تحليل الحساسية
Sensitivity Analysis

تحليـل الحساسيـة

- دراسة ما بعد إيجاد الحل الأمثل للبرنامج الخطي.
- مدى حساسية الحل الأمثل للتغير في إحدى معطيات المسألة.
- إلى أي مدى يمكن زيادة أو إنقاص قيمة أحد:
  - معاملات المتغيرات في دالة الهدف
  - الموارد المتاحة (الطرف الأيمن للقيود)

ومعرفة تأثير ذلك في القرارات المتخذة و/أو قيمة دالة الهدف؟

ندرس تأثير تغيير قيمة معلم واحد فقط، مع بقاء بقية المعالم ثابتة.

تحليـل الحساسيـة

- **القيد الرابط:**

يكون أحد القيود قيداً رابطاً للحل الأمثل (x_1^*, x_2^*) إذا كان هذا القيد محققاً في صورة مساواة عند قيم متغيرات القرار الأمثل.

- **القيد الغير الرابط:**

يكون أحد القيود قيداً غير رابطاً للحل الأمثل (x_1^*, x_2^*) إذا كان هذا القيد غير متحقق في صورة مساواة عند قيم متغيرات القرار الأمثل.

- **المورد النادر:** مورد القيد الرابط يعتبر نادراً، لأنه تم استهلاكه كاملاً.

- **المورد المتوفر:** مورد القيد غير الرابط يعتبر متوفراً، لأنه لم يتم استهلاكه كاملاً.

تحليـل الحساسيـة

مثال: مسألة إنتاج الدهانات التي تم صياغتها سابقاً.

$$\max \quad z = 3000x_1 + 2000x_2$$

s.t.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 8 \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_2 &\leq 2 \\ x_1 , x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تحليل الحساسية

الحل الأمثل: $x_1^* = \frac{10}{3}$ and $x_2^* = \frac{4}{3}$ and $z^* = 12666.67$

نقوم بالتعويض في القيود:

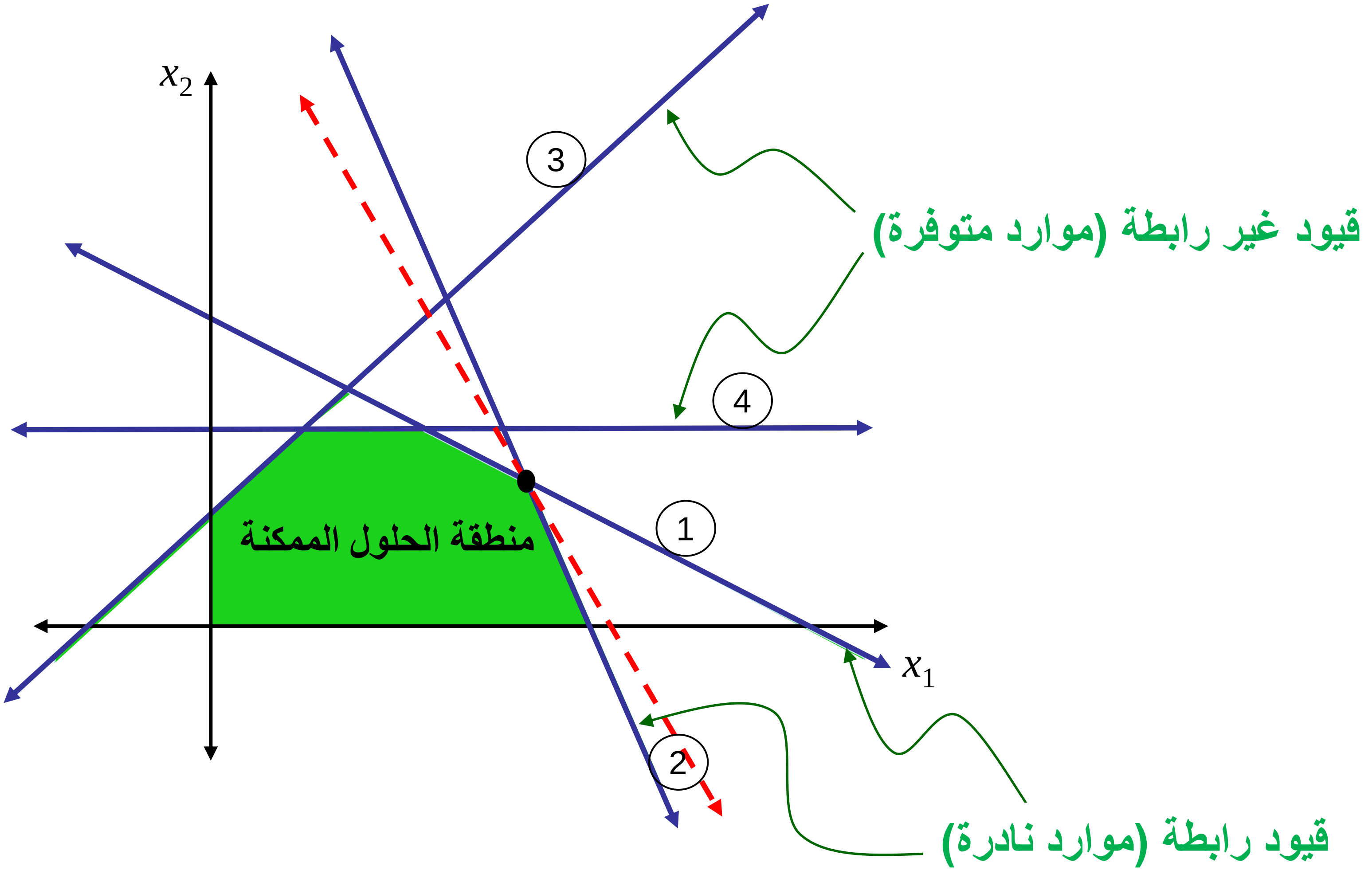
قيد رابط ، مورد نادر $x_1^* + 2x_2^* = 6 = 6$

قيد رابط ، مورد نادر $2x_1^* + x_2^* = 8 = 8$

قيد غير رابط ، مورد متوفر $-x_1^* + x_2^* = -2 < 1$

قيد غير رابط ، مورد متوفر $x_2^* = \frac{4}{3} = 1.333 < 2$

تحليـل الحساسيـة



تحليـل الحساسيـة

لنفرض أن دالة الهدف $\max z$ وجميع القيود من نوع "$\leq$" أقل من أو يساوي

- الزيادة في الموارد النادرة ستؤدي إلى تحسين دالة الهدف.

السؤال 1: إلى أي مدى يمكن زيادة أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟

- النقصان في الموارد المتوفرة سيؤدي إلى توفير الاستهلاك.

السؤال 2: إلى أي مدى يمكن إنقاص أحد الموارد المتوفرة دون التأثير على دالة الهدف؟

تحليل حساسية الموارد النادرة

مثال: مسألة إنتاج الدهانات: المادة الخام B تعتبر مورد نادر.

