X_1 + X_2 &\leq b_2 \\ &= \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$

تحليل الحساسية

أنواع القيود:

1. القيد الرابط: إذا عوضت بقيمة العنصر الأمثل أصل على الطرف الأيمن

يكون أحد القيود قيداً رابطاً للحل الأمثل (x_1^*, x_2^*) إذا كان هذا القيد محققاً في صورة مساواة عند قيم متغيرات القرار الأمثل.

2. القيد الغير الرابط: إذا عوضت بقيمة العنصر الأمثل لا أصل على الطرف الأيمن

يكون أحد القيود قيداً غير رابطاً للحل الأمثل (x_1^*, x_2^*) إذا كان هذا القيد غير متحقق في صورة مساواة عند قيم متغيرات القرار الأمثل.

• المورد النادر: مورد القيد الرابط يعتبر نادراً، لأنه تم استهلاكه كاملاً.

• المورد المتوفر: مورد القيد غير الرابط يعتبر متوفراً، لأنه لم يتم استهلاكه كاملاً.

تحليل الحساسية

مثال: مسألة إنتاج الدهانات التي تم صياغتها سابقاً.

$$\max z = \overset{C_1}{3000}x_1 + \overset{C_2}{2000}x_2 \quad \text{دالة الهدف}$$

s.t.

$$x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad b_1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \quad b_2$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1 \quad b_3$$

$$x_2 \leq 2 \quad b_4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

قيود

قيود لاسالبية

تحليل الحساسية

الحل الأمثل: $x_1^* = \frac{10}{3}$ and $x_2^* = \frac{4}{3}$ and $z^* = 12666.67$

نقوم بالتعويض في القيود: **أحد نوع القيود:**

$$x_1^* + 2x_2^* = 6 = 6$$

قيد رابط ، مورد نادر

$$2x_1^* + x_2^* = 8 = 8$$

قيد رابط ، مورد نادر

$$-x_1^* + x_2^* = -2 < 1$$

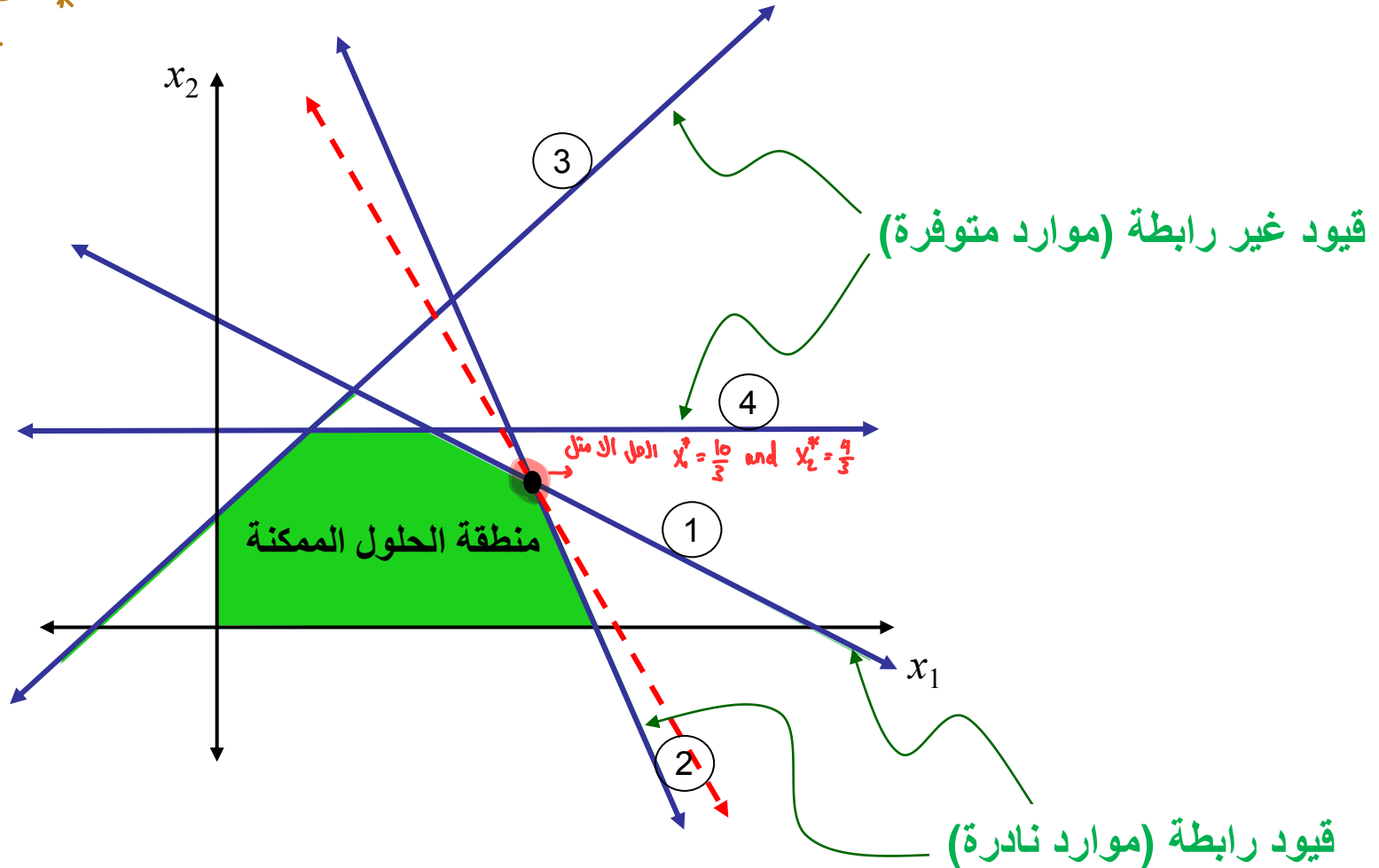
قيد غير رابط ، مورد متوفر

$$x_2^* = \frac{4}{3} = 1.333 < 2$$

قيد غير رابط ، مورد متوفر

تحليل الحساسية

* العمل الأمثل دائماً يكون
عند نقاط القيود
الرابطه



تحليل الحساسية

لنفرض أن دالة الهدف $\max z$ وجميع القيود من نوع " $\leq$ " أقل من أو يساوي

• (1) الزيادة في الموارد النادرة ستؤدي إلى تحسين دالة الهدف.

السؤال 1: إلى أي مدى يمكن زيادة أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟

• (2) النقصان في الموارد المتوفرة سيؤدي إلى توفير الاستهلاك.

السؤال 2: إلى أي مدى يمكن إنقاص أحد الموارد المتوفرة دون التأثير على دالة الهدف؟

تحليل حساسية الموارد النادرة

مثال: مسألة إنتاج الدهانات: المادة الخام B تعتبر مورد نادر.
ما مدى تأثير زيادة طن واحد من المادة الخام B على دالة الهدف؟

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 3000x_1 + 2000x_2 \\ \text{s.t.} \end{aligned}$$

قيد رابط ، مورد نادر $x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad (1)$