ما مدى تأثير زيادة طن واحد من المادة الخام B على دالة الهدف؟

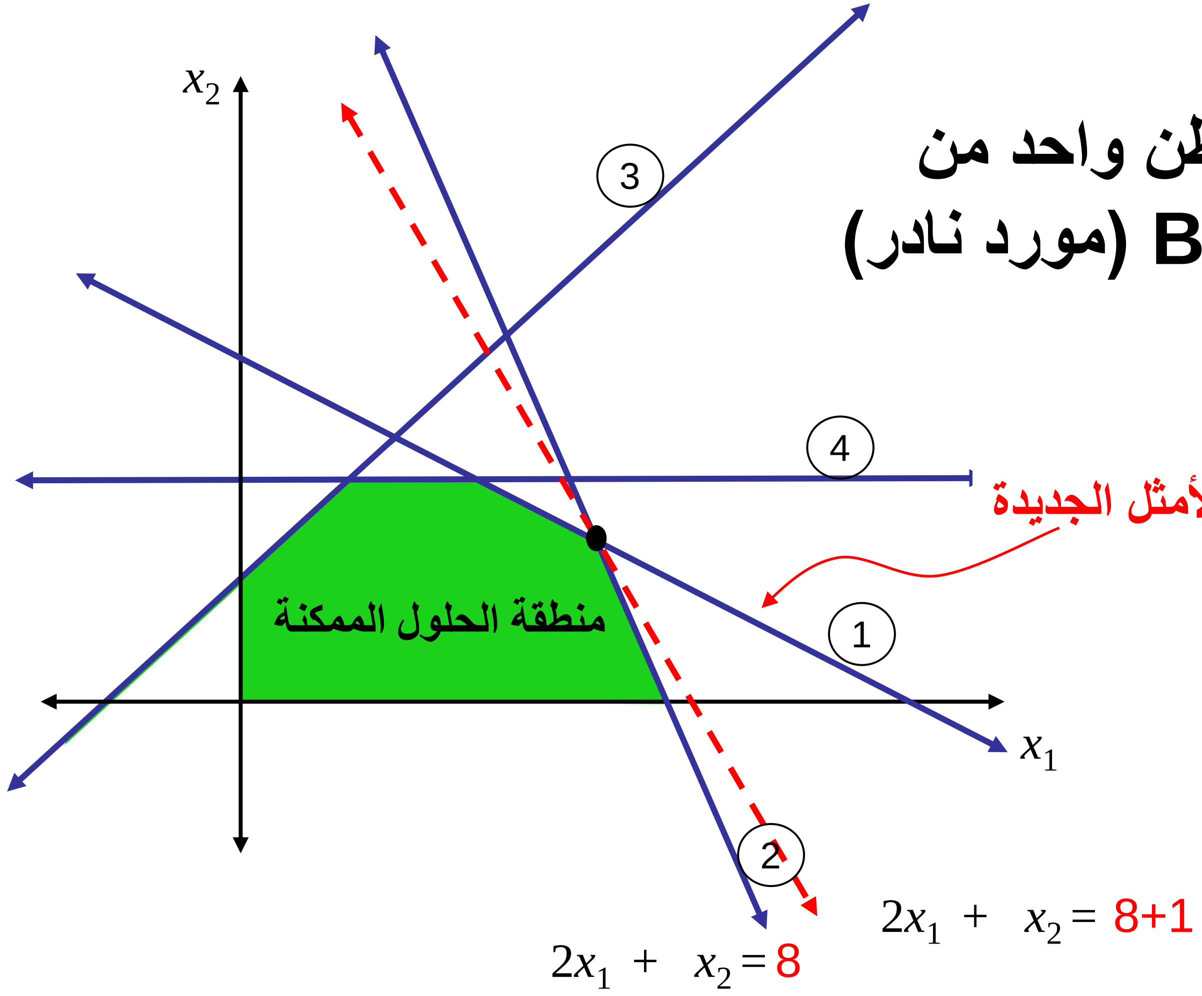
$$\max \ z = 3000x_1 + 2000x_2$$

s.t.

$$\begin{array}{rcll} x_1 + 2x_2 & \le & 6 & (1) \\ 2x_1 + x_2 & \le & 8+1 & (2) \\ -x_1 + x_2 & \le & 1 & (3) \\ x_2 & \le & 2 & (4) \end{array}$$

$x_1 \ge 0$ و $x_2 \ge 0$

تحليـل حســاسيـة المــوارد النادرة



تأثير زيادة طن واحد من المادة الخام B (مورد نادر)

تحليـل حســاسيـة الموارد النادرة

نقطة الحل الأمثل الجديدة ستكون عند تقاطع المستقيمين:

$$x_1 + 2x_2 = 6$$

$$2x_1 + \quad x_2 = 8+1 = \; 9$$

$$x_1^* = 4 \quad , \quad x_2^* = 1 \;\; , \quad z^* = 14000$$

تأثير زيادة طن واحد من المادة الخام B

$$= z_{\text{new}}^* - \; z_{\text{old}}^* = 14000 - 12666.67 = 1333.34 \text{ SR}$$

هذه القيمة تسمى سعر الظل للمورد الخام B

تحليل حساسية الموارد النادرة

سؤال: ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟

زيادة اقتصادية ⇔ كافة الكمية المتاحة من المورد تستهلك بدون فائض

الجواب: إيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المورد بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول.

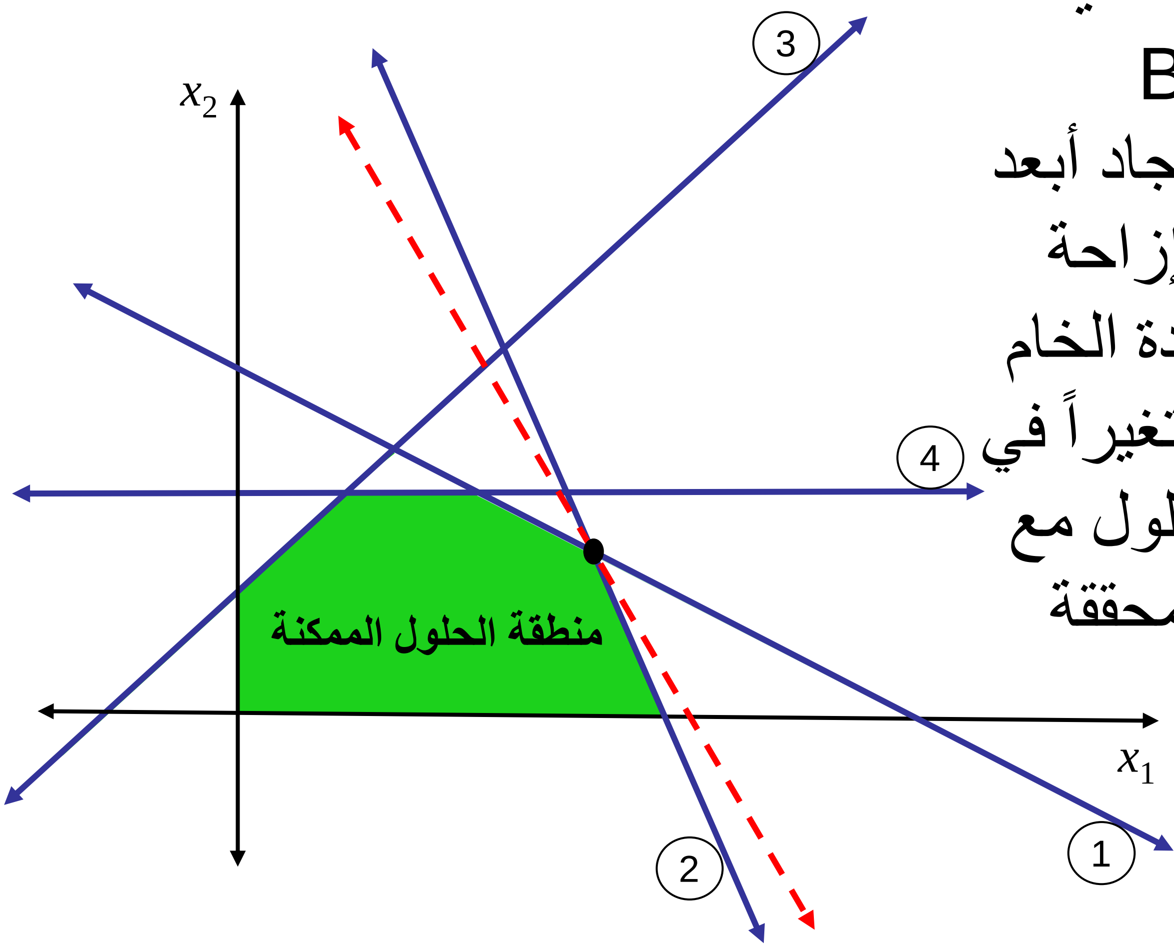
تحليل حســاسـيـة الموارد النادرة

<u>من الموارد النادرة</u>: المادة الخام B (القيد 2)

<u>سؤال</u>: ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام B لتحسين دالة الهدف؟

<u>الجواب</u>: إيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المادة الخام B بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول بحيث تكون جميع القيود الاخرى محققة.