قيد رابط ، مورد نادر $2x_1 + x_2 \leq 8+1 \quad (2)$

قيد غير رابط ، مورد متوفر $-x_1 + x_2 \leq 1 \quad (3)$

قيد غير رابط ، مورد متوفر $x_2 \leq 2 \quad (4)$

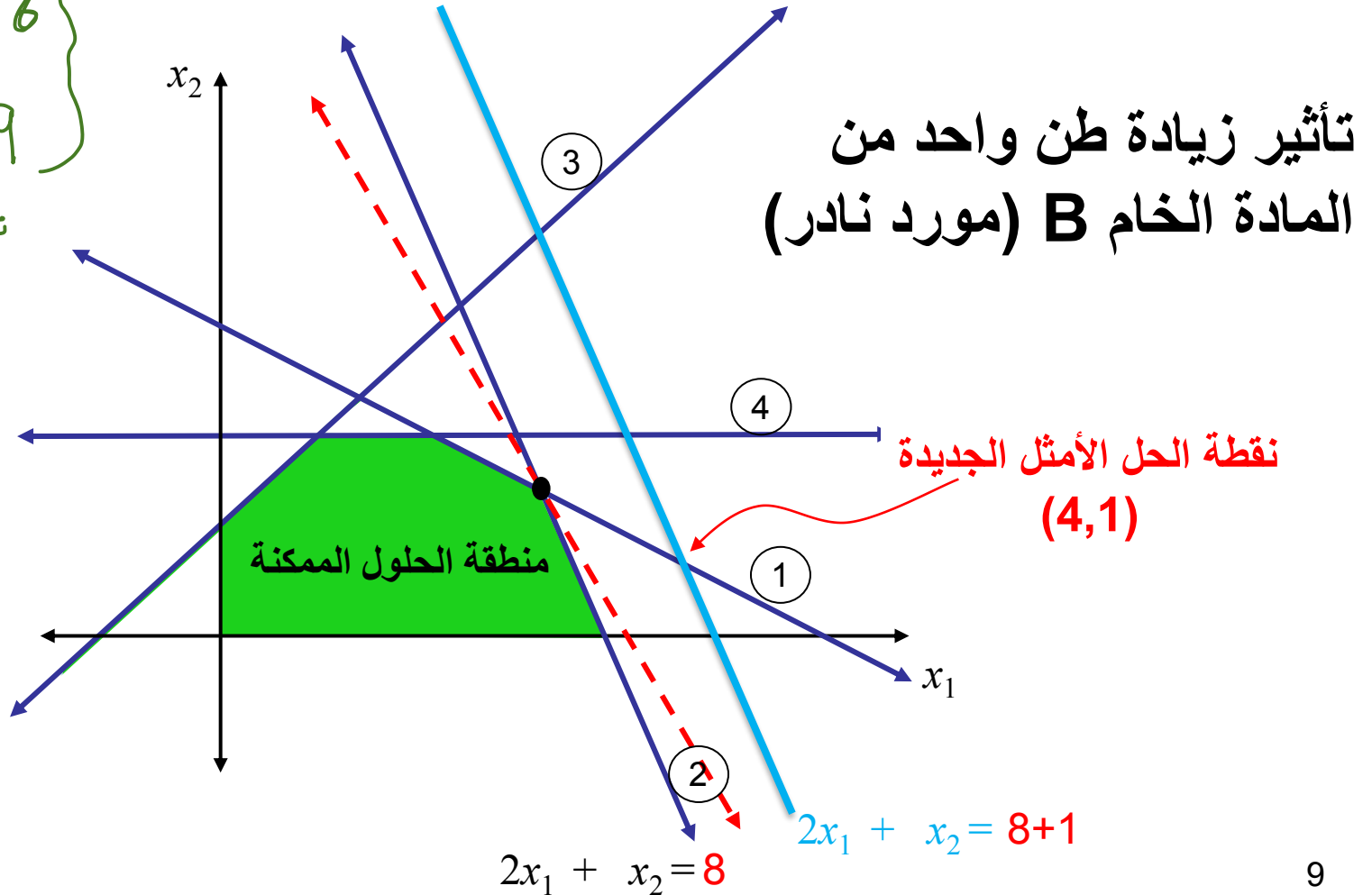
$$x_1 \geq 0 \text{ و } x_2 \geq 0$$

تحليل حساسية الموارد النادرة

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{array} \right\}$$

تحل بالزوايا:

$$\begin{array}{l} x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \\ (4, 1) \end{array}$$



تحليل حساسية الموارد النادرة

نقطة الحل الأمثل الجديدة ستكون عند تقاطع المستقيمين:

$$x_1 + 2x_2 = 6$$

$$2x_1 + x_2 = 8 + 1 = 9$$

الحل الأمثل الجديد

$$Z^* = 3000x_1^* + 2000x_2^*$$

$$x_1^* = 4, \quad x_2^* = 1, \quad z_{new}^* = 14000$$

تأثير زيادة طن واحد من المادة الخام B

$$= z_{new}^* - z_{old}^* = 14000 - 12666.67 = 1333.34 \text{ SR}$$

قيمة Z
بالحل الأمثل القديم $(\frac{10}{3}, \frac{4}{3})$
بعد التعويض في Z بالحل الأمثل الجديد (4,1)

أقصى مبلغ للمنتأه ان تدفعه مقابل الصمول على طن 1 من خام B

تحليل حساسية الموارد النادرة

سؤال: ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟

زيادة اقتصادية $\Leftrightarrow$ كافة الكمية المتاحة من المورد تستهلك بدون فائض

الجواب: إيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المورد بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول.

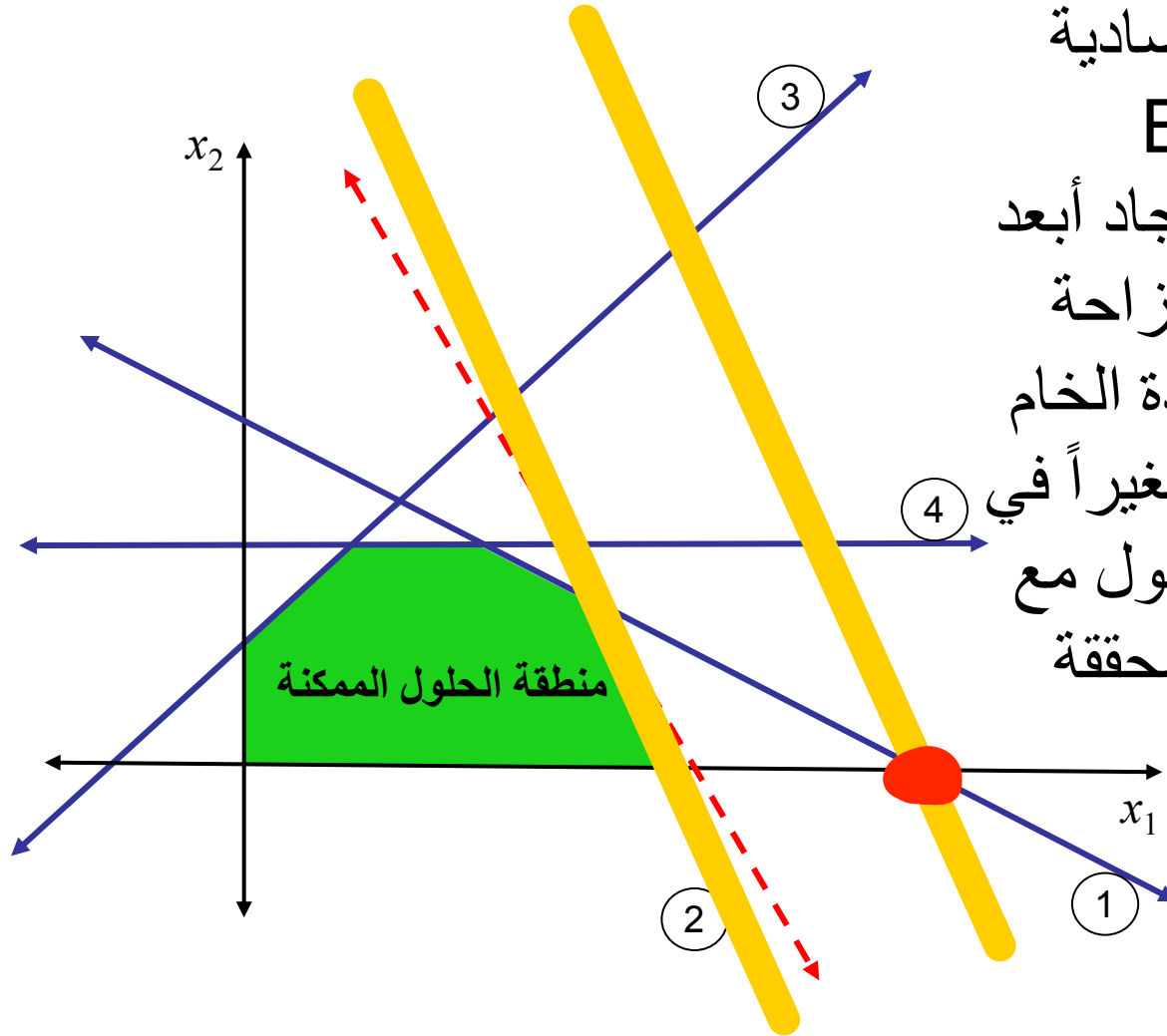
تحليل حساسية الموارد النادرة

من الموارد النادرة: المادة الخام B (القيد 2)

سؤال: ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام B لتحسين دالة الهدف؟

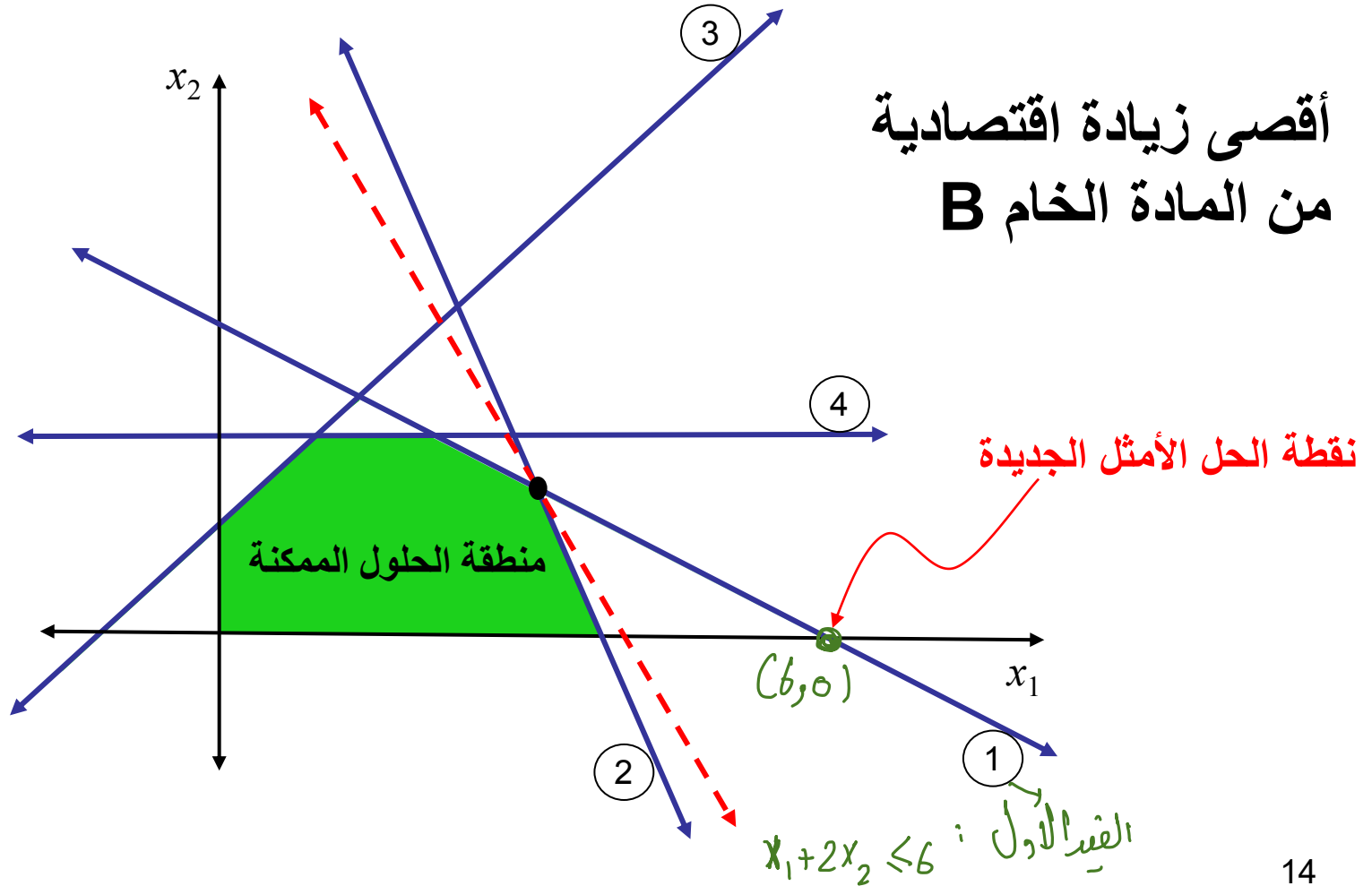
الجواب: إيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المادة الخام B بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول بحيث تكون جميع القيود الأخرى محققة. *

تحليل حساسية الموارد النادرة

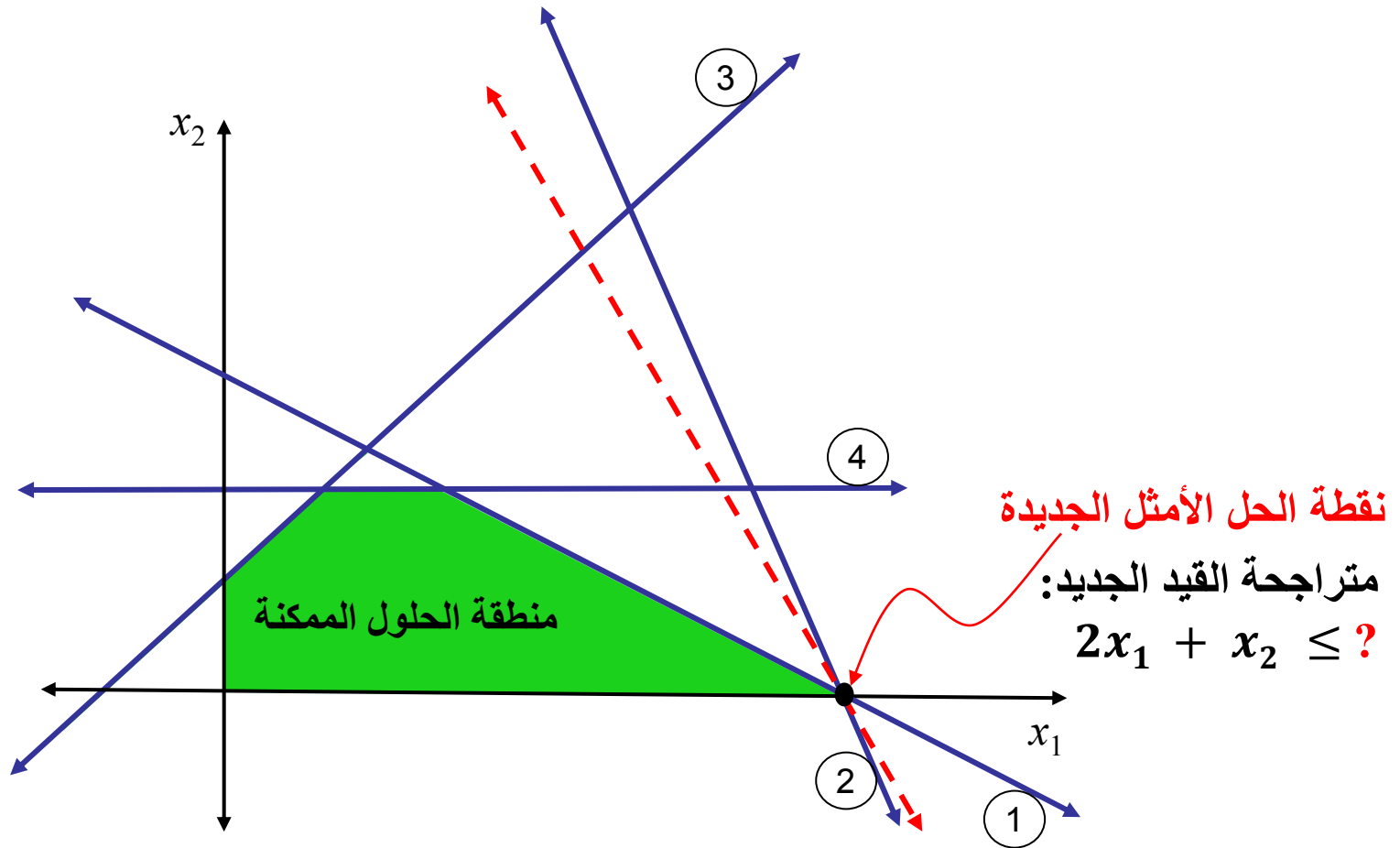


أقصى زيادة اقتصادية
من المادة الخام B
نحصل عليها بإيجاد أبعد
مسافة يمكن بها إزاحة
قيد استهلاك المادة الخام
B بحيث تحدث تغيراً في
منطقة فضاء الحلول مع
بقاء باقي القيود محققة