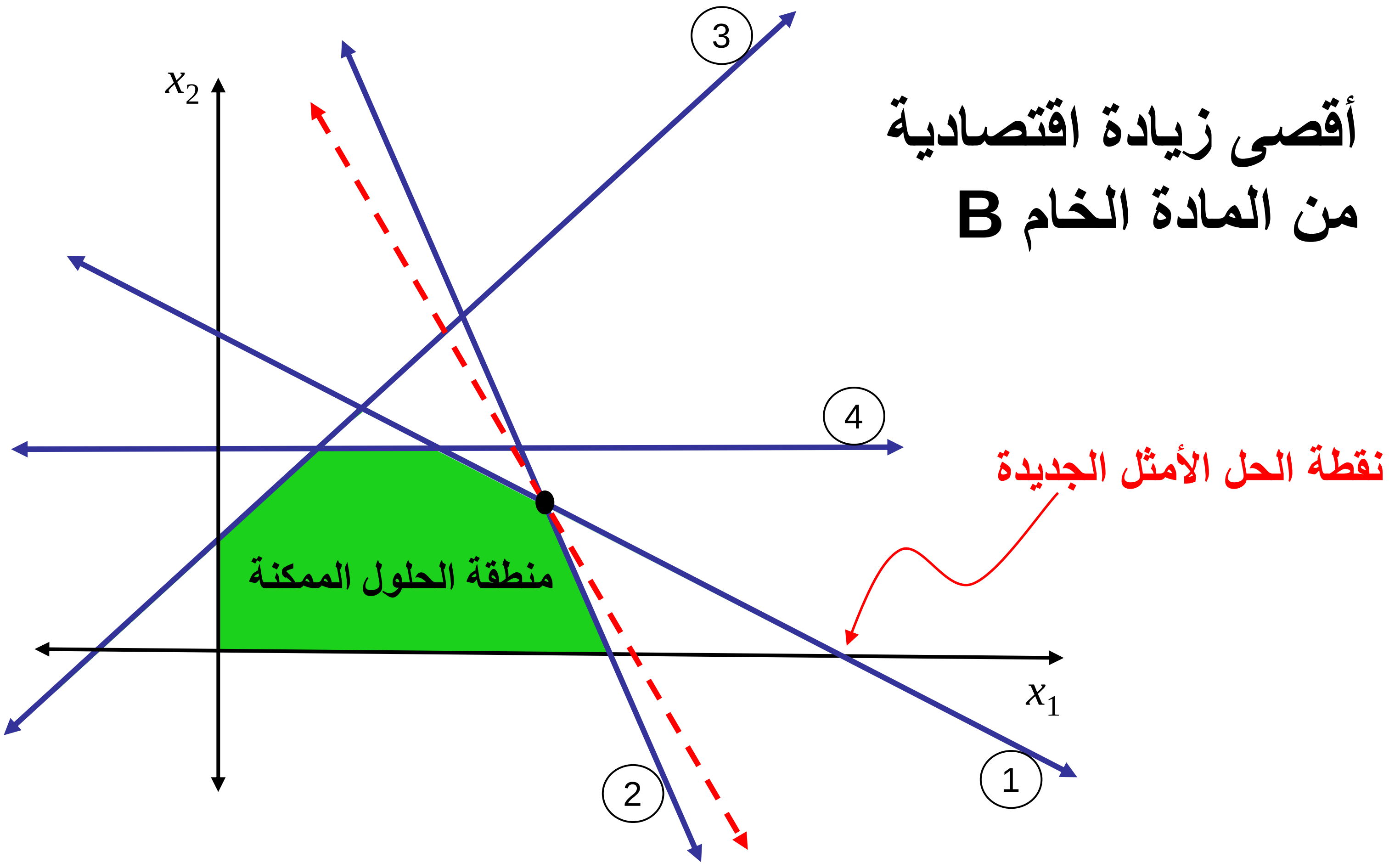
تحليل حساسية الموارد النادرة



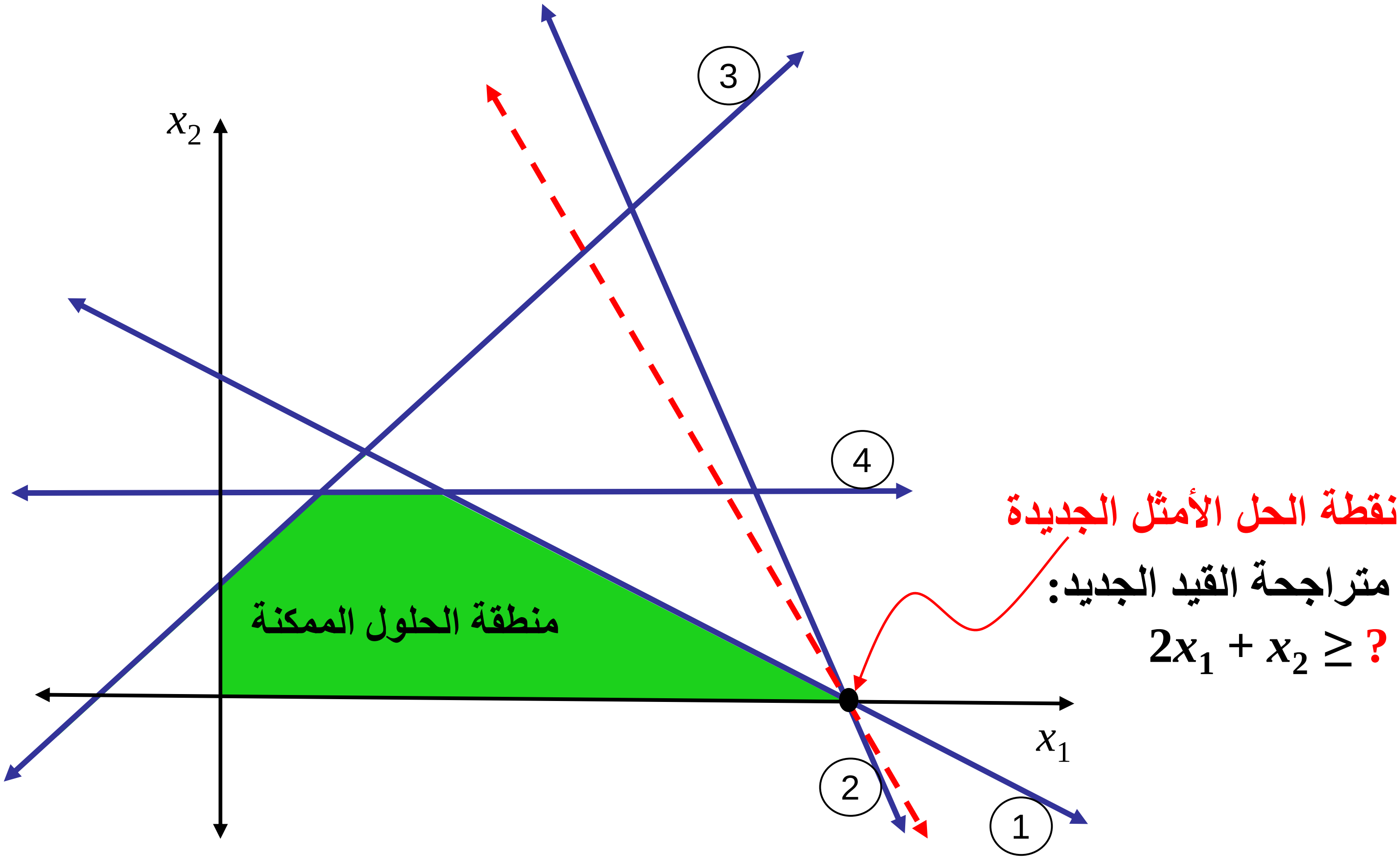
أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام B نحصل عليها بإيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المادة الخام B بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول مع بقاء باقي القيود محققة

تحليل حســاسيـة الموارد النادرة

أقصى زيادة اقتصادية
من المادة الخام B



تحليل حســاسيـة الموارد النادرة



متراجحة القيد الجديد:

$2x_1 + x_2 \geq ?$

تحليل حســاسية الموارد النادرة

الحل الأمثل الجديد (عند تقاطع المستقيم (1) $[x_1 + 2x_2 = 6]$ مع المستقيم $x_2 = 0$):

$$x_1^* = 6 \ , \ x_2^* = 0 \ , \ z^* = 18000$$

القيد الجديد للمادة الخام B هو: $2x_1 + x_2 \leq ?$

بتعويض الحل الأمثل الجديد $(x_1^* = 6 \ , x_2^* = 0)$ في القيد كما يلي:

$$2(6) + (0) = 12$$

إذاً القيد الخطي الجديد هو: $2x_1 + x_2 \leq 12$

الحد الأعلى للمادة الخام B عند الحل الأمثل الجديد = 12 طن

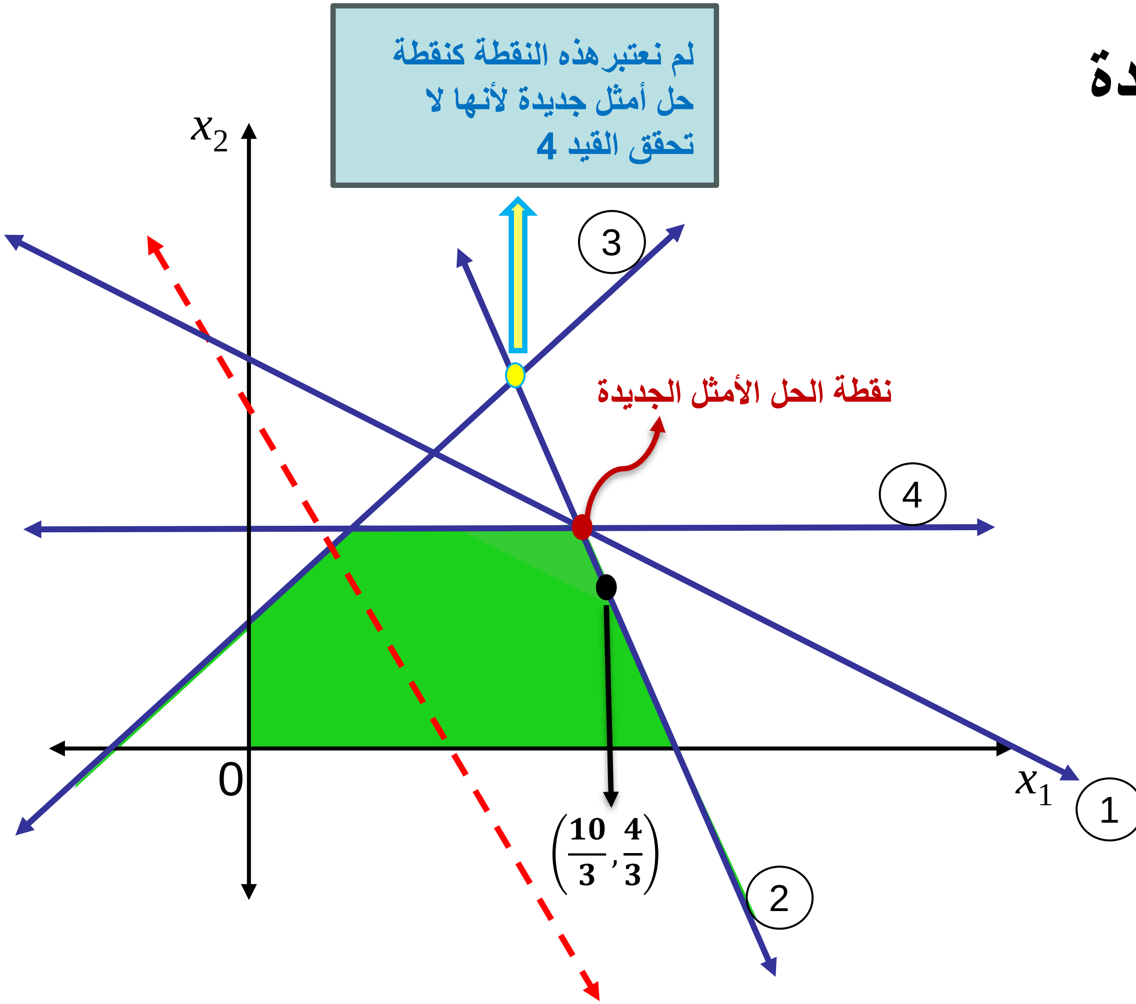
وأقصى زيادة اقتصادية للمادة الخام B = 12 – 8 = 4 أطنان

تحليل حساسية الموارد النادرة

<u>من الموارد النادرة</u>: المادة الخام A (القيد 1)

ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام A لتحسين دالة الهدف؟

أقصى زيادة اقتصادية من المادة الخام A نحصل عليها بإيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المادة الخام A بحيث تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول مع بقاء باقي القيود محققة



تحليل حساسية الموارد النادرة

الحل الأمثل الجديد (عند تقاطع المستقيم (2) مع المستقيم (4)):

$$x_1^* = 3 \;,\; x_2^* = 2 \;,\; z^* = 13000$$

القيد الجديد للمادة الخام A هو: $x_1 + 2x_2 \leq ?$

بتعويض الحل الأمثل الجديد $(x_1^* = 3 \;,\; x_2^* = 2)$ في القيد كما يلي:

$$(3) + 2(2) = 7$$

إذاً القيد الخطي الجديد هو: $x_1 + 2x_2 \leq 7$

الحد الأعلى للمادة الخام A عند الحل الأمثل الجديد = 7 طن

وأقصى زيادة اقتصادية للمادة الخام A = 7 – 6 = 1 طن

أسعار الظل (Shadow Prices)

سعر الظل للمورد = القيمة الاقتصادية للوحدة الإضافية من المورد

$$= \frac{z^*_{\text{new}} - z^*_{\text{old}}}{\text{أكبر زيادة اقتصادية ممكنة للمورد}}$$

$z^*_{\text{new}} =$ قيمة دالة الهدف بعد إضافة الوحدات الإضافية من المورد

$z^*_{\text{old}} =$ قيمة دالة الهدف بدون إضافة أي وحدات إضافية من المورد

- زيادة قيمة المورد النادر يحسن قيمة دالة الهدف.
- سعر الظل للمورد المتوفر = صفر.