تحليل حساسية الموارد النادرة



تحليل حساسية الموارد النادرة



تحليل حساسية الموارد النادرة

الحل الأمثل الجديد (عند تقاطع المستقيم (1) $[x_1 + 2x_2 = 6]$ مع المستقيم $(x_2 = 0)$:
 الحل الأمثل الجديد $\rightarrow x_1^* = 6, x_2^* = 0, z^* = 18000$ $z = 3000x_1 + 2000x_2$

القيد الجديد للمادة الخام B هو: $2x_1 + x_2 \leq ?$

بتعويض الحل الأمثل الجديد $(x_1^* = 6, x_2^* = 0)$ في القيد كما يلي:

$$2(6) + (0) = 12$$

إذاً القيد الخطي الجديد هو: $2x_1 + x_2 \leq 12$

الحد الأعلى للمادة الخام B عند الحل الأمثل الجديد = 12 طن

أقصى زيادة اقتصادية للمادة الخام B = $8 - 12 = -4$ أطنان

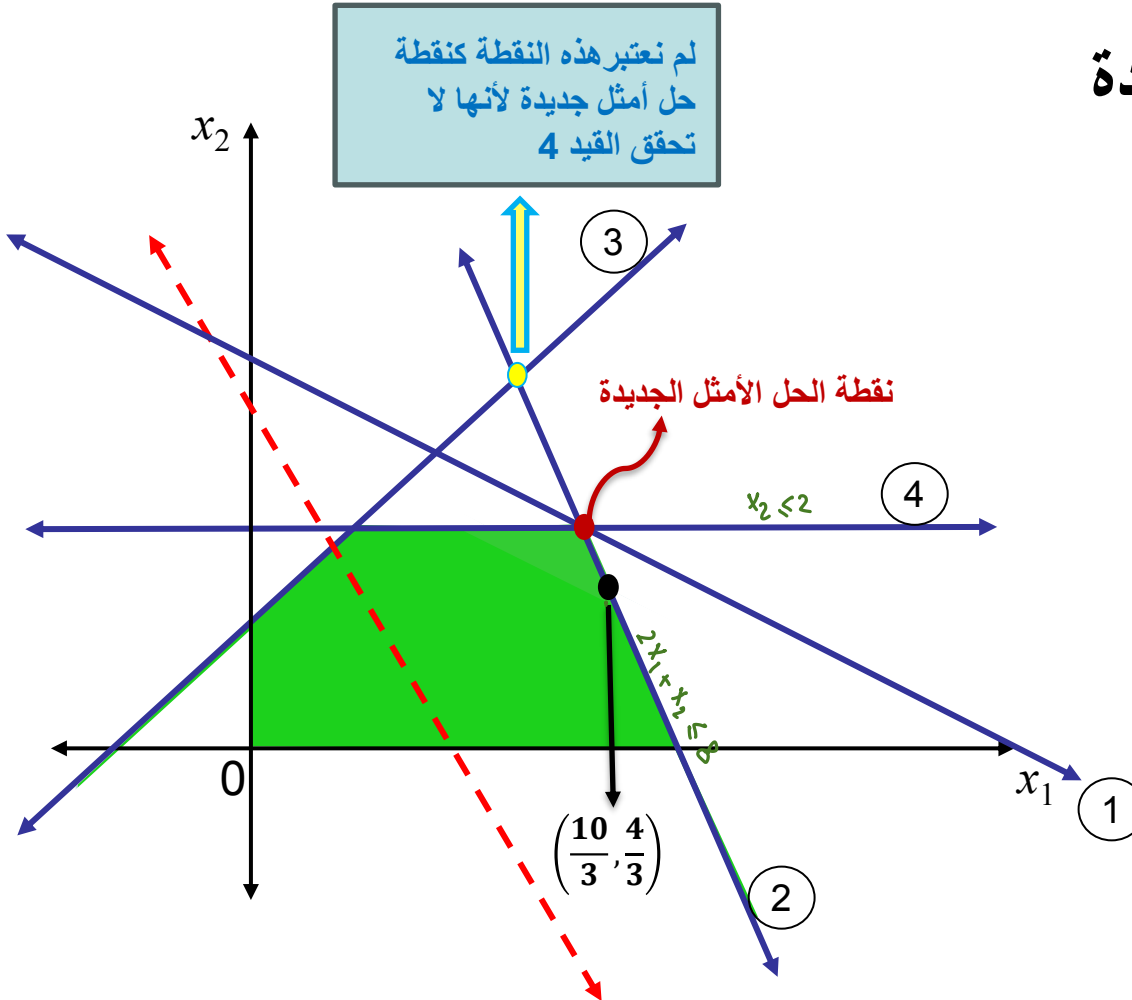
الطرق
الأيمن القديم

تحليل حساسية الموارد النادرة

من الموارد النادرة: المادة الخام A (القيد 1)

ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام A لتحسين دالة الهدف؟

أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام A نحصل عليها بإيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المادة الخام A بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول مع بقاء باقي القيود محققة



تحليل حساسية الموارد النادرة

الحل الأمثل الجديد (عند تقاطع المستقيم $2x_1 + x_2 \leq 8$ مع المستقيم $x_2 \leq 2$) (4):

$$x_1^* = 3, x_2^* = 2, z^* = 13000$$

القيد الجديد للمادة الخام A هو: $x_1 + 2x_2 \leq ?$

بتعويض الحل الأمثل الجديد ($x_1^* = 3, x_2^* = 2$) في القيد كما يلي:

$$(3) + 2(2) = 7$$

إذاً القيد الخطي الجديد هو: $x_1 + 2x_2 \leq 7$

الحد الأعلى للمادة الخام A عند الحل الأمثل الجديد = 7 طن

وأقصى زيادة اقتصادية للمادة الخام $A = 6 - 7 = 1$ طن

أسعار الظل (Shadow Prices)

سعر الظل للمورد = القيمة الاقتصادية للوحدة الإضافية من المورد

$$\frac{Z_{\text{new}}^* - Z_{\text{old}}^*}{\text{أكبر زيادة اقتصادية ممكنة للمورد (4)}} =$$

Z_{new}^* = قيمة دالة الهدف بعد إضافة الوحدات الإضافية من المورد

Z_{old}^* = قيمة دالة الهدف بدون إضافة أي وحدات إضافية من المورد

- زيادة قيمة المورد النادر يحسن قيمة دالة الهدف.

- سعر الظل للمورد المتوفر = صفر.

أسعار الظل

القيمة الاقتصادية للوحدة الزائدة من المادة الخام A:
إذا أمكن شراء وحدات إضافية من المادة الخام A فما هو أعلى سعر
شراء ذو منفعة للوحدة الواحدة؟

$$z_{\text{new}}^* = 13000$$

$$z_{\text{old}}^* = 12666.67$$

$$\frac{13000 - 12666.67}{1} = \text{قيمة الوحدة الإضافية للمادة A}$$

$$= 333.33 \text{ ريال للطن}$$

أسعار الظل

القيمة الاقتصادية للوحدة الزائدة من المادة الخام B:
إذا أمكن شراء وحدات إضافية من المادة الخام B فما هو أعلى سعر
شراء ذو منفعة للوحدة الواحدة؟

$$z_{\text{new}}^* = 18000$$

$$z_{\text{old}}^* = 12666.67$$

$$\frac{18000 - 12666.67}{4} = \text{قيمة الوحدة الإضافية للمادة B}$$

$$= 1333.33 \text{ ريال للطن}$$

تحليل حساسية الموارد المتوفرة

الحل الأمثل:

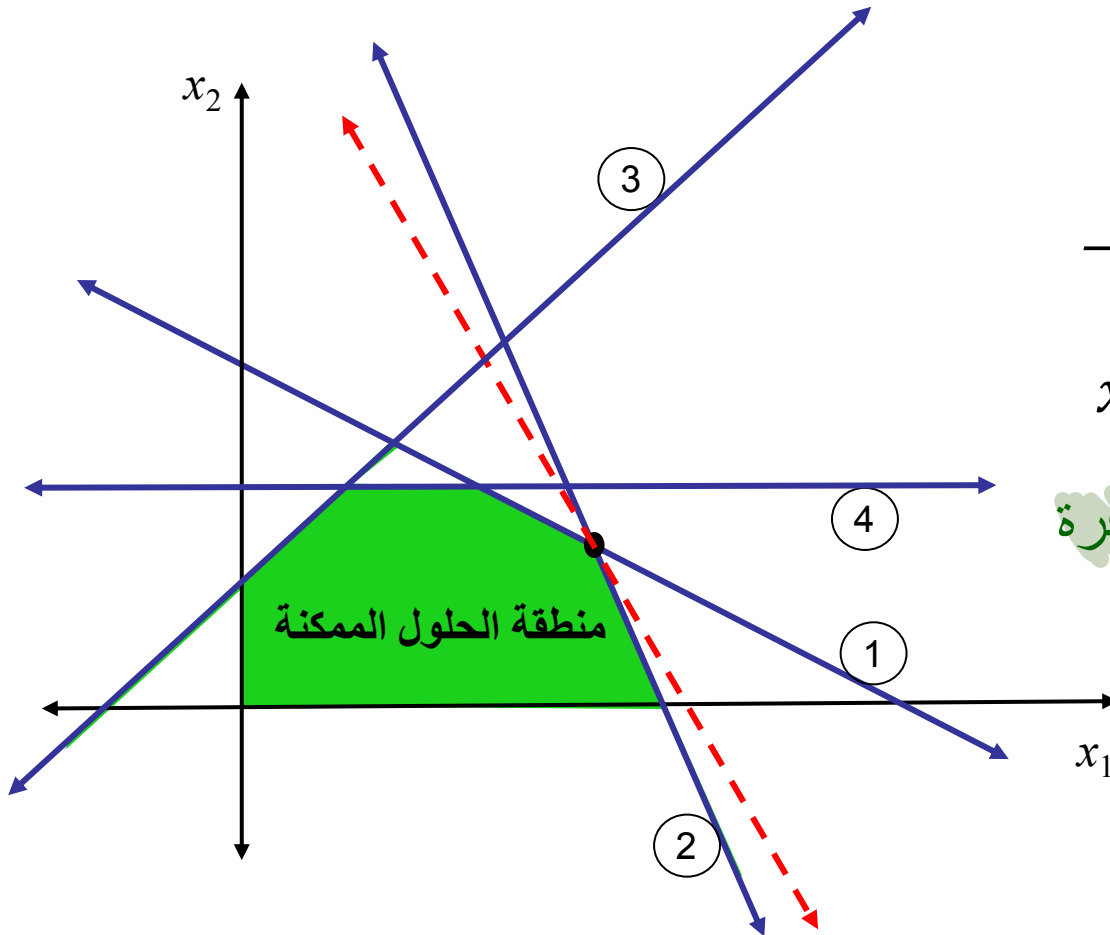
$$x_1^* = \frac{10}{3} \text{ and } x_2^* = \frac{4}{3}$$

$$-x_1^* + x_2^* = -2 < 1 \quad (3)$$

$$x_2^* = \frac{4}{3} = 1.33 < 2 \quad (4)$$

موارد القيد الثالث والرابع متوفرة

“قيود غير رابطات”



تحليل حساسية الموارد المتوفرة

سؤال:

إلى أي مدى يمكن إنقاص المورد الوفير بحيث يبقى الحل الأمثل دون تغيير؟

الجواب:

الحد الأقصى للتناقص في أي مورد من الموارد الوفيرة هو إزاحة القيد الوفير باتجاه نقطة الحل الأمثل حتى يصل إلى نقطة الحل الأمثل.

تحليل حساسية الموارد المتوفرة

مورد القيد الثالث متوفر:

$$x_1^* = \frac{10}{3} \text{ and } x_2^* = \frac{4}{3}$$

$$-x_1^* + x_2^* = -2 < 1 \quad (3)$$

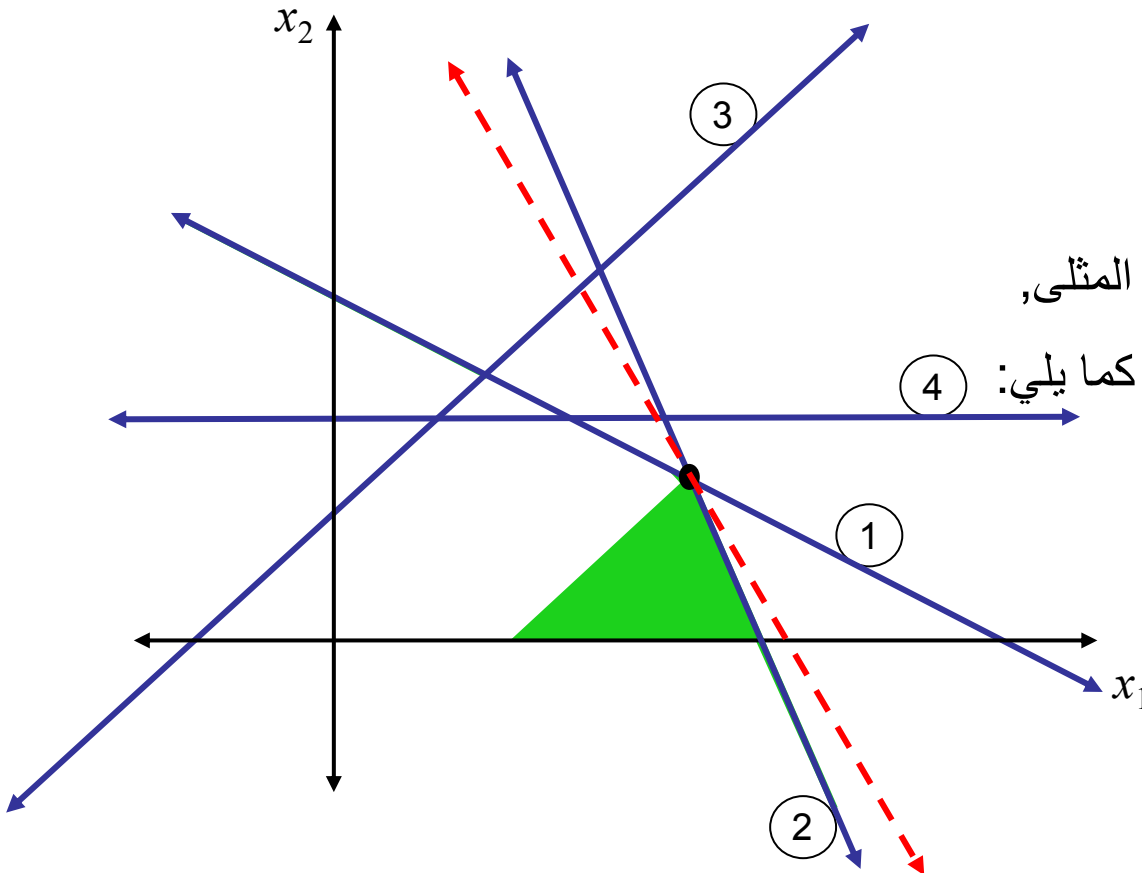
يجب تحريك القيد (3) حتى نصل للقيمة المثلى،

وبالتعويض في تلك النقطة سيصبح القيد كما يلي: (4)

$$-x_1^* + x_2^* \leq -2$$

أي أنه يمكن للطرف الأيمن أن ينقص

بمقدار 3 : $(1 - (-2) = 3)$



تحليل حساسية الموارد المتوفرة

مورد القيد الرابع متوفر:

$$x_1^* = \frac{10}{3} \text{ and } x_2^* = \frac{4}{3}$$

$$x_2^* = \frac{4}{3} = 1.33 < 2 \quad (4)$$

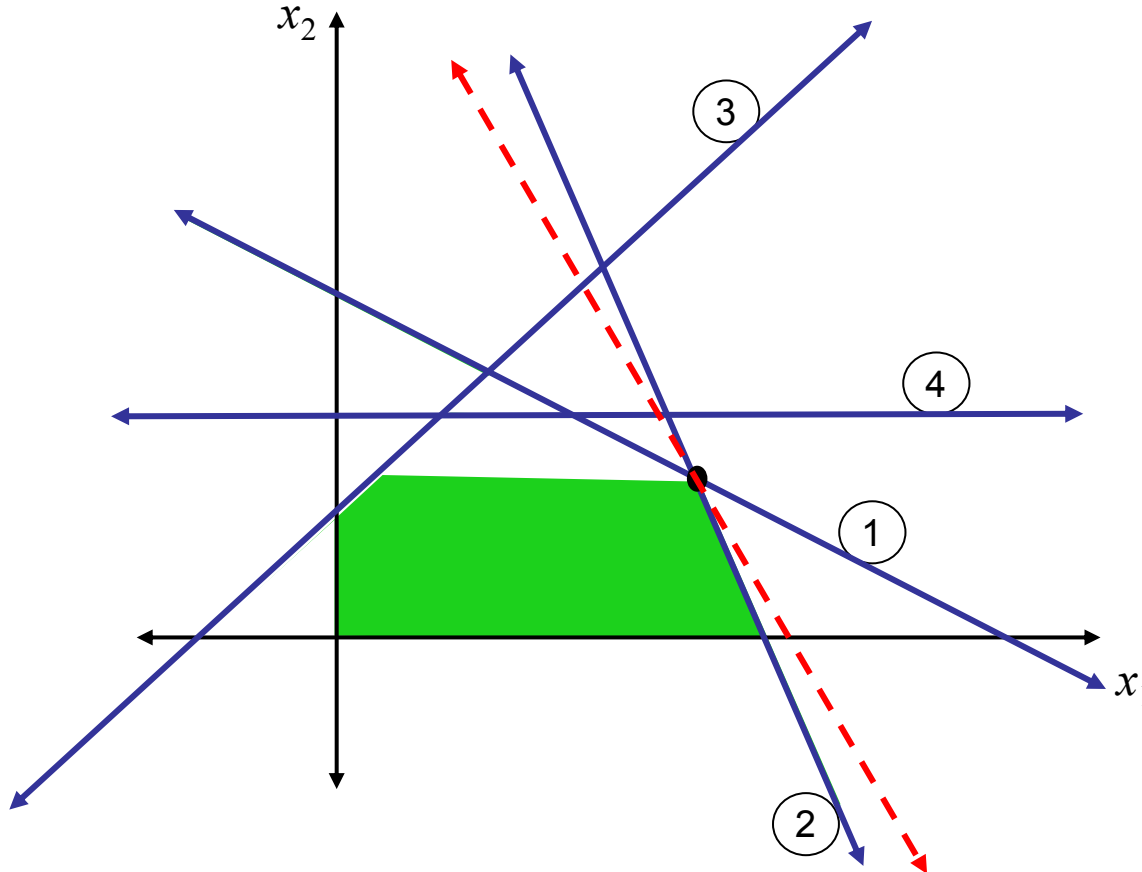
يجب تحريك القيد (4) حتى نصل للقيمة المثلى،

وبالتعويض في تلك النقطة سيصبح القيد كما يلي:

$$x_2^* \leq \frac{4}{3}$$

أي أنه يمكن للطرف الأيمن أن ينقص

$$\text{بمقدار } \frac{2}{3} : \left(2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}\right)$$



تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

ليكن لدينا مستقيم دالة الهدف: $z = c_1x_1 + c_2x_2 = k$ حيث أن $k \neq 0$, $c_1, c_2 \neq 0$ ثوابت.

$$x_2 = -\frac{c_1}{c_2}x_1 + \frac{k}{c_2} \Rightarrow (*) \quad \text{أو}$$

ميل مستقيم دالة الهدف (معامل x_1 في المعادلة $(*)$): $-\frac{c_1}{c_2}$

التغير في قيمة أحد المعالم c_1 أو $c_2 \Leftrightarrow$ التغير في ميل دالة الهدف

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

قاعدة 1:

عند ضرب أو قسمة طرفي متراجحة بعدد سالب، نعكس اتجاه المتراجحة. لأي ثوابت حقيقية a, b :

$$-1 \times (a \leq b) \Rightarrow -a \geq -b$$

$$-1 \times (a \geq b) \Rightarrow -a \leq -b$$

$$-1 \times (-1 \leq -a \leq 2) \Rightarrow 1 \geq a \geq -2$$

وتكافئ: $-2 \leq a \leq 1$

مثال:

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

قاعدة 2:

لأي ثوابت حقيقية a, b, c, d ، بحيث تكون جميعها موجبة أو جميعها سالبة، إذا قلبنا (عكسنا) طرفي المتراجحة ، نعكس اتجاه المتراجحة:

$$\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} \geq \frac{d}{c}$$

أمثلة:

$$\frac{3}{4} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{3} \geq \frac{2}{3}$$

$$-2 \leq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \geq -4$$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

سنكتفي بحالة عندما تكون القيود الرابطة ذات ميل سالب

سؤال:

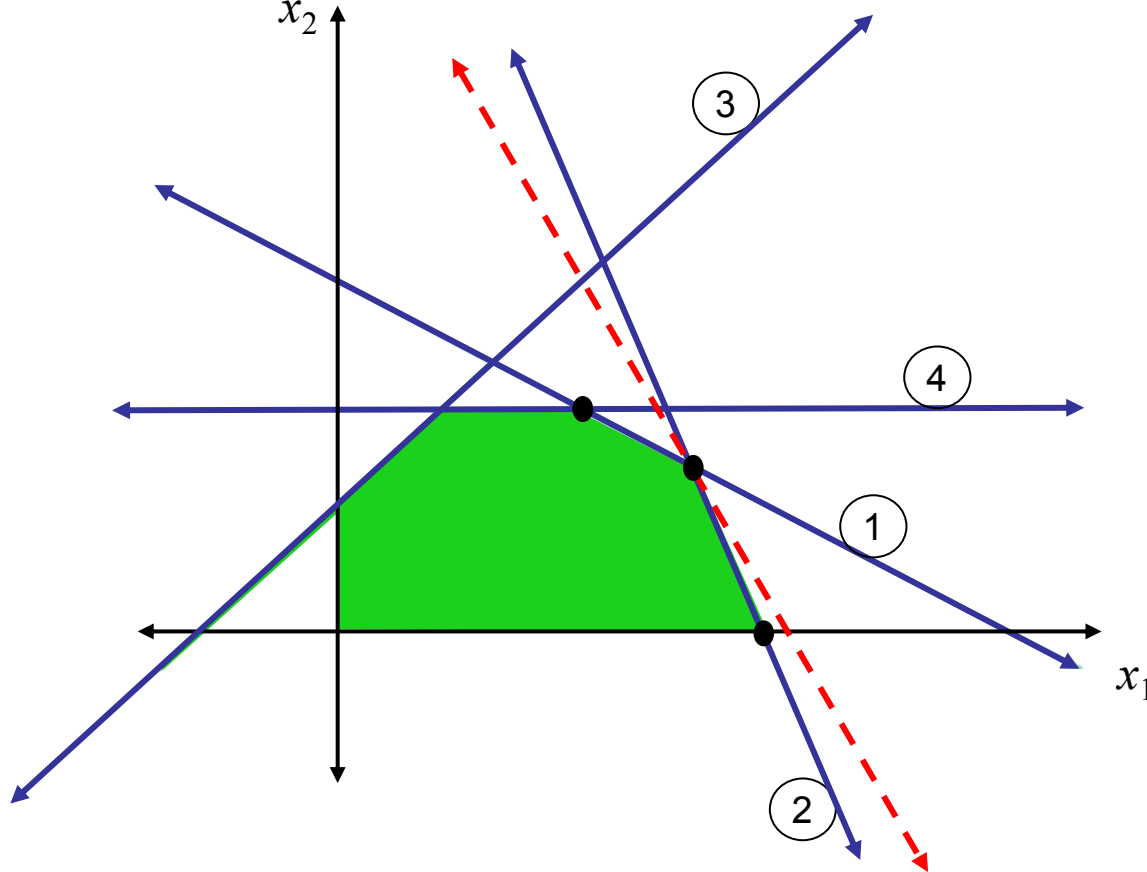
حدد المجال الذي يمكن أن يتغير فيه قيمة أحد المعالم c_1 أو c_2 دون أن يتغير الحل الأمثل.