أسعار الظل

القيمة الاقتصادية للوحدة الزائدة من المادة الخام A:

إذا أمكن شراء وحدات إضافية من المادة الخام A فما هو أعلى سعر شراء ذو منفعة للوحدة الواحدة؟

$$z^*_{\text{new}} = 13000$$

$$z^*_{\text{old}} = 12666.67$$

قيمة الوحدة الإضافية للمادة A $= \dfrac{13000 - 12666.67}{1}$

$=$ 333.33 ريال للطن

أسعار الظل

القيمة الاقتصادية للوحدة الزائدة من المادة الخام B:

إذا أمكن شراء وحدات إضافية من المادة الخام B فما هو أعلى سعر شراء ذو منفعة للوحدة الواحدة؟

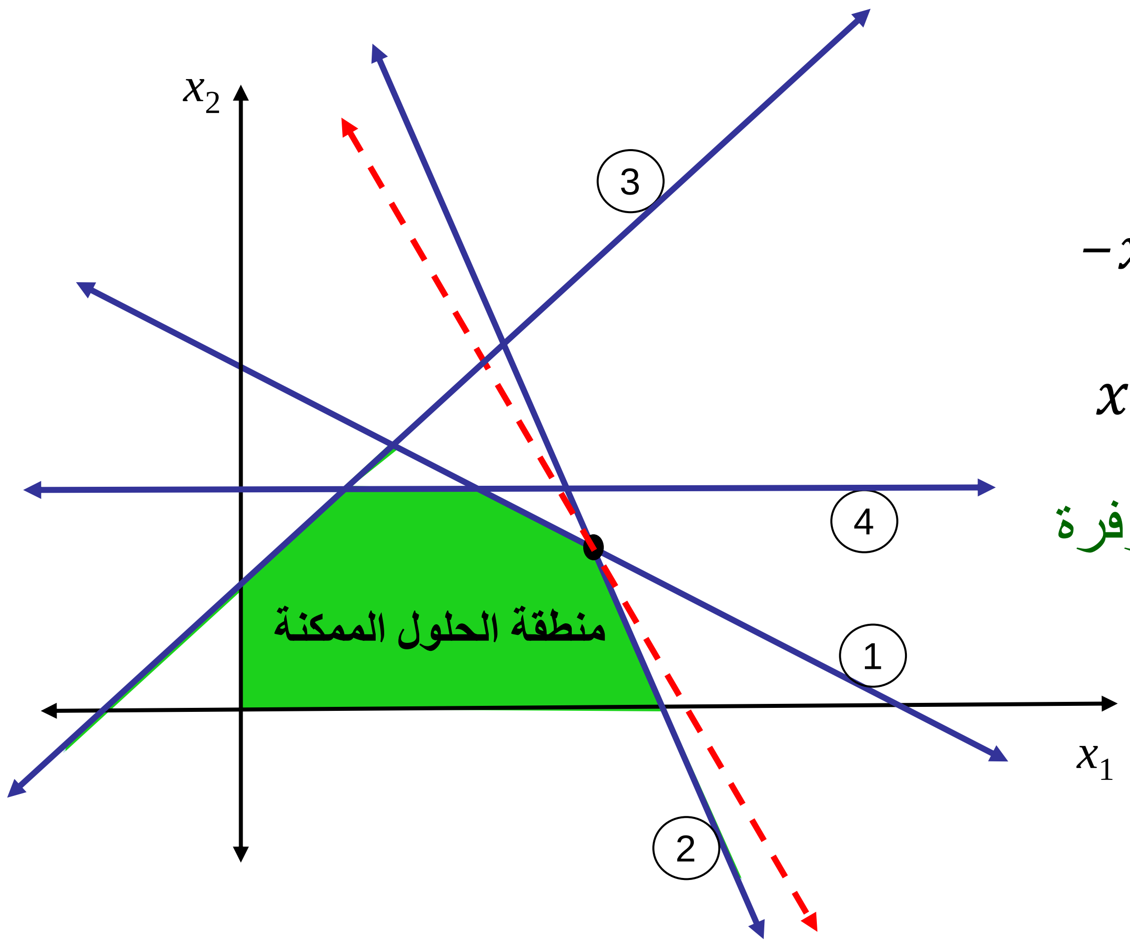
$$z^*_{\text{new}} = 18000$$

$$z^*_{\text{old}} = 12666.67$$

قيمة الوحدة الإضافية للمادة B $= \dfrac{18000 - 12666.67}{4}$

$= 1333.33$ ريال للطن

تحليل حساسيـة الموارد المتوفرة



الحل الأمثل:

$$x_1^* = \frac{10}{3} \text{ and } x_2^* = \frac{4}{3}$$

$$-x_1^* + x_2^* = -2 < 1 \quad (3)$$

$$x_2^* = \frac{4}{3} = 1.33 < 2 \quad (4)$$

موارد القيد الثالث والرابع متوفرة

تحليل حساسية الموارد المتوفرة

سؤال:

إلى أي مدى يمكن إنقاص المورد الوفير بحيث يبقى الحل الأمثل دون تغيير؟

الجواب:

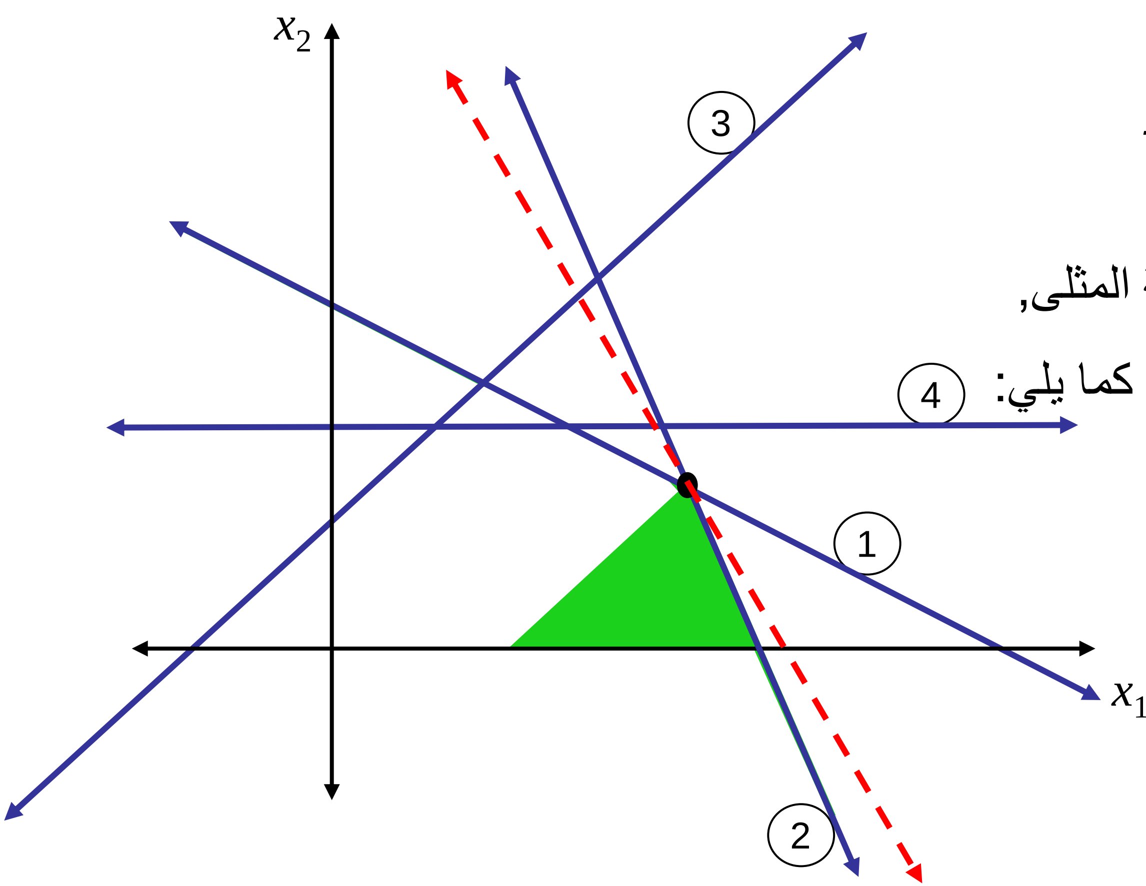
الحد الأقصى للتناقص في أي مورد من الموارد الوفيرة هو إزاحة القيد الوفير باتجاه نقطة الحل الأمثل حتى يصل إلى نقطة الحل الأمثل.

تحليل حساسية الموارد المتوفرة

مورد القيد الثالث متوفر:

$$x_1^* = \frac{10}{3} \text{ and } x_2^* = \frac{4}{3}$$

$$-x_1^* + x_2^* = -2 < 1 \qquad (3)$$



يجب تحريك القيد (3) حتى نصل للقيمة المثلى,

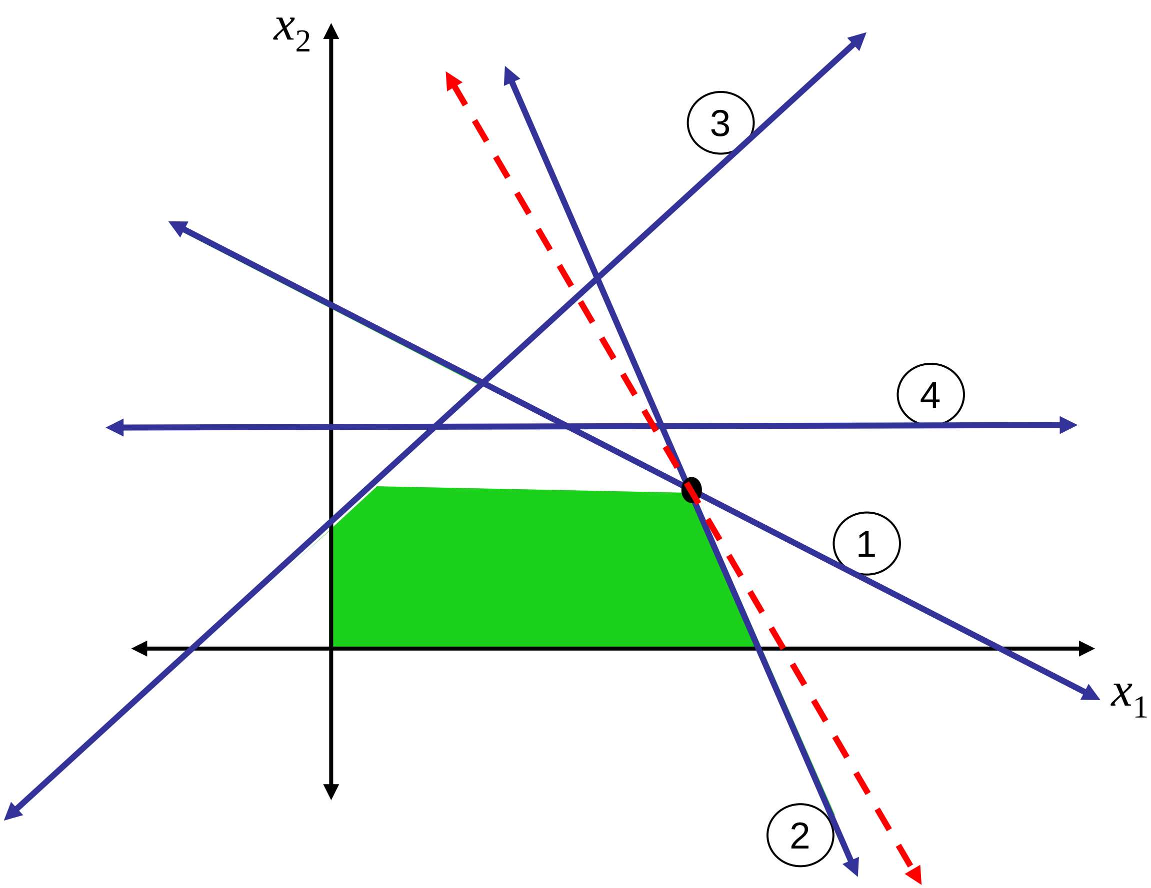
وبالتعويض في تلك النقطة سيصبح القيد كما يلي:

$$-x_1^* + x_2^* \leq -2$$

أي أنه يمكن للطرف الأيمن أن ينقص

بمقدار 3 : $(1 - (-2) = 3)$

تحليل حساسية الموارد المتوفرة



مورد القيد الرابع متوفر:

$$x_1^* = \frac{10}{3} \text{ and } x_2^* = \frac{4}{3}$$

$$x_2^* = \frac{4}{3} = 1.33 < 2 \quad (4)$$

يجب تحريك القيد (4) حتى نصل للقيمة المثلى,

وبالتعويض في تلك النقطة سيصبح القيد كما يلي:

$$x_2^* \leq \frac{4}{3}$$

أي أنه يمكن للطرف الأيمن أن ينقص بمقدار $\frac{2}{3}$: $(2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3})$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

ليكن لدينا مستقيم دالة الهدف: $z = c_1x_1 + c_2x_2 = k$

حيث أن $c_1 , c_2 \neq 0 , k$ ثوابت.

أو $$x_2 = -\frac{c_1}{c_2}x_1 + \frac{k}{c_2} \Longrightarrow (*)$$

ميل مستقيم دالة الهدف (معامل x_1 في المعادلة (*)): $-\frac{c_1}{c_2}$

التغير في قيمة أحد المعالم c_1 أو c_2 $\Leftrightarrow$ التغير في ميل دالة الهدف

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

قاعدة 1:

عند ضرب أو قسمة طرفي متراجحة بعدد سالب، نعكس اتجاه المتراجحة. لأي ثوابت حقيقية $a\,,b$:

$$-1 \text{ X } (a \leq b) \Rightarrow -a \geq -b$$

$$-1 \text{ X } (a \geq b) \Rightarrow -a \leq -b$$

مثال: $-1 \text{ X } \ (-1 \leq -a \leq 2) \Rightarrow 1 \geq a \geq -2$

وتكافئ: $-2 \leq a \leq 1$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

قاعدة 2:

لأي ثوابت حقيقية a, b, c, d ، بحيث تكون جميعها موجبة أو جميعها سالبة، إذا قلبنا (عكسنا) طرفي المتراجحة ، نعكس اتجاه المتراجحة:

$$\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} \geq \frac{d}{c}$$

أمثلة:

$$\frac{3}{4} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{3} \geq \frac{2}{3}$$

$$-2 \leq -\frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \geq -4$$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

سنكتفي بحالة عندما تكون القيود الرابطة ذات ميل سالب

سؤال:

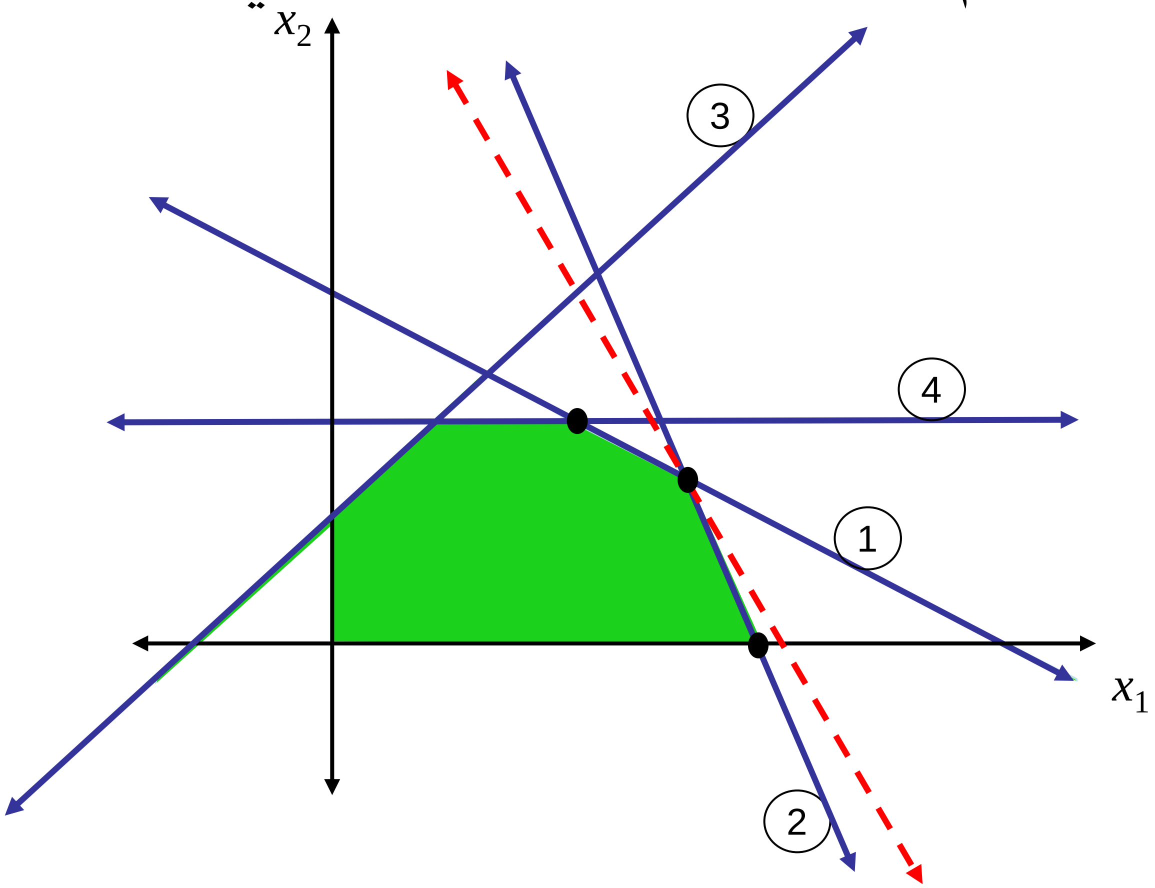
حدد المجال الذي يمكن أن يتغير فيه قيمة أحد المعالم c_1 أو c_2 دون أن يتغير الحل المثل.

الجواب:

لا يتغير الحل الأمثل إذا كان ميل دالة الهدف محصور بين ميل القيود الرابطة عند الحل الأمثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

- التغير في أحد معالم دالة الهدف $\Leftrightarrow$ التغير في ميل دالة الهدف



تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

مثال الدهانات:

لا يتغير الحل الأمثل $x_2^* = \frac{4}{3}$, $x_1^* = \frac{10}{3}$ مع تغير الأسعار

إذا كان ميل دالة الهدف محصور بين ميل القيد (1) وميل القيد (2) (القيود الرابطة).

ميل دالة الهدف $3000x_1 + 2000x_2 = -\frac{3000}{2000} = -\frac{3}{2}$

ميل القيد (1) : $x_1 + 2x_2 = -\frac{1}{2}$

ميل القيد (2) : $2x_1 + x_2 = -\frac{2}{1}$

لا يتغير القرار الأمثل إذا كان : $-2 \leq \textit{slope } z \leq -\frac{1}{2}$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

دالة الهدف: $z = 3000x_1 + 2000x_2$

$c_1 = 3000$ (سعر الطن من الدهان الخارجي)

$c_2 = 2000$ (سعر الطن من الدهان الداخلي)

سؤال:

أ) **حدد المجال الذي يمكن أن يتغير فيه المعلم c_1 فقط دون أن يتغير الحل المثل.**

ب) **حدد المجال الذي يمكن أن يتغير فيه المعلم c_2 فقط دون أن يتغير الحل المثل.**

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

جواب:

أ) فترة التغير السعري للطن من الدهان الخارجي c_1 (مع بقاء بقية المعالم ثابتة)

بحيث يبقى الحل الأمثل ثابتا هو:

$$-2 \leq -\frac{c_1}{2000} \leq -\frac{1}{2}$$

$$2 \geq \frac{c_1}{2000} \geq \frac{1}{2}$$

$$4000 \geq c_1 \geq 1000$$

وتكتب عادة: $1000 \leq c_1 \leq 4000$

أي أنه في حالة ثبات سعر الطن للدهان الداخلي إلى 2000 ريال ممكن أن يتغير سعر الطن من الدهان الخارجي في الفترة [1000, 4000] ريال دون أن يتغير الحل الأمثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

جواب:

ب) فترة التغير السعري للطن من الدهان الخارجي c_2 (مع بقاء بقية المعالم ثابتة)

بحيث يبقى الحل الأمثل ثابتا هو:

$$-2 \leq -\frac{3000}{c_2} \leq -\frac{1}{2}$$

$$2 \geq \frac{3000}{c_2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{c_2}{3000} \leq 2$$

$$1500 \leq c_2 \leq 6000$$

أي أنه في حالة ثبات سعر الطن للدهان الخارجي إلى 3000 ريال ممكن أن يتغير سعر الطن من الدهان الداخلي في الفترة [1500, 6000] ريال دون أن يتغير الحل الأمثل.

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

$$a \leq \ slope \ z \leq b$$

$$a \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq b$$

ونحصل على:

$$-bc_2 \leq c_1 \leq -ac_2$$

$$-\frac{1}{a}c_1 \leq c_2 \leq -\frac{1}{b}c_1$$

تحليل حساسية التغير في أحد معالم دالة الهدف

$$-2 \leq \ slope\ z \leq -0.5$$

$$-2 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq -0.5$$

ونحصل على:

$$0.5c_2 \leq c_1 \leq 2c_2 \quad \rightarrow \quad 1000 \leq c_1 \leq 4000$$

$$0.5c_1 \leq c_2 \leq 2c_1 \quad \rightarrow \quad 1500 \leq c_2 \leq 6000$$

تحليـل الحســاسيـة

<u>مثال</u>: للبرنامج الخطي التالي:

$$\max z = 800x_1 + 500x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 2x_2 \le 40 \quad \text{(1) القيد}$$

$$x_1 + 0.5x_2 \le 8 \quad \text{(2) القيد}$$

$$2x_1 + x_2 \le 24 \quad \text{(3) القيد}$$

$$x_1 + x_2 \le 10 \quad \text{(4) القيد}$$

$$x_1 , x_2 \ge 0$$

أوجد تحليل الحساسية لمعاملات دالة الهدف وللطرف الأيمن للقيود الخطية وأسعار الظل.

تحليـل الحســاسيـة

تحليـل الحســاسيـة

الحل الأمثل:

$$x_1^* = 6 \ , \ x_2^* = 4 \ , \ z^* = 6800$$

ويقع عند تقاطع القيدين الثاني والرابع.

ميل القيد $(2) = -\frac{1}{0.5} = -2$

ميل القيد $(4) = -\frac{1}{1} = -1$

تحليل حساسية معاملات دالة الهدف: $-2 \leq -\frac{c_1}{c_2} \leq -1$

$$500 \leq c_1 \leq 1000$$

$$400 \leq c_2 \leq 800$$

تحليل الحساسية

لمعرفة الموارد النادرة والمتوفرة:

نعوض بقيم الحل الأمثل $x_2^* = 4$, $x_1^* = 6$ في متراجحات القيود.