الجواب:

لا يتغير الحل الأمثل إذا كان ميل دالة الهدف محصور بين ميل القيود الرابطة عند الحل الأمثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

- التغير في أحد معالم دالة الهدف $\Leftrightarrow$ التغير في ميل دالة الهدف



تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

مثال الدهانات:

لا يتغير الحل الأمثل $x_1^* = \frac{10}{3}$, $x_2^* = \frac{4}{3}$ مع تغير الأسعار
إذا كان ميل دالة الهدف محصور بين ميل القيد (1) وميل القيد (2) (القيود
الرابطية).

$$\text{ميل دالة الهدف } 3000x_1 + 2000x_2 = -\frac{3000}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ميل القيد (1) : } x_1 + 2x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ميل القيد (2) : } 2x_1 + x_2 = -\frac{2}{1}$$

$$\text{لا يتغير القرار الأمثل إذا كان : } -2 \leq \text{slope } z \leq -\frac{1}{2}$$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

دالة الهدف: $z = 3000x_1 + 2000x_2$

$c_1 = 3000$ (سعر الطن من الدهان الخارجي)

$c_2 = 2000$ (سعر الطن من الدهان الداخلي)

سؤال:

(أ) حدد المجال الذي يمكن أن يتغير فيه المعلم c_1 فقط دون أن يتغير الحل المثل.

(ب) حدد المجال الذي يمكن أن يتغير فيه المعلم c_2 فقط دون أن يتغير الحل المثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

جواب:

أ) فترة التغير السعري للطن من الدهان الخارجي c_1 (مع بقاء بقية المعالم ثابتة)

بحيث يبقى الحل الأمثل ثابتا هو:

$$-2 \leq -\frac{c_1}{2000} \leq -\frac{1}{2}$$

$$2 \geq \frac{c_1}{2000} \geq \frac{1}{2}$$

$$4000 \geq c_1 \geq 1000$$

وتكتب عادة: $1000 \leq c_1 \leq 4000$

أي أنه في حالة ثبات سعر الطن للدهان الداخلي إلى 2000 ريال ممكن أن يتغير سعر الطن من

الدهان الخارجي في الفترة $[1000, 4000]$ ريال دون أن يتغير الحل الأمثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

جواب:

(ب) فترة التغير السعري للطن من الدهان الخارجي c_2 (مع بقاء بقية المعالم ثابتة)

بحيث يبقى الحل الأمثل ثابتاً هو:

$$-2 \leq -\frac{3000}{c_2} \leq -\frac{1}{2}$$

$$2 \geq \frac{3000}{c_2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{c_2}{3000} \leq 2$$

$$1500 \leq c_2 \leq 6000$$

أي أنه في حالة ثبات سعر الطن للدهان الخارجي إلى 3000 ريال ممكن أن يتغير سعر الطن من الدهان الداخلي في الفترة [1500, 6000] ريال دون أن يتغير الحل الأمثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

$$a \leq \text{slope } z \leq b$$

$$a \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq b$$

ونحصل على:

$$-bc_2 \leq c_1 \leq -ac_2$$

$$-\frac{1}{a}c_1 \leq c_2 \leq -\frac{1}{b}c_1$$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

$$-2 \leq \text{slope } z \leq -0.5$$

$$-2 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq -0.5$$

ونحصل على:

$$0.5c_2 \leq c_1 \leq 2c_2 \quad \rightarrow \quad 1000 \leq c_1 \leq 4000$$

$$0.5c_1 \leq c_2 \leq 2c_1 \quad \rightarrow \quad 1500 \leq c_2 \leq 6000$$

تحليل الحساسية

مثال: للبرنامج الخطي التالي:

$$\max z = 800x_1 + 500x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 2x_2 \leq 40 \quad \text{القيد (1)}$$

$$x_1 + 0.5x_2 \leq 8 \quad \text{القيد (2)}$$

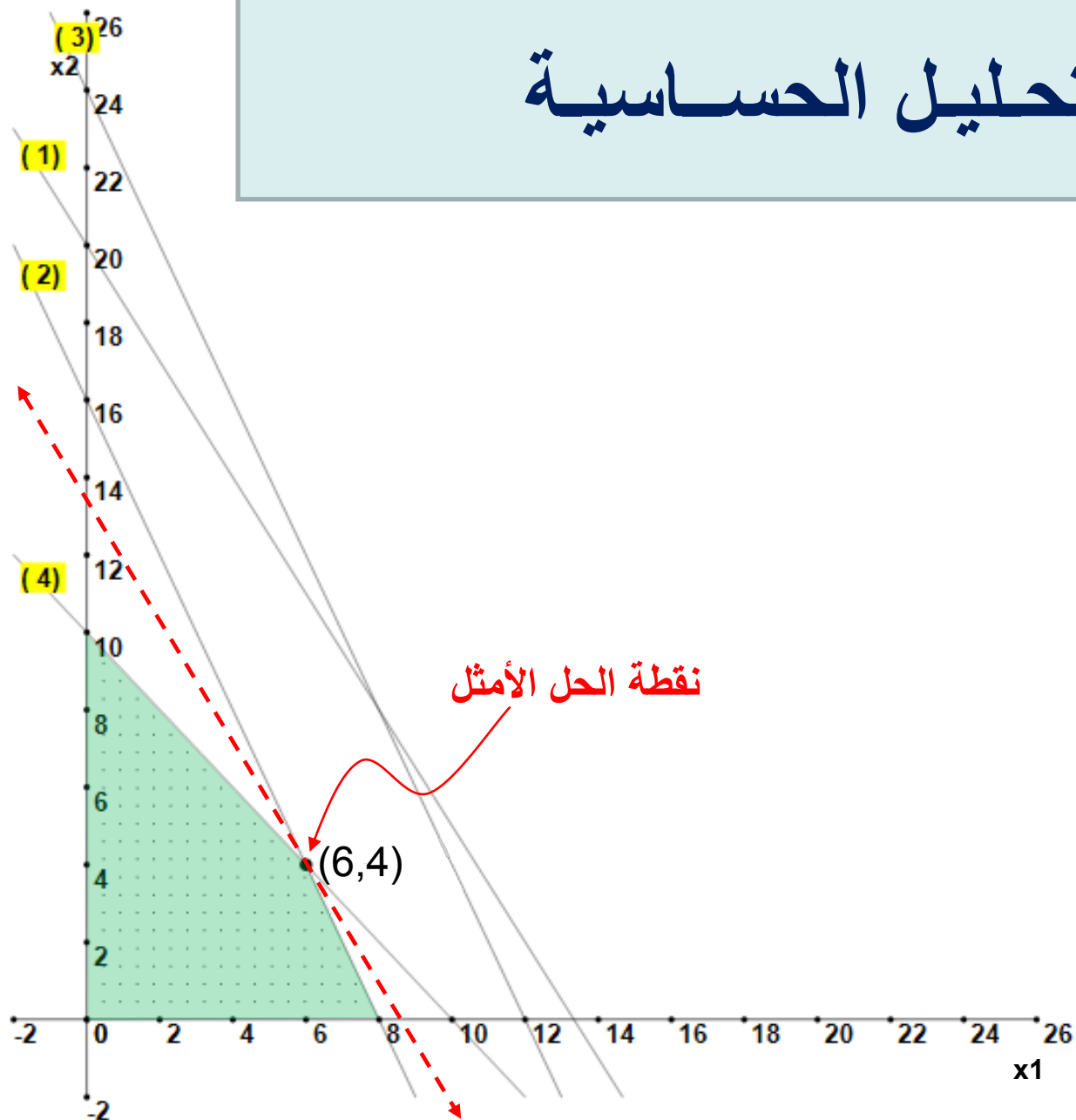
$$2x_1 + x_2 \leq 24 \quad \text{القيد (3)}$$

$$x_1 + x_2 \leq 10 \quad \text{القيد (4)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أوجد تحليل الحساسية لمعاملات دالة الهدف وللطرف الأيمن للقيود الخطية وأسعار الظل.