$3x_1^* + 2x_2^* = 26 < 40$ (1) قيد غير رابط ، مورد متوفر

$x_1^* + 0.5x_2^* = 8 = 8$ (2) قيد رابط ، مورد نادر

$2x_1^* + x_2^* = 16 < 24$ (3) قيد غير رابط ، مورد متوفر

$x_1^* + x_2^* = 10 = 10$ (4) قيد رابط ، مورد نادر

تحليــل الحســـاسيـة

الموارد النادرة: القيد (2)

الحل الأمثل الجديد سيكون: $\boldsymbol{x_1^* = 10 \;\; , \;\; x_2^* = 0 \;\; , \;\; z^* = 8000}$

نستطيع إزاحة القيد (2) ليصبح: $x_1 + 0.5x_2 \leq \mathbf{10}$

أقصى زيادة اقتصادية ممكنة لمورد القيد (2) = **2**

سعر الظل لمورد القيد (2) =

القيمة الاقتصادية لسعر الوحدة الإضافية من مورد القيد (2) =

$$600 = \frac{8000 - 6800}{10 - 8}$$

تحليــل الحســـاسيـة

الموارد النادرة: القيد (4)

الحل الأمثل الجديد سيكون: $x_1^* = 0 \;,\; x_2^* = 16 \;,\; z^* = 8000$

نستطيع إزاحة القيد (4) ليصبح: $x_1 + x_2 \leq 16$

أقصى زيادة اقتصادية ممكنة لمورد القيد (4) = **6**

سعر الظل لمورد القيد (4) =

القيمة الاقتصادية لسعر الوحدة الإضافية من مورد القيد (4) =

$$200 = \frac{8000 - 6800}{16 - 10}$$

تحليل الحساسية

الموارد المتوفره:

يمكن إزاحة (إنقاص) القيد (1) ليصبح:

$$3x_1 + 2x_2 \leq \mathbf{26}$$

مقدار التوفير الاقتصادي في مورد القيد (1) = **14**

يمكن إزاحة (إنقاص) القيد (3) ليصبح:

$$2x_1 + x_2 \leq \mathbf{16}$$

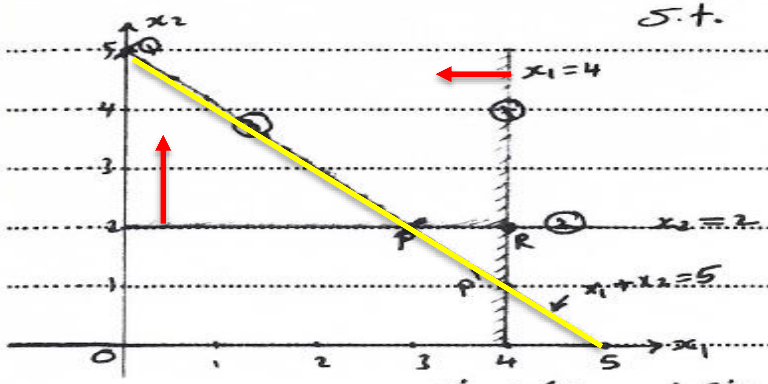
مقدار التوفير الاقتصادي في مورد القيد (1) = **8**

سعر الظل لمورد القيد (1) ولمورد القيد (3) = صفر.

مثال ٤ :- أدرس تحليل الحساسية لمسألة البرمجة الخطية الآتية :-

$$\text{Min (total cost)} \quad Z = 5x_1 + 8x_2$$

s.t.



$x_1 \le 4 \longleftarrow$ ① القيد الأول

$x_2 \ge 2 \longleftarrow$ ② القيد الثاني

$x_1 + x_2 = 5 \longleftarrow$ ③ القيد الثالث

$x_1 , x_2 \ge 0$

الحل :- * تحديد منطقة الحل الممكنة :-

من الرسم نجد أن منطقة الحل الممكنة عبارة عن القطعة المستقيمة PQ . النقطة R لا تعتبر من منطقة الحل الممكنة حيث $R = (4,2)$ لأنها تحقق القيد ① ، ② ولا تحقق القيد ③ .

* يوجد بالقطعة المستقيمة PQ عدد لا نهائي من النقاط وبالتالي فإن :-

يجب التأكد أن جميع النقاط المختارة على المستقيم تحقق بقية القيود

$P = (3,2)$ و $Q = (0,5)$

بالإضافة لنقاط أخرى مثل $(2,3)$ ، $(1,4)$ وكلها نختبر النقاط هذه فقط

$Z|_P = 5(3) + 8(2) = 31$, $Z|_Q = 5(0) + 8(5) = 40$, $Z|_{(1,4)} = 5 + 32 = 37$

$Z|_{(2,3)} = 10 + 24 = 34$

$\Longrightarrow \quad \text{Min } Z = 31 \quad \text{at} \quad P = (3,2)$ الحل الأمثل

* تحليل الحساسية :- القيود الرابطة "موارد نادرة" ، والقيود الغير رابطة "موارد متوفرة" .

* من المعلوم أن الحل الأمثل هو $P = (3,2)$

①: $x_1|_P = 3 < 4$ قيد غير رابط "متوفر"

②: $x_2|_P = 2$ قيد رابط "نادر"

③: $x_1 + x_2|_P = 5$ قيد رابط "نادر"

* إلى أي مدى يمكن زيادة الموارد النادرة حتى تتحسن دالة الهدف ؟

معنى تحسن دالة الهدف في هذه الحالة "تصغير دالة الهدف" لقيمة أقل من 31 .

* بالنسبة للقيد ② يتم إزاحته حتى النقطة P' حيث $P' = (4,1)$ حيث $x_2 \ge b$

$\Longrightarrow \quad b = 1 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x_2 \ge 1}$ القيد الجديد

والحل الأمثل الجديد هو $P' = (4,1) \Longleftarrow Z|_{P'} = 20 + 8 = 28$

سعر الظل $= \dfrac{28-31}{1-2} = 3$

* بالنسبة للقيد ③ : لا يمكن زيادته إلى أي مقدار آخر.
* بالنسبة للقيد ① : إلى أي مدى يمكن انقاص المورد المتوفر بحيث لا يتغير الحل الأمثل ؟ يتم تحريك

هذا القيد ناحية اليسار حتى يمر بالحل الأمثل $P=(3,2)$ وبالتالي يصبح القيد الجديد هو

$x_1 \le b \Rightarrow LHS|_P = 3 \Rightarrow x_1 \le 3$ القيد الجديد

بالنسبة لمعالم دالة الهدف:

حدد منطقة المعالم بحيث

لايتغير الحل الأمثل

ميل القيد $(2) = -\dfrac{0}{1} = 0$

ميل القيد $(3) = -\dfrac{1}{1} = -1$

ميل دالة الهدف $= -\dfrac{5}{8}$

$$-1 \le -\frac{c_1}{c_2} \le 0$$

في حالة ثبات $c_1 = 5$:

$$-1 \le -\frac{5}{c_2} \le 0 \Leftrightarrow 0 \le \frac{5}{c_2} \le 1$$

$$1 \le \frac{c_2}{5} \le \frac{1}{0} \Leftrightarrow 1 \le \frac{c_2}{5} < \infty$$

$$5 \le c_2 < \infty \Leftrightarrow c_2 \in [5,\infty)$$

في حالة ثبات $c_2 = 8$:

$$-1 \le -\frac{c_1}{8} \le 0 \Leftrightarrow 0 \le \frac{c_1}{8} \le 1$$

$$0 \le c_1 \le 8 \Leftrightarrow c_1 \in [0,8]$$