تحليل الحساسية



تحليل الحساسية

الحل الأمثل:

$$x_1^* = 6, \quad x_2^* = 4, \quad z^* = 6800$$

ويقع عند تقاطع القيد الثاني والرابع.

$$\text{ميل القيد (2)} = -\frac{1}{0.5} = -2$$

$$\text{ميل القيد (4)} = -\frac{1}{1} = -1$$

تحليل حساسية معاملات دالة الهدف: $-2 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq -1$

$$500 \leq c_1 \leq 1000$$

$$400 \leq c_2 \leq 800$$

تحليل الحساسية

لمعرفة الموارد النادرة والمتوفرة:

نعوض بقيم الحل الأمثل $x_2^* = 4$, $x_1^* = 6$ في متراجحات القيود.

$$3x_1^* + 2x_2^* = 26 < 40$$

(1) قيد غير رابط ، مورد متوفر

$$x_1^* + 0.5x_2^* = 8 = 8$$

(2) قيد رابط ، مورد نادر

$$2x_1^* + x_2^* = 16 < 24$$

(3) قيد غير رابط ، مورد متوفر

$$x_1^* + x_2^* = 10 = 10$$

(4) قيد رابط ، مورد نادر

تحليل الحساسية

الموارد النادرة: القيد (2)

الحل الأمثل الجديد سيكون: $x_1^* = 10$, $x_2^* = 0$, $z^* = 8000$

نستطيع إزاحة القيد (2) ليصبح: $x_1 + 0.5x_2 \leq 10$
أقصى زيادة اقتصادية ممكنة لمورد القيد (2) = 2

سعر الظل لمورد القيد (2) =

القيمة الاقتصادية لسعر الوحدة الإضافية من مورد القيد (2) =

$$600 = \frac{8000 - 6800}{10 - 8}$$

تحليل الحساسية

الموارد النادرة: القيد (4)

الحل الأمثل الجديد سيكون: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 16$, $z^* = 8000$

نستطيع إزاحة القيد (4) ليصبح: $x_1 + x_2 \leq 16$
أقصى زيادة اقتصادية ممكنة لمورد القيد (4) = 6

سعر الظل لمورد القيد (4) =

القيمة الاقتصادية لسعر الوحدة الإضافية من مورد القيد (4) =

$$200 = \frac{8000 - 6800}{16 - 10}$$

تحليل الحساسية

الموارد المتوفرة:

يمكن إزاحة (إنقاص) القيد (1) ليصبح:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 26$$

مقدار التوفير الاقتصادي في مورد القيد (1) = 14

يمكن إزاحة (إنقاص) القيد (3) ليصبح:

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

مقدار التوفير الاقتصادي في مورد القيد (1) = 8

سعر الظل لمورد القيد (1) ولمورد القيد (3) = صفر.

مثال ٢- دراسة تحليل الحساسية لمألة البرمجة الخطية أدنى :-

$$\text{Min (total cost)} \quad Z = 5x_1 + 8x_2$$

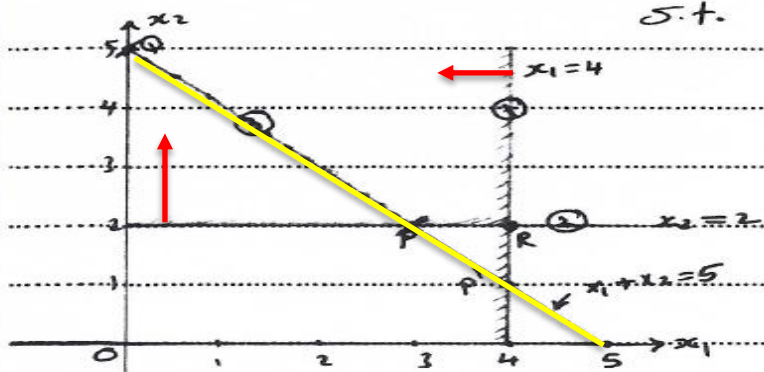
س.ت.

$$x_1 \leq 4 \quad \text{① القيود ١}$$

$$x_2 \geq 2 \quad \text{② القيود ٢}$$

$$x_1 + x_2 = 5 \quad \text{③ القيود ٣}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



الحل :- ١- تحديد منطقة الحل الممكنة

٢- الرسم اليدوي - منطقة الحل الممكنة عبارة عن منطقة

المثلثية PQR. النقطة R لا تعتبر من منطقة الحل

الممكنة حيث $R = (4, 2)$ لأنهما القيود ① ، ② ولا تقع

القيود ③.

٣- إيجاد القيمة الدنيا لـ Z عند النقاط P، Q، R. لا يلزم من النقطة P وبالنسبة لـ C.

$$P = (3, 2) \quad \text{و} \quad Q = (0, 5)$$

يجب التأكد أن جميع النقاط المختارة على المستقيم تحقق بقية القيود

بالإضافة لا نقاط أخرى من $(2, 3)$ ، $(1, 4)$ وهذا لأنه نختار النقاط هذه فقط

$$Z|_P = 5(3) + 8(2) = 31, \quad Z|_Q = 5(0) + 8(5) = 40 \quad \text{و} \quad Z|_{(1,4)} = 5 + 32 = 37$$

$$Z|_{(2,3)} = 10 + 24 = 34$$

$$\Rightarrow \text{Min } Z = 31 \quad \text{at } P = (3, 2)$$

٤- تحليل الحساسية :- القيود الرابطة «موارد نادرة» ، والقيود الغير رابطة «موارد متوفرة»

$$P = (3, 2)$$

س. مع المعلوم أن الحل الأمثل هو

$$\text{①: } x_1|_P = 3 < 4 \quad \text{قيود رابطة «متوفرة»}$$

$$\text{②: } x_2|_P = 2 \quad \text{قيود رابطة «نادرة»}$$

$$\text{③: } x_1 + x_2|_P = 5 \quad \text{قيود رابطة «نادرة»}$$

٥- إذا كان لدينا تغيير في معاملات الهدف من تقيد دالة الهدف ؟

معنى تحسب دالة الهدف من هذه الحالة «تصغير دالة الهدف» لقيمة أدنى من 31 .

٦- بالنسبة للقيود ③ يتم مراجعتها عند النقطة $P' = (4, 1)$ حيث $x_2 \geq b$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow x_2 \geq 1$$

القيود الجديد

والحل الأمثل الجديد هو

$$Z|_{P'} = 20 + 8 = 28$$

$$P' = (4, 1)$$

$$\text{سعر النقود} = \frac{28-31}{1-2} = 3$$

* بالنسبة للقيد ③ : لا يمكن لوزاعته ان يكون لها أكثر من 3

* بالنسبة للقيد ④ : ان يكون عدد تلميع انقاص المورد لمؤثر مبدئ لا يتغير الحد الأدنى ؟ نعم يمكنه

هذا القيد ناهية لبيان حصر يمر بالحد الأدنى $P=(3,2)$ وبالتالي يصبح القيد الجديد حصر

$$x_1 \leq b \Rightarrow |H.S| = 3 \Rightarrow x_1 \leq 3$$

في حالة ثبات $c_1 = 5$:

$$-1 \leq -\frac{5}{c_2} \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{5}{c_2} \leq 1$$

$$1 \leq \frac{c_2}{5} \leq \frac{1}{0} \Leftrightarrow 1 \leq \frac{c_2}{5} < \infty$$

$$5 \leq c_2 < \infty \Leftrightarrow c_2 \in [5, \infty)$$

في حالة ثبات $c_2 = 8$:

$$-1 \leq -\frac{c_1}{8} \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{c_1}{8} \leq 1$$

$$0 \leq c_1 \leq 8 \Leftrightarrow c_1 \in [0, 8]$$

بالنسبة لمعالم دالة الهدف:

حدد منطقة المعالم بحيث

لا يتغير الحل الأمثل

$$0 = -\frac{0}{1} = (2) \text{ ميل القيد}$$

$$-1 = -\frac{1}{1} = (3) \text{ ميل القيد}$$

$$-\frac{5}{8} = \text{ميل دالة الهدف}$$

$$-1 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq 0$